中性子星と超流動

-軌道とスピンの協奏による核子超流動の多様性-

安井繁宏
(慶應義塾大学)

共同研究者：新田宗土 (慶應), 猪谷太輔 (慶應→理研), 水島健 (阪大),
Chandrasekhar Chatterjee (慶應→private company)

千葉工業大学「核物理×物性セミナー」@19, Feb. 2022

内容

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図：核物理の観点から

3. 中性子星における中性子$^3P_2$超流動

4. まとめと今後の課題

みなさんに伝えたいこと

核物理と物性物理は繋がっている

その舞台のひとつが中性子星の$^3P_2$超流動であり、
スピンと軌道角運動量が重要な役割を果たしている

内容

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

中性子星とは

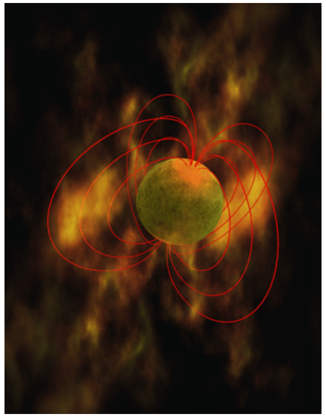
from iTHEMS, RIKEN

- 半径 10km程度
- 質量 1.4-2×(太陽質量)
- 密度 10^{12} kg/cm^3
- 表面重力 地表の10^{11}倍
- 回転周期 30秒-1/100秒
- 磁場 10^{13}-10^{15}G (地上0.5G)
- 中性子星連星系からの重力波

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

マグネター（Magnetar)

強い磁場をもつ中性子星？



Name[b]	P (s)	B^c (10^{14} G)	Age[d] (kyr)	$\dot{E}^e$ 10^{33} erg s^{-1}	D^f (kpc)	$L_X{}^g$ 10^{33} erg s^{-1}	Band[h]
CXOU J010043.1–721134	8.02	3.9	6.8	1.4	62.4	65	–
4U 0142+61	8.69	1.3	68	0.12	3.6	105	OIR/H
SGR 0418+5729	9.08	0.06	36,000	0.00021	∼2	0.00096	–
SGR 0501+4516	5.76	1.9	15	1.2	[illegible]	[illegible]	OIR/H
SGR 0526–66	[illegible]	5.6	[illegible]	2.9	[illegible]	[illegible]	–
1E 1048.1–5937	[illegible]	3.9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	OIR
(PSR J1119–6127)	[illegible]	4.1	1.6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	R/H
[illegible]	[illegible]	3.2	0.69	[illegible]	[illegible]	1.3	O?/R/H
PSR J1622–4950	[illegible]	2.7	4.0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	R
SGR 1627–41	[illegible]	2.2	2.2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	–
[illegible]–455216	[illegible]	<0.66	420	[illegible]	3.9	0.45	–
1RXS J170849.0–400910	[illegible]	4.7	9.0	[illegible]	3.8	42	O?/H
CXOU J171405.7–381031	[illegible]	5.0	[illegible]	[illegible]	∼13	56	–
SGR J1745–2900	[illegible]	2.3	[illegible]	[illegible]	8.3	<0.11	R/H
SGR 1806–20	7.55	20	[illegible]	45	8.7	163	OIR/H
XTE J1810–197	5.54	2.1	11	1.8	3.5	0.043	OIR/R
Swift J1822.3–1606	8.44	0.14	6,300	0.0014	1.6	>0.0004	–
SGR 1833–0832	7.56	1.6	34	[illegible]	–	–	[illegible]
Swift [illegible]–084[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.2	[illegible]	[illegible]
1E [illegible]	11.79	7.0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
([illegible]258)	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8100	6.0	19	[illegible]
[illegible] J185246.6+003317	11.56	[illegible]	>1,300	[illegible]	[illegible]	<0.006	[illegible]
SGR 1900+14	5.20	7.0	0.9	26	12.5	90	H
SGR 1935+2154	[illegible]	2.2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	–	–
1E 2259+586	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.056	3.2	17	OIR/H
SGR 0755–2933	–	[illegible]	[illegible]	–	–	–	–
SGR 1801–23	[illegible]	–	[illegible]	–	[illegible]	–	–
SGR 1808–20	–	–	–	–	–	–	–
AX J1818.8–1559	–	–	–	–	–	–	–
AX J1845.0–0258	6.97	–	–	–	–	2.9	–
SGR 2013+34	–	–	–	–	–	–	–

B=10^{15}G

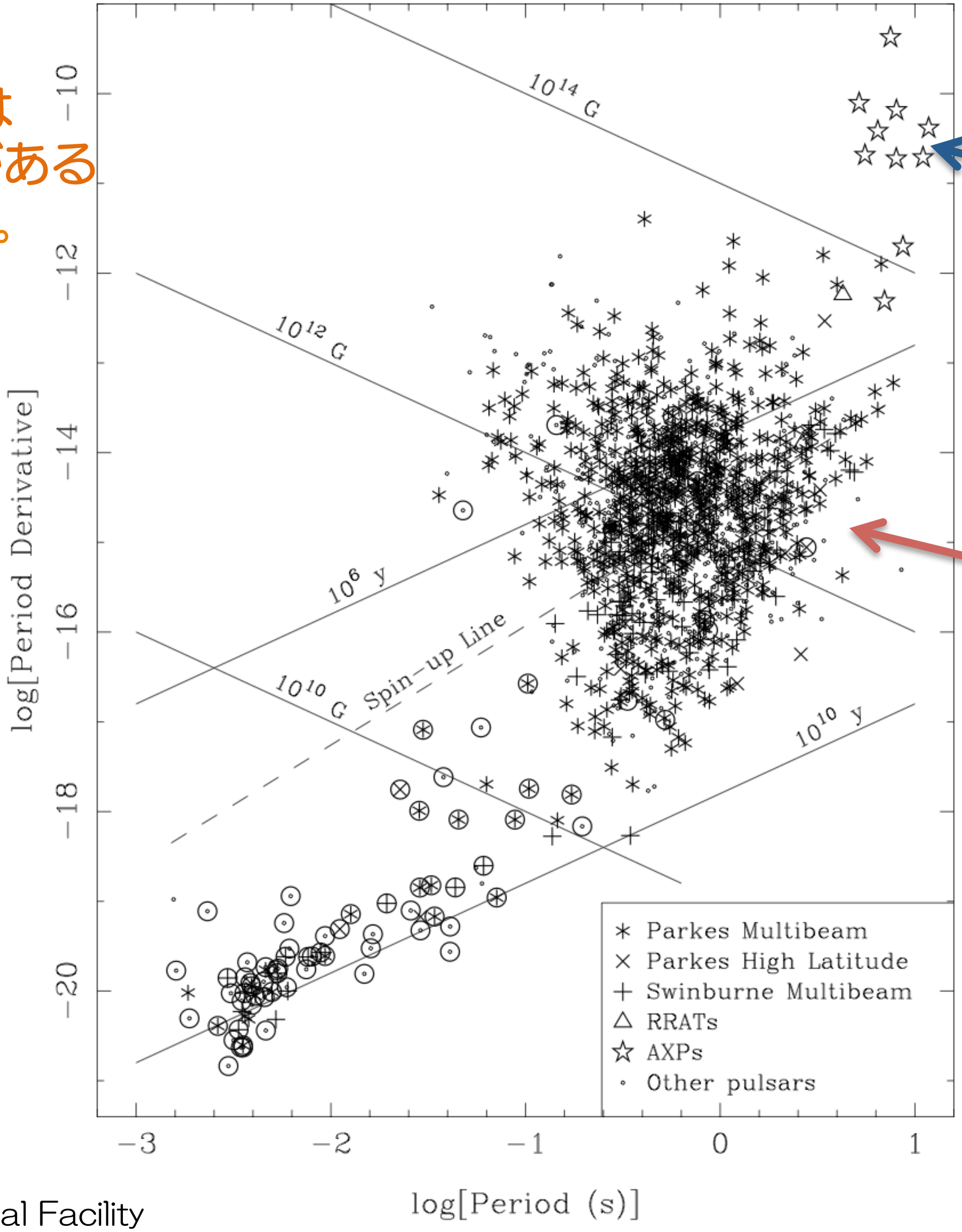
通常の中性子星:

B=10^{13} G

V. M. Kaspi and A. M. Beloborodov, Annual Review of Astronomy and Astrophysics 55, 261 (2017).

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

我々の銀河系には
10億個の中性子星がある
と考えられている。



マグネター

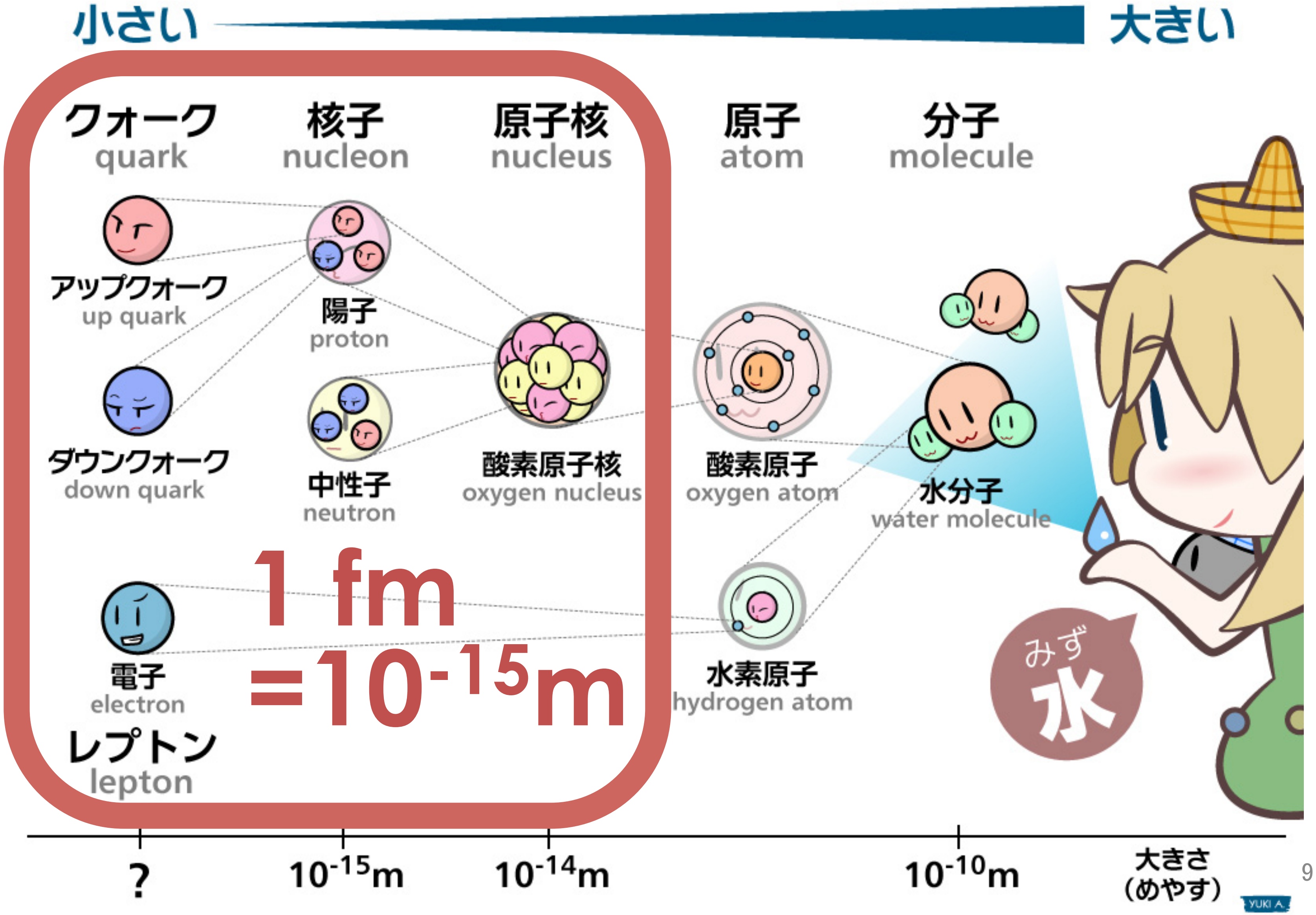
通常の中性子星

Australia Telescope National Facility
https://www.atnf.csiro.au/news/newsletter/jun06/RRATs.htm

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

中性子星の内部？

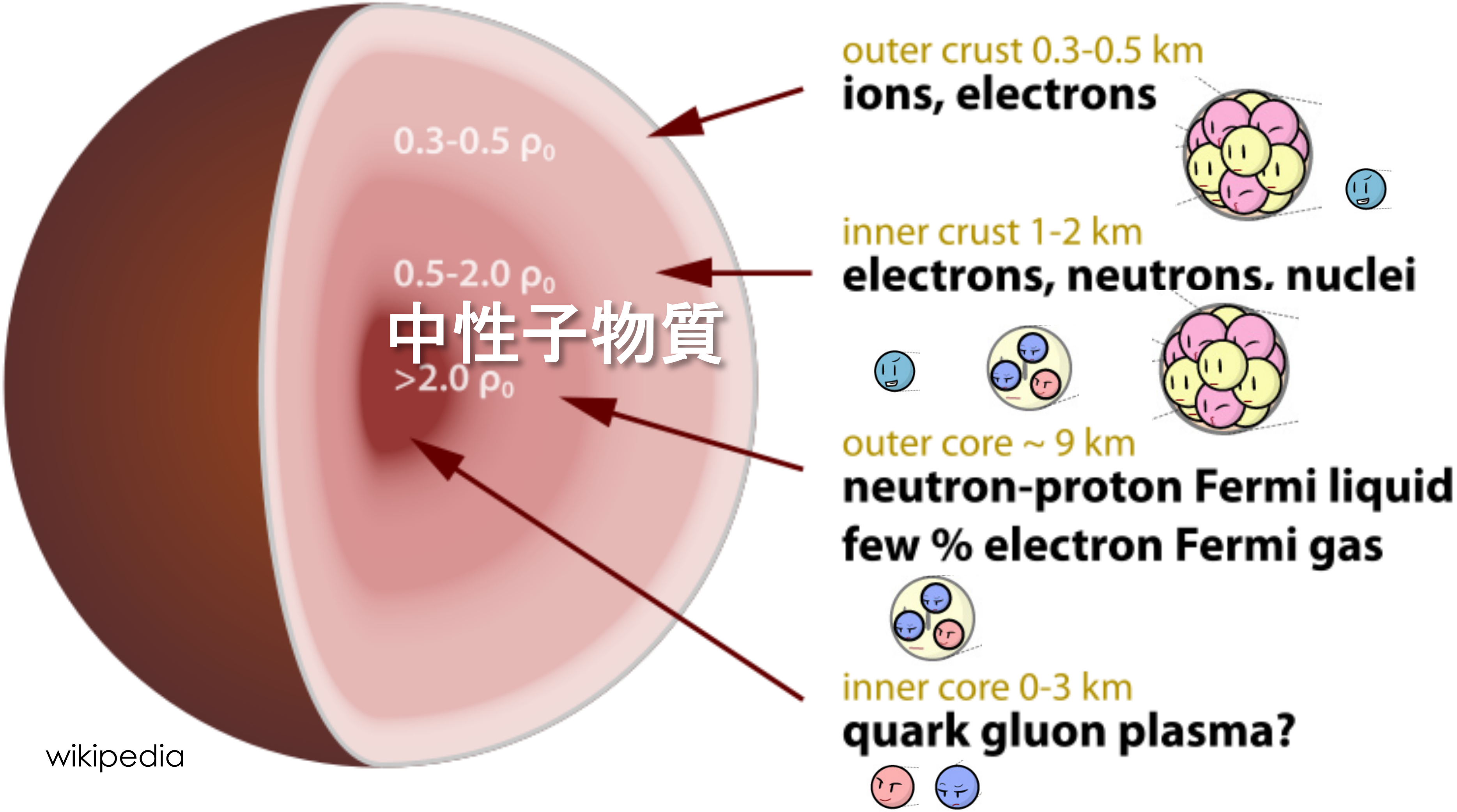
HiggsTan.com



1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

中性子星の内部？

HiggsTan.com



outer crust 0.3-0.5 km
ions, electrons

inner crust 1-2 km
electrons, neutrons, nuclei

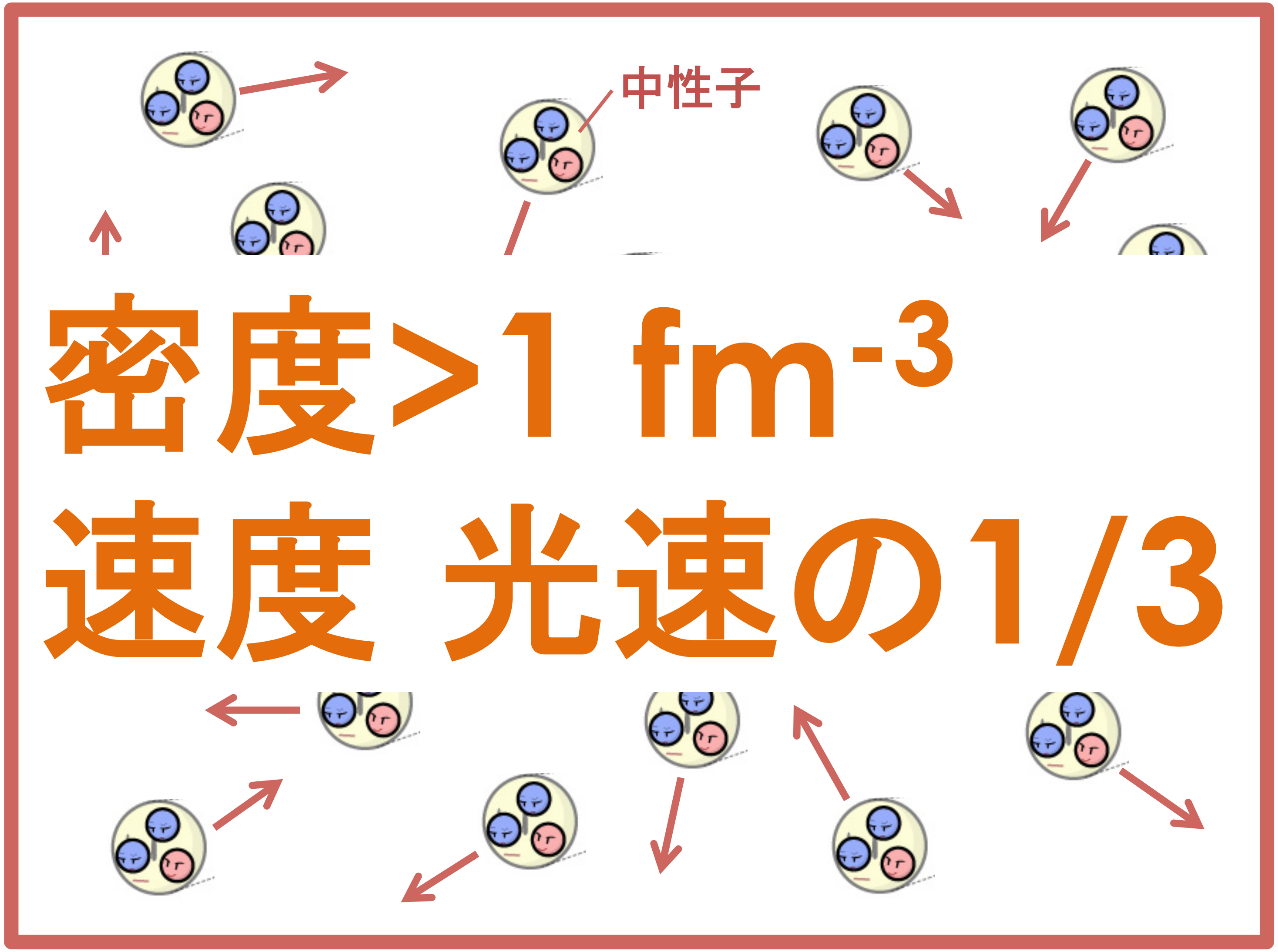
outer core ~ 9 km
neutron-proton Fermi liquid
few % electron Fermi gas

inner core 0-3 km
quark gluon plasma?

wikipedia

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

中性子物質(イメージ図)



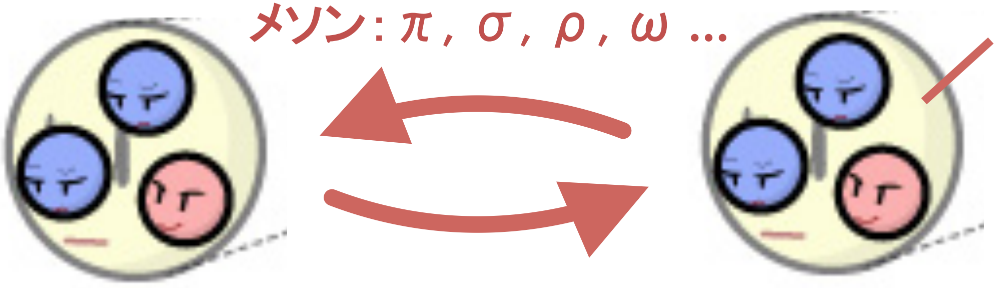
密度>1 fm^{-3}

速度 光速の1/3

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

中性子同士の相互作用 (核力)

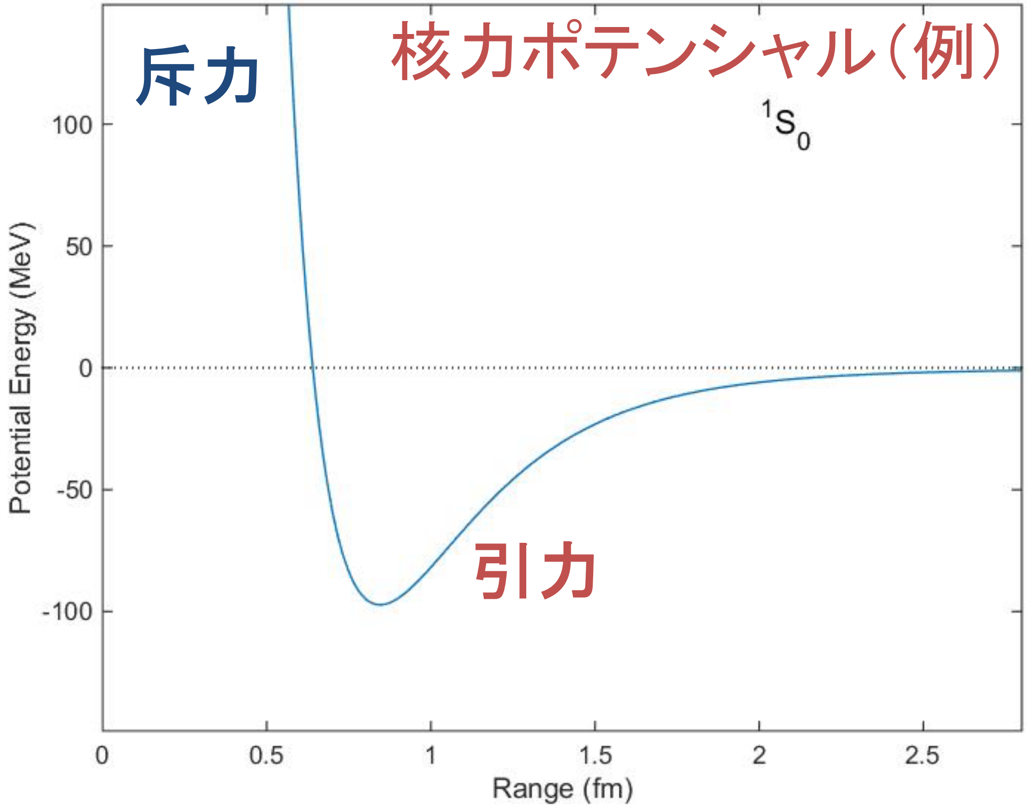
H. Yukawa
(1907-1981)



中間子の交換

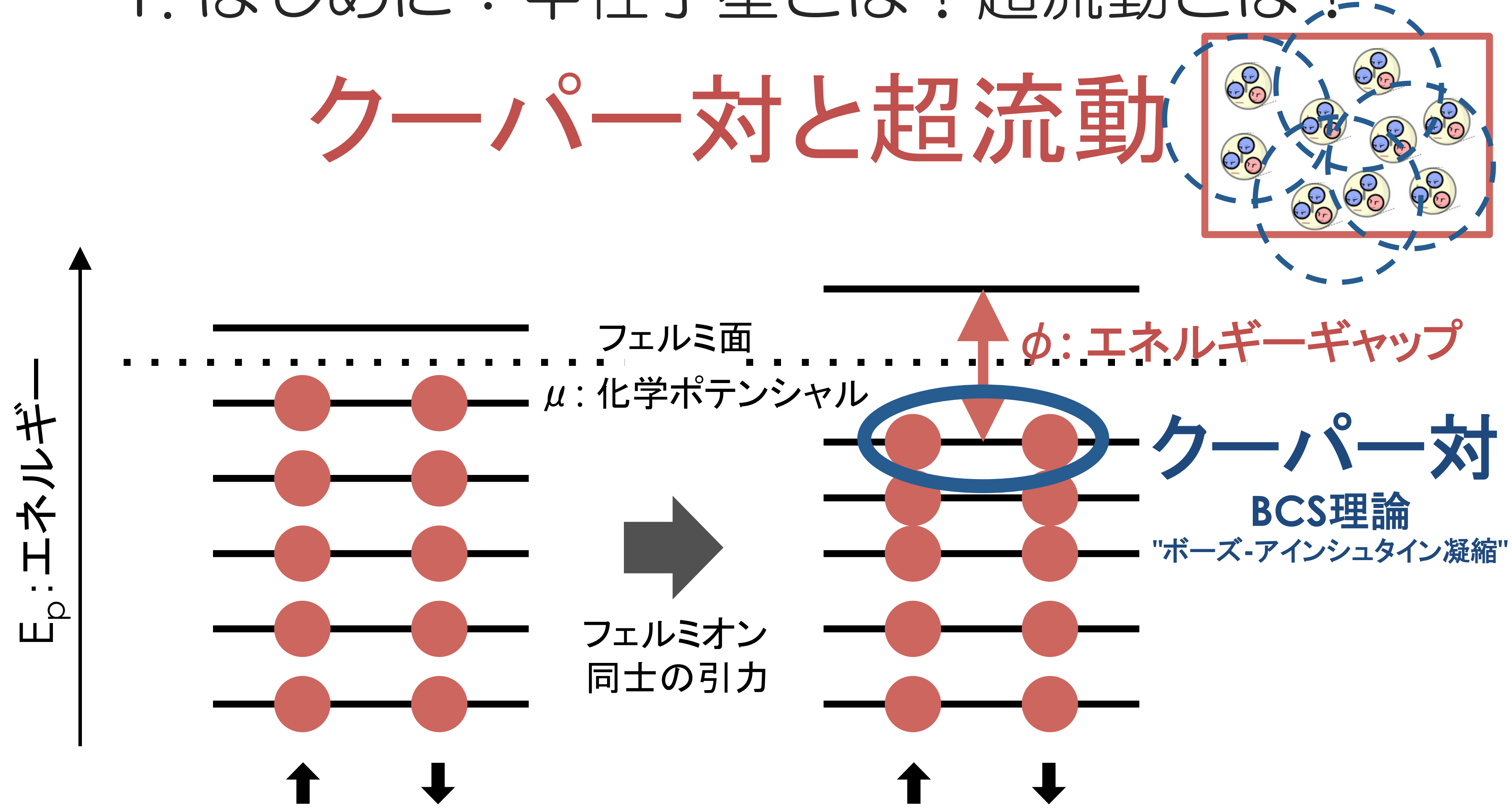
メソン：π，σ，ρ，ω …

中性子



1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

クーパー対と超流動



E_p : エネルギー

フェルミ面

μ : 化学ポテンシャル

ϕ: エネルギーギャップ

クーパー対

BCS理論

"ボーズ-アインシュタイン凝縮"

フェルミオン同士の引力

↑ ↓

自由なフェルミオンガス

$$\xi_p = E_p - \mu$$

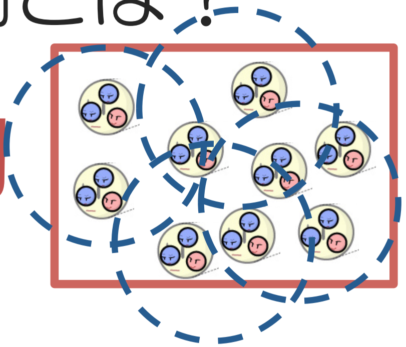
↑ ↓

引力相互作用するフェルミオンガス

$$\xi_p = \sqrt{(E_p - \mu)^2 + \phi^2}$$

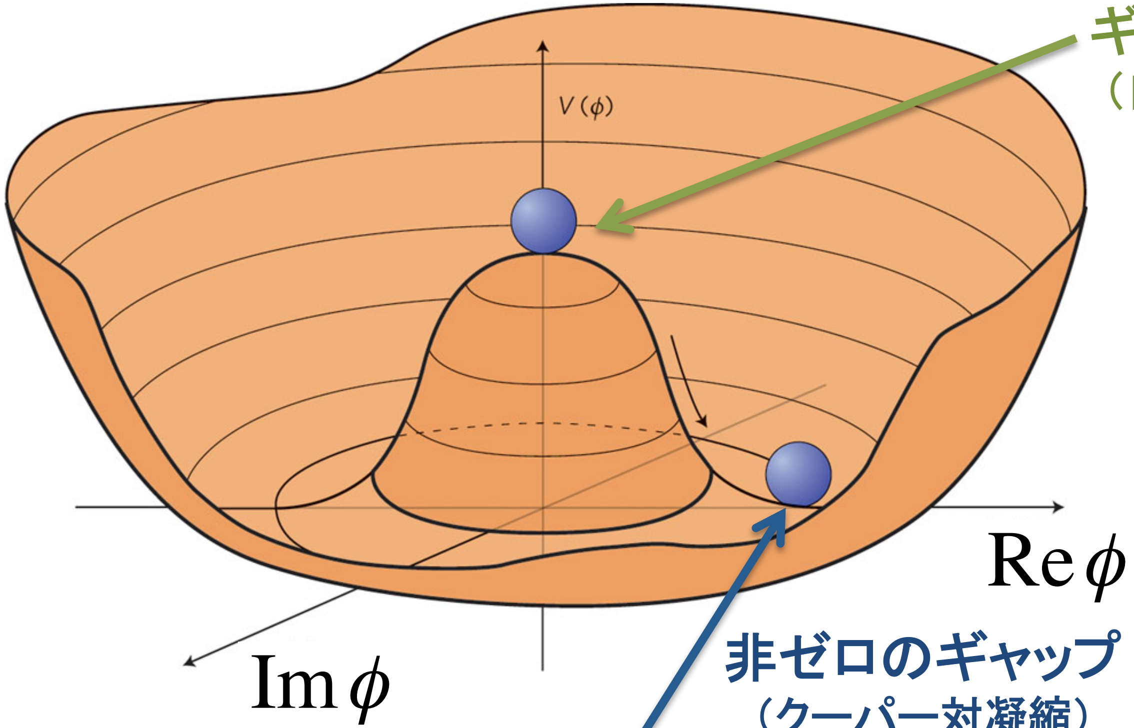
1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

クーパー対と超流動



エネルギーギャップ：秩序変数
(複素スカラー)

$$\phi \propto \langle \psi_\uparrow \psi_\downarrow \rangle$$



ギャップゼロ
（自明な状態）

非ゼロのギャップ
（クーパー対凝縮）

U(1)対称性の破れ (自発的な対称性の破れ)：U(1) → {e}

$$\psi_\uparrow, \psi_\downarrow : e^{i\vartheta} \mapsto 1$$

L. Álvarez-Gaumé, J. Ellis, Nature Physics 7, 2–3 (2011)

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

中性フェルミオン→超流動

注：荷電フェルミオン→超伝導 (電荷カレント)

1937年：^{4}He原子 (ボソン) の超流動性の実験

1957年：Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) 理論

1972年：^{3}He原子 (フェルミオン) の超流動性の実験

　スピン3重項-P波のクーパー対 (スピン揺らぎによる相互作用？)

1995年：Ru原子 (ボソン) の超流動性の実験

2003年：^{40}K原子によるボーズ-アインシュタイン凝縮の実験

…

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

中性フェルミオン→超流動

注：荷電フェルミオン→超伝導 (電荷カレント)

1937年：^{4}He原子 (ボソン) の超流動性の実験

1957年：Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS)

1960年 Migdal
中性子物質の
超流動性 $(^{1}S_{0})$

1972年：^{3}He原子 (フェルミオン) の超流動性の実験

　スピン3重項-P波のクーパー対 (スピン揺らぎによる相互作用？)

1995年：Ru原子 (ボソン) の超流動性の実験

2003年：^{40}K原子によるボーズ-アインシュタイン凝縮の実験

…

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

中性フェルミオン→超流動

注：荷電フェルミオン→超伝導 (電荷カレント)

1937年：^{4}He原子 (ボソン) の超流動性の実験

1957年：Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS)

1972年：^{3}He原子 (フェルミオン) の超流動性の実

スピン3重項-P波のクーパー対 (スピン揺らぎによ

1995年：Ru原子 (ボソン) の超流動性の実験

2003年：^{40}K原子によるボーズ-アインシュタイン凝

…

1960年 Migdal
中性子物質の
超流動性 ($^{1}S_{0}$)

1966年 Wolf
中性子内部では
$^{1}S_{0}$は斥力なので
超流動は不可能？

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

中性子フェルミオン→超流動

注：荷電フェルミオン→超伝導 (電荷カレント)

1937年：^{4}He原子 (ボソン) の超流動性の実験

1957年：Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS

1972年：^{3}He原子 (フェルミオン) の超流動性 の実

スピン3重項-P波のクーパー対 (スピ らぎによ

1995年：Ru原子 (ボ 験

2003年：^{40}

…

1960年 Migdal
中性子物質の
超流動性 ($^1S_0$)

1966年 Wolf
中性子内部では
$^1S_0$は斥力なので
超流動は不可能？

1968年 Tabakin
LS力による中性子
物質の超流動性 ($^3P_2$)

F. Tabakin, Phys. Rev. **174**, 1208 (1968).
M. Hoffberg, A. E. Glassgold, R. W. Richardson, M. Ruderman, Phys. Rev. Lett. **24**, 775 (1970).
R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **44**, 905 (1970).
T. Takatsuka, R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **46**, 114 (1971).
T. Takatsuka, Prog. Theor. Phys. **47**, 1062 (1972).
T. Fujita, T. Tsuneto, Prog. Theor. Phys. **48**, 766 (1972).
R. W. Richardson, Phys. Rev. D **5**, 1883 (1972).
…

内容

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図：核物理の観点から

3. 中性子星における中性子$^3P_2$超流動

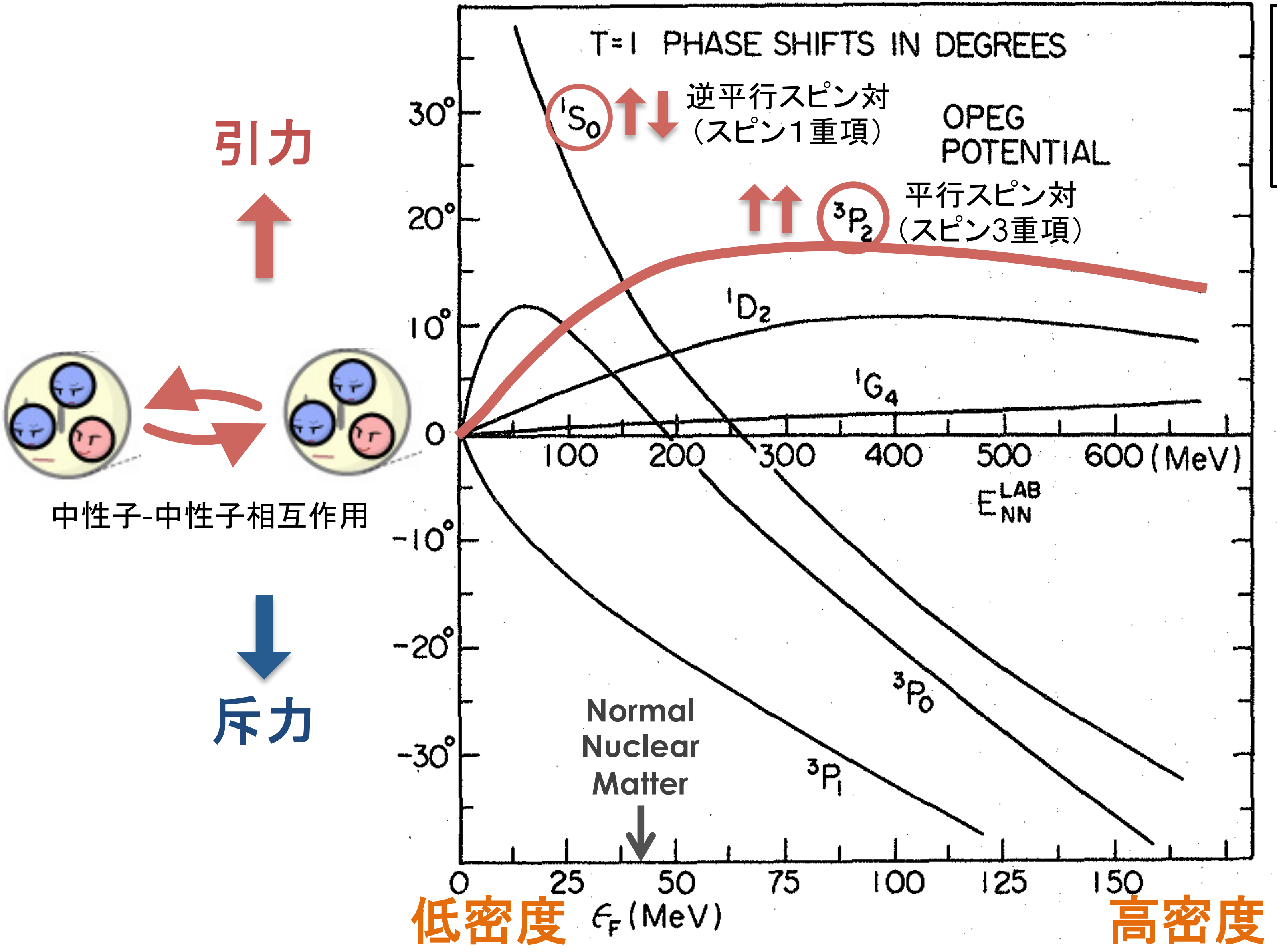
4. まとめと今後の課題

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

中性子-中性子相互作用

さまざまな散乱チャンネルにおける引力と斥力

Takatsuka, Tamagaki, PTP Suppl. 112, 27 (1993)



$^{2S+1}L_J$

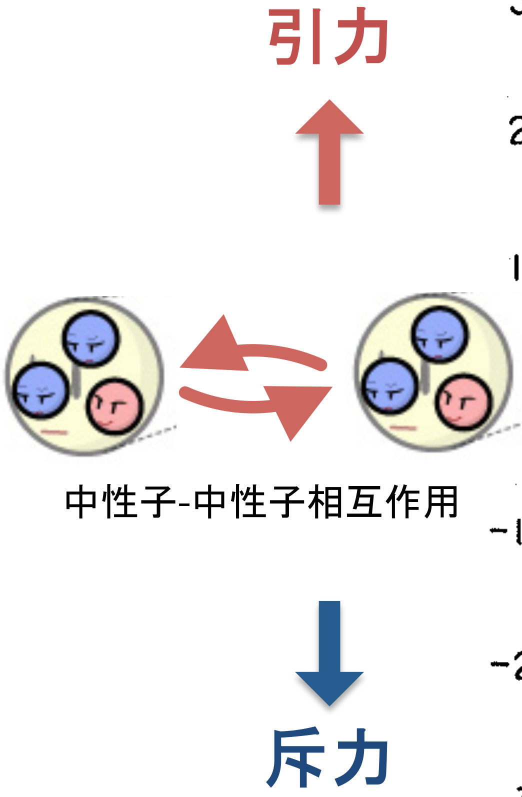
S: スピン
L: 軌道角運動量
J: スピン+軌道角運動量

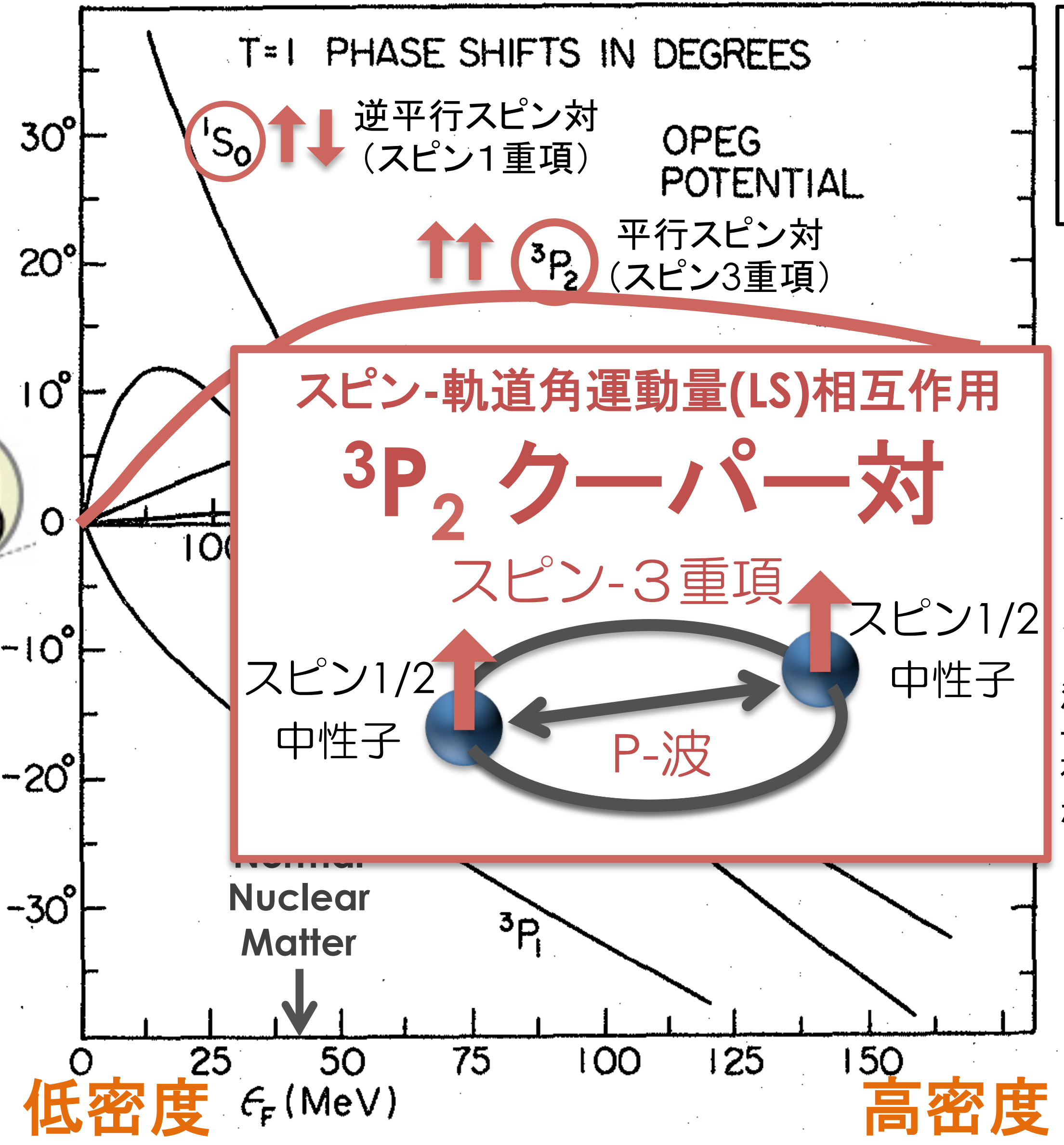
2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

中性子-中性子相互作用

さまざまな散乱チャンネルにおける引力と斥力

Takatsuka, Tamagaki, PTP Suppl. 112, 27 (1993)





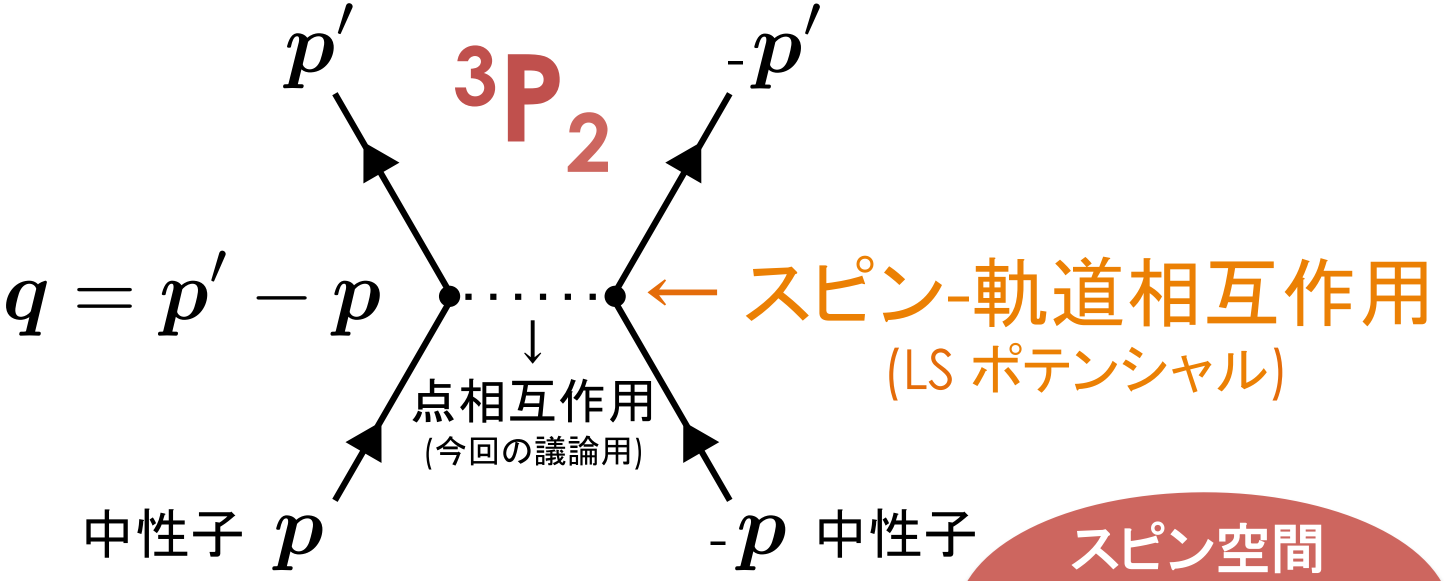
$^{2S+1}L_J$

S: スピン
L: 軌道角運動量
J: スピン+軌道角運動量

注：ヘリウムなどの冷却原子ガスでは純粋なLS力は存在しないためにJ=0,1 2が混じっている。

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

$^3P_2$: 中性子同士の相互作用においてもっとも引力的なチャンネル (高密度)



$\boldsymbol{q} = \boldsymbol{p}' - \boldsymbol{p}$

← スピン-軌道相互作用
(LS ポテンシャル)

↓
点相互作用
(今回の議論用)

クーパー対
テンソル型凝縮
対称・トレースレス (J=2)

$$\boxed{\frac{1}{2}\left(s^a q^b + s^b q^a\right) - \frac{\delta^{ab}}{3}\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{q}}$$

スピン空間
運動量空間
(a,b=1,2,3)

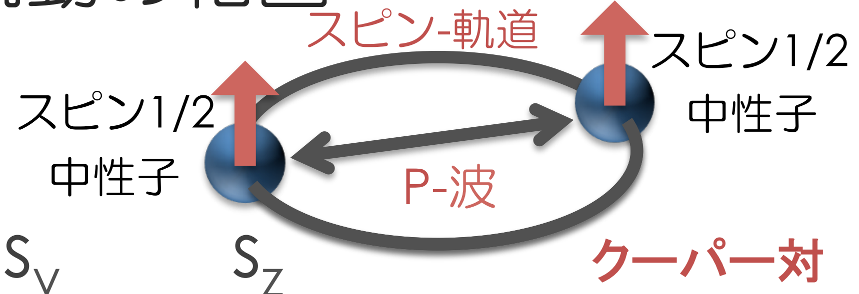
中性子 $^3P_2$ 超流動 →

速いニュートリノ冷却？
強磁場に対する耐性？
トポロジカル天体？

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

Tabakin (1968), Hoffenberg, Glassgold, Richardson, Ruderman (1970), Tamagaki (1970), Takatsuka, Tamagaki (1971), Takatsuka (1972), ...

$$\boxed{{}^3P_2}$$



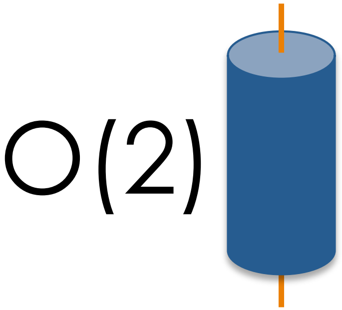
秩序変数
(中性子-中性子凝縮)

$$A(t,\boldsymbol{x}) = A_0 \begin{array}{cc} \begin{matrix} s_x & \quad s_y & \quad s_z \end{matrix} & \\ \begin{pmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & -(1+r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{matrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{matrix} \end{array}$$

対称・トレースレスなテンソル
(2J+1→5つの自由度)

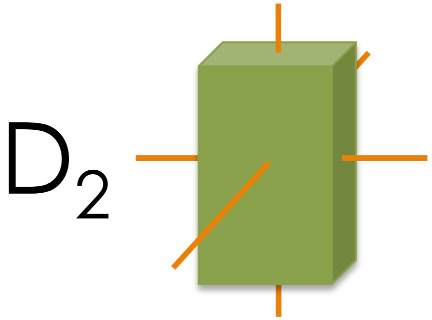
スピン (s_x, s_y, s_z)
×**運動量** (q_x, q_y, q_z)

内部パラメーター: $-1 \le r \le -1/2$



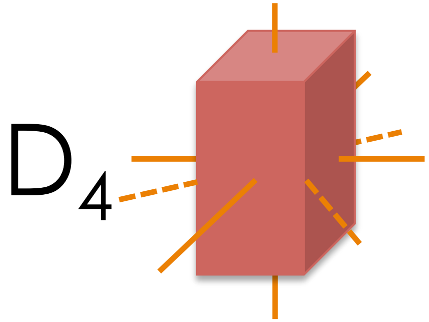
UN: uniaxial nematic
(r=-1/2)

$$\begin{pmatrix} -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



D_2-BN: D_2 biaxial nematic
(-1<r<-1/2)

$$\begin{pmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & -1-r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



D_4-BN: D_4 biaxial nematic
(r=-1)

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

D_n symmetry: invariance both (i) under n-times rotation around one rotation axis and (ii) under two-times rotation around the n axes that are perpendicular to the rotation axis in (i).

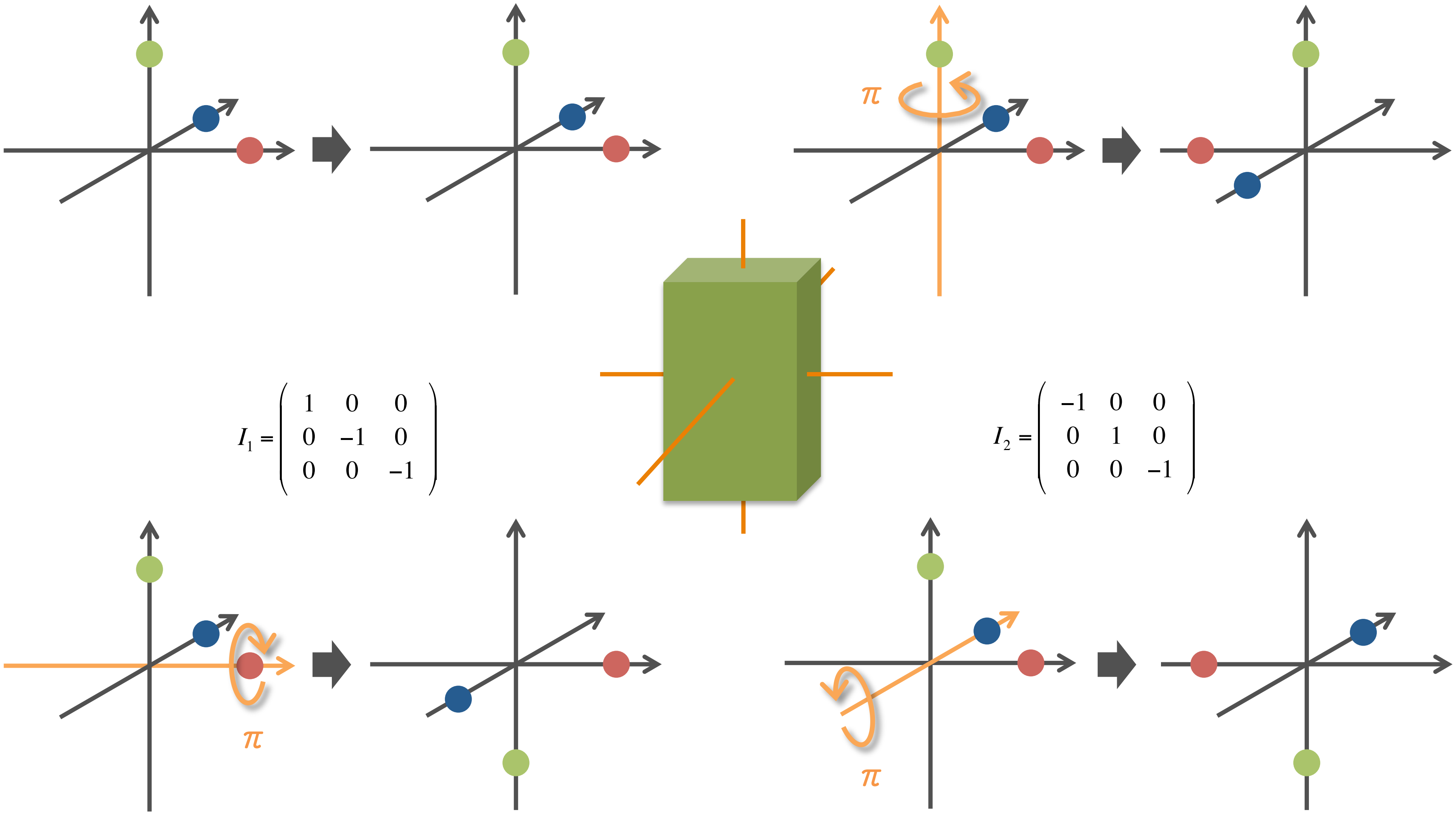
D_2 symmetry

$$1_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$I_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$



D_n symmetry: invariance both (i) under n-times rotation around one rotation axis and (ii) under two-times rotation around the n axes that are perpendicular to the rotation axis in (i).

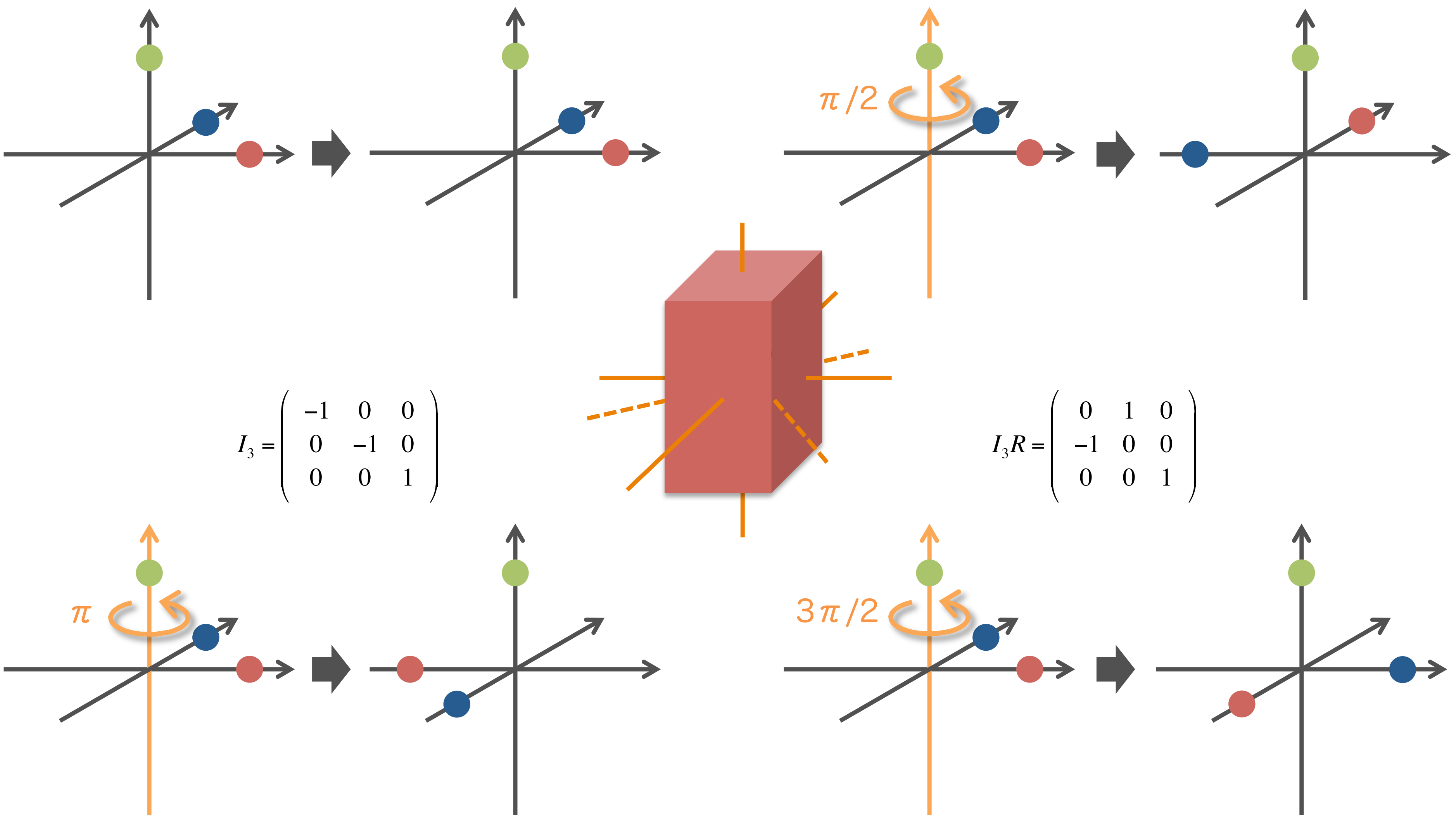
D_4 symmetry

$$1_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$I_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$I_3R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

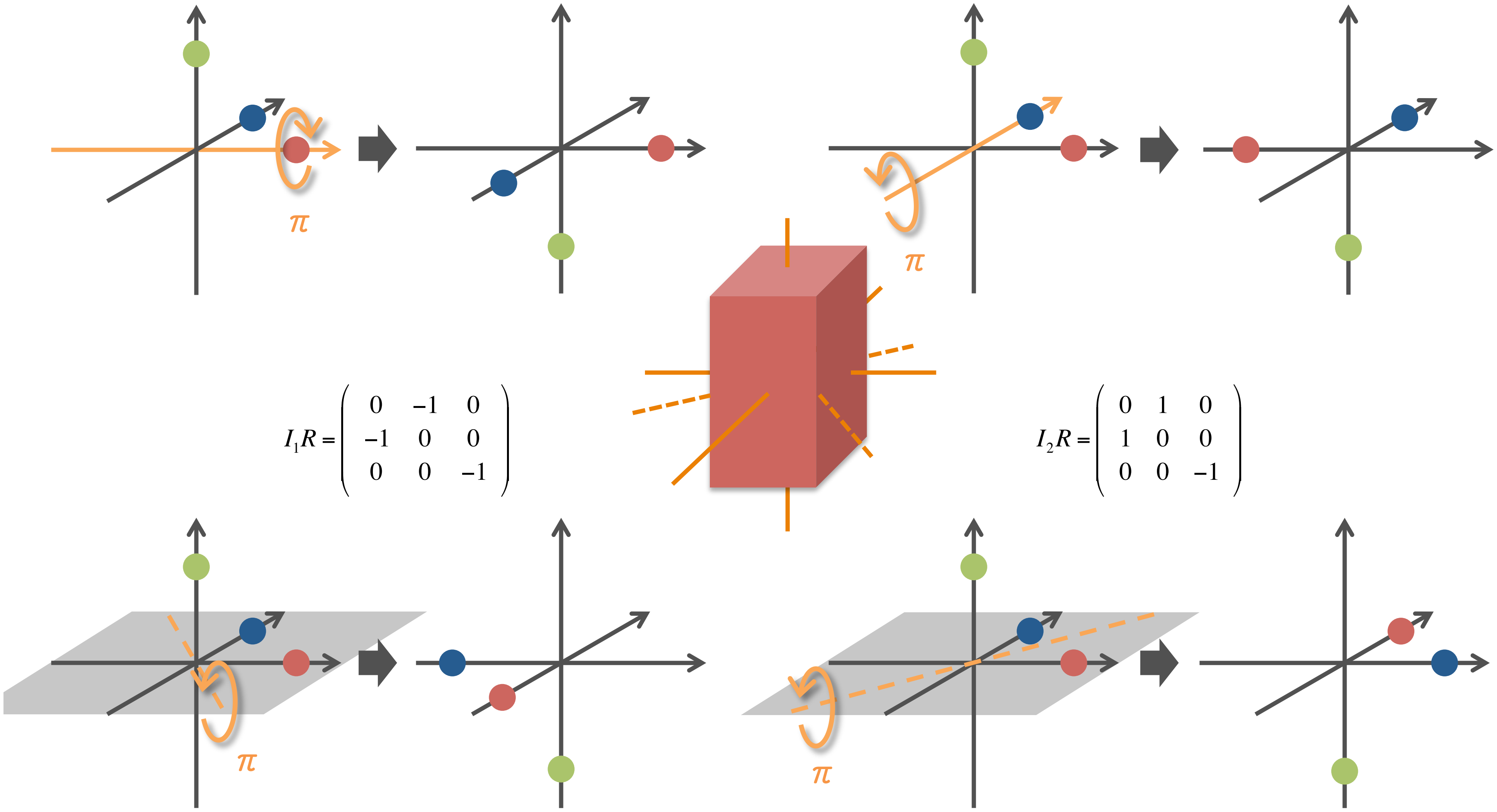


D_n symmetry: invariance both (i) under n-times rotation around one rotation axis and (ii) under two-times rotation around the n axes that are perpendicular to the rotation axis in (i).

D_4 symmetry

$$I_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$



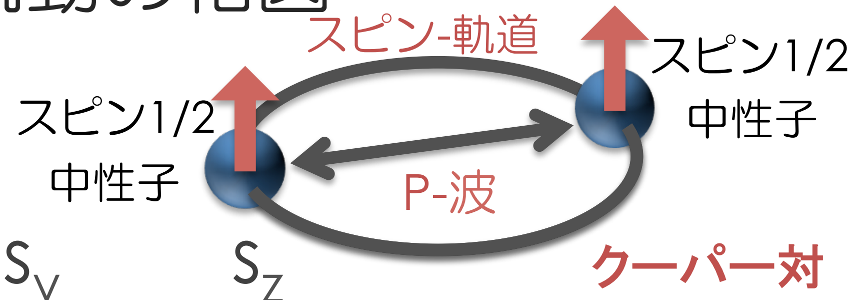
$$I_1 R = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$I_2 R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

Tabakin (1968), Hoffenberg, Glassgold, Richardson, Ruderman (1970), Tamagaki (1970), Takatsuka, Tamagaki (1971), Takatsuka (1972), ...

$\boxed{{}^3P_2}$



秩序変数
(中性子-中性子凝縮)

$$A(t,\boldsymbol{x}) = A_0 \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{cccc} s_x & s_y & s_z & \\ \left(\begin{matrix} r \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right. & \begin{matrix} 0 \\ -(1+r) \\ 0 \end{matrix} & \left.\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix}\right) & \begin{matrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{matrix} \end{array}$$

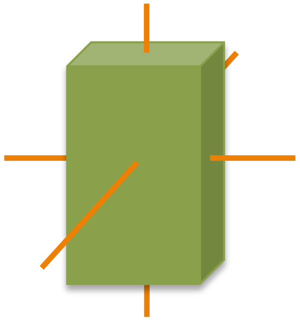
対称・トレースレスなテンソル

スピン (s_x, s_y, s_z)
×**運動量** (q_x, q_y, q_z)

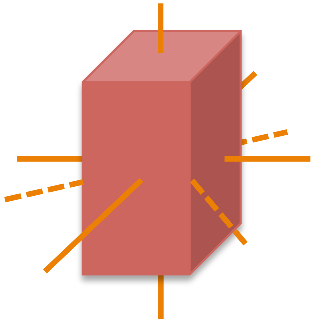
内部パラメーター: $-1 \le r \le -1/2$

O(2)


UN: uniaxial nematic
(r=-1/2)

D_2


D_2-BN: D_2 biaxial nematic
(-1<r<-1/2)

D_4


D_4-BN: D_4 biaxial nematic
(r=-1)

$\mathrm{U(1)\times SO(3)_{L+S} \to O(2)}$ $\mathrm{U(1)\times SO(3)_{L+S} \to D_2}$ $\mathrm{U(1)\times SO(3)_{L+S} \to D_4}$

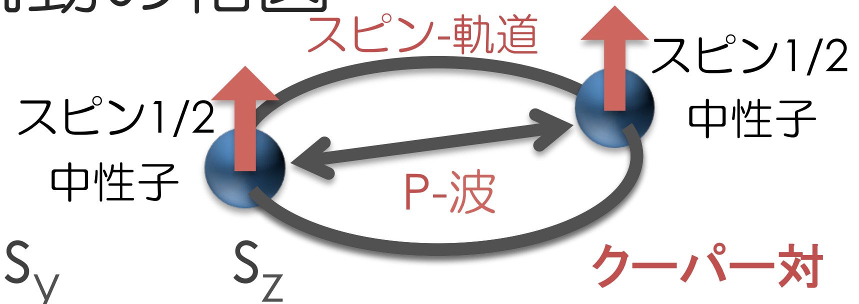
全体の位相 **LSポテンシャル**
(LとSの同時回転)

対称性の自発的破れ

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

Tabakin (1968), Hoffenberg, Glassgold, Richardson, Ruderman (1970), Tamagaki (1970), Takatsuka, Tamagaki (1971), Takatsuka (1972), ...

$$\boxed{{}^3P_2}$$



秩序変数
(中性子-中性子凝縮)

$$A(t,\boldsymbol{x}) = A_0 \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{ccc|c} s_x & s_y & s_z & \\ r & 0 & 0 & q_x \\ 0 & -(1+r) & 0 & q_y \\ 0 & 0 & 1 & q_z \end{array}$$

$$A(t,\boldsymbol{x}) = A_0 \begin{pmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & -(1+r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対称・トレースレスなテンソル

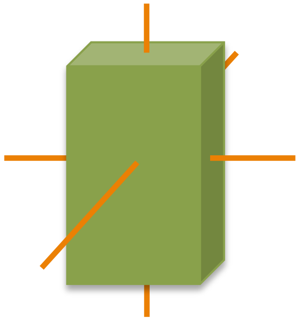
スピン (s_x, s_y, s_z)
×運動量 (q_x, q_y, q_z)

内部パラメーター: $-1 \leq r \leq -1/2$

O(2)

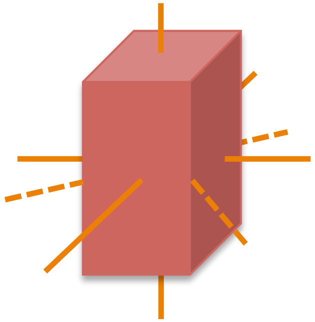
UN: uniaxial nematic
(r=-1/2)

D_2



D_2-BN: D_2 biaxial nematic
(-1<r<-1/2)

D_4



D_4-BN: D_4 biaxial nematic
(r=-1)

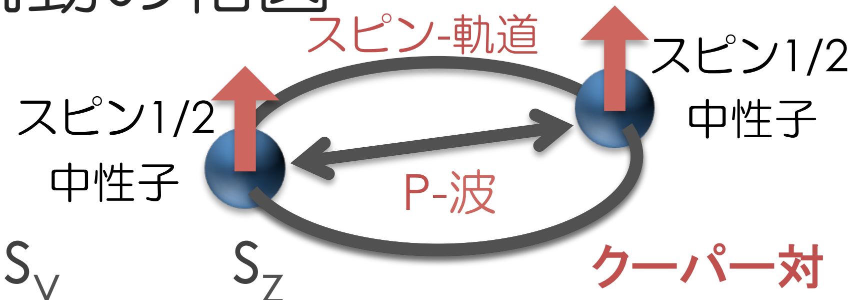
ホモトピー群

Phase	H	G/H	π_0	π_1	π_2	π_3	π_4
UN	O(2)	U(1) × [SO(3)/O(2)]	0	$\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}_2$
D_2 BN	D_2	U(1) × [SO(3)/D_2]	0	$\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Q}$	0	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}_2$
D_4 BN	D_4	[U(1) × SO(3)]/D_4	0	$\mathbb{Z}\times_h D_4^*$	0	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}_2$

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

Tabakin (1968), Hoffenberg, Glassgold, Richardson, Ruderman (1970), Tamagaki (1970), Takatsuka, Tamagaki (1971), Takatsuka (1972), ...

$\boxed{^3P_2}$



秩序変数
(中性子-中性子凝縮)

$$A(t,\boldsymbol{x}) = A_0 \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{ccc|c} S_x & S_y & S_z & \\ r & 0 & 0 & q_x \\ 0 & -(1+r) & 0 & q_y \\ 0 & 0 & 1 & q_z \end{array}$$

$$A(t,\boldsymbol{x}) = A_0 \begin{pmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & -(1+r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対称・トレースレスなテンソル

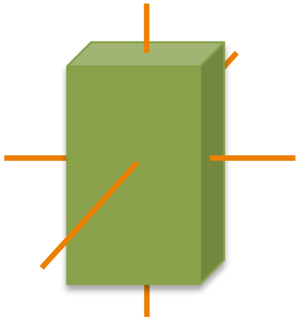
スピン (s_x, s_y, s_z)
×運動量 (q_x, q_y, q_z)

内部パラメーター: $-1 \leq r \leq -1/2$

O(2)

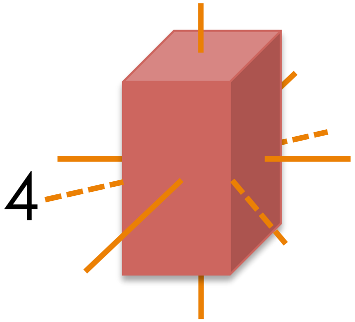
UN: uniaxial nematic
(r=-1/2)

D_2



D_2-BN: D_2 biaxial nematic
(-1<r<-1/2)

D_4



D_4-BN: D_4 biaxial nematic
(r=-1)

トポロジカル物質

"中性子星=トポロジカル天体"

Quantized vortex: K. Masuda M. Nitta, PRC93, 035804 (2016)
Gapless Majorana fermions: T. Mizushima, K. Masuda, M. Nitta, PRB95, 140503 (2017)
Soliton on vortex: C. Chatterjee, M. Haberichter, M. Nitta, PRC96, 055807 (2017)
Half-quantized non-Abelian vortex: K. Masuda, M. Nitta, PTEP2020, 013D01 (2020)
Y. Masaki, T. Mizushima, M. Nitta, arXiv:2107.02448 [cond-mat.supr-con]
and more ...

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

ハミルトニアン
フェルミオン理論

$$\mathcal{H} = \int d\boldsymbol{r}\psi_a^\dagger(\boldsymbol{r})\xi_{ab}(-i\boldsymbol{\nabla})\psi_b(\boldsymbol{r})$$

$$+\frac{1}{2}\int d\boldsymbol{r}_1\int d\boldsymbol{r}_2 \boxed{V_{a,b}^{c,d}(\boldsymbol{r}_{12})}\psi_a^\dagger(\boldsymbol{r}_1)\psi_b^\dagger(\boldsymbol{r}_2)\psi_c(\boldsymbol{r}_2)\psi_d(\boldsymbol{r}_1)$$

$\propto L \cdot S$

$^3P_2$ チャンネルにおける引力（LSポテンシャル）

$$\xi(\boldsymbol{k}) = \xi_0(\boldsymbol{k}) - \frac{1}{2}\gamma_{\rm n}\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{B}$$

スピン-磁場相互作用

Bogoliubov-de Gennes (BdG) 理論

フェルミオン

F. Tabakin, Single Phys. Rev. 174, 1208 (1968)
M. Hoffberg, A. E. Glassgold, R. W. Richardson, M. Ruderman, Phys. Rev. Lett. 24, 775 (1970)
R. Tamagaki, Progress of Theoretical Physics 44, 905 (1970)
T. Takatsuka, R. Tamagaki, Progress of Theoretical Physics 46, 114 (1971)
T. Takatsuka, R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. Suppl. 112, 27 (1993)
M. Baldo, J. Cugnon, A. Lejeune, U. Lombardo, Nucl. Phys. A536, 349 (1992)
O. Elgaroy, L. Engvik, M. Hjorth-Jensen, E. Osnes, Nucl. Phys. A607, 425 (1996)
V. A. Khodel, V. V. Khodel, J. W. Clark, Phys. Rev. Lett. 81, 3828 (1998)
M. Baldo, O. Elgaroey, L. Engvik, M. Hjorth- Jensen, H. J. Schulze, Phys. Rev. C58, 1921 (1998)
V. V. Khodel, V. A. Khodel, J. W. Clark, Nucl. Phys. A679, 827 (2001)
M. V. Zverev, J. W. Clark, V. A. Khodel, Nucl. Phys. A720, 20 (2003)
S. Maurizio, J. W. Holt, P. Finelli, Phys. Rev. C90, 044003 (2014)
S. K. Bogner, R. J. Furnstahl, A. Schwenk, Prog. Part. Nucl. Phys. 65, 94 (2010)
S. Srinivas and S. Ramanan, Phys. Rev. C94, 064303 (2016)
T. Mizushima, K. Masuda, M. Nitta, Phys. Rev. C93, 035804 (2016)
T. Mizushima, K. Masuda, M. Nitta, Phys. Rev. B95, 140503 (R) ()2017
T. Mizushima, S. Yasui, M. Nitta, Phys. Rev. Research2, 013194 (2020)
T. Mizushima, S. Yasui, D. Inotani, M. Nitta, Phy. Rev. C104, 045803 (2021)
…

Ginzburg-Landau (GL) 理論

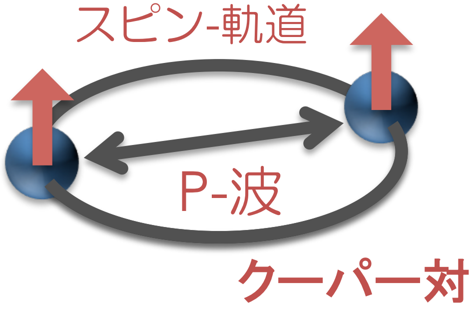
ボソン

R. W. Richardson, Phys. Rev. D5, 1883 (1972)
J. A. Sauls and J. Serene, Phys. Rev. D17, 1524 (1978)
P. Muzikar, J. A. Sauls, . W. Serene, Phys. Rev. D21, 1494 (1980)
J. A. Sauls, D. L. Stein, J. W. Serene, , Phys. Rev. D25, 967 (1982)
V. Z. Vulovic, J. A. Sauls, Phys. Rev. D29, 2705 (1984)
K. Masuda, M. Nitta, Phys. Rev. C93, 035804 (2016)
K. Masuda and M. Nitta, PTEP2020, 013D01 (2020)
S. Yasui, C. Chatterjee, and M. Nitta, Phys. Rev. C101, 025204 (2020)
S. Yasui, M. Nitta, Phys. Rev. C101, 015207 (2020)
S. Yasui, C. Chatterjee, M. Nitta, Phys. Rev. C99, 035213 (2019)
S. Yasui, C. Chatterjee, M. Kobayashi, M. Nitta, Phys. Rev. C100, 025204 (2019)
T. Mizushima, S. Yasui, M. Nitta, Phys. Rev. Research2, 013194 (2020)
S. Yasui, D. Inotani, M. Nitta, Phys. Rev. C101, 055806 (2020)
T. Mizushima, S. Yasui, D. Inotani, M. Nitta, Phy. Rev. C104, 045803 (2021)
…

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

Bogoliubov-de Gennes (BdG) 理論

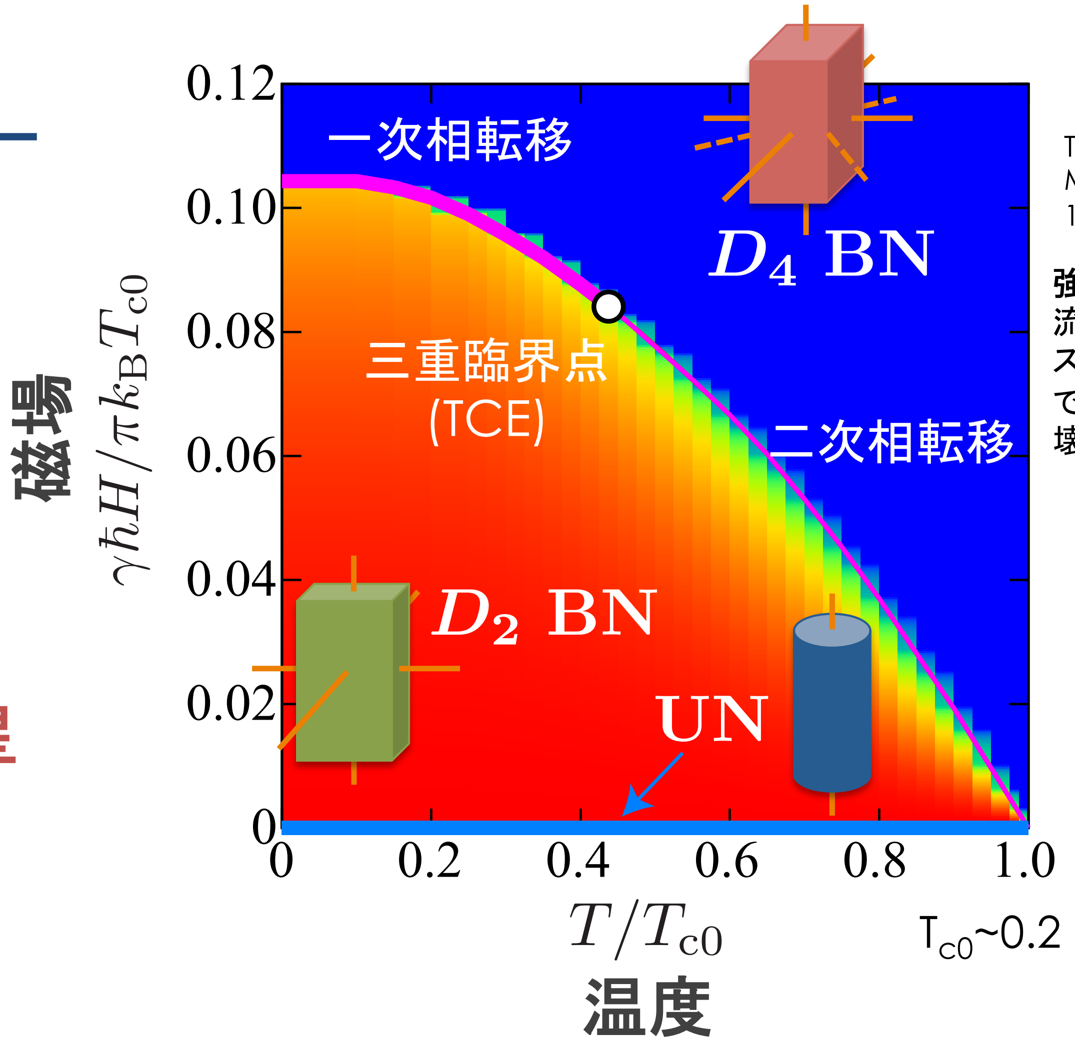
$$\mathscr{H}(\boldsymbol{k}) = \begin{pmatrix} \varepsilon(\boldsymbol{k}) & i\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{d}(\boldsymbol{k})\sigma_2 \\ i\sigma_2\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{d}^*(-\boldsymbol{k}) & -\varepsilon^{\mathrm{T}}(-\boldsymbol{k}) \end{pmatrix}$$



マグネター

↕

中性子星



T_{c0}~0.2 MeV

T. Mizushima, K. Masuda, M. Nitta, Phys. Rev. B95, 140503(R) (2017)

強磁場に対する耐性：強磁場でも$^3P_2$超流動は壊れない（準古典近似）。これはスピンが平行であるためである。一方で$^1S_0$超流動はスピンが反平行なので壊れる。

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

Ginzburg-Landau (GL) 理論

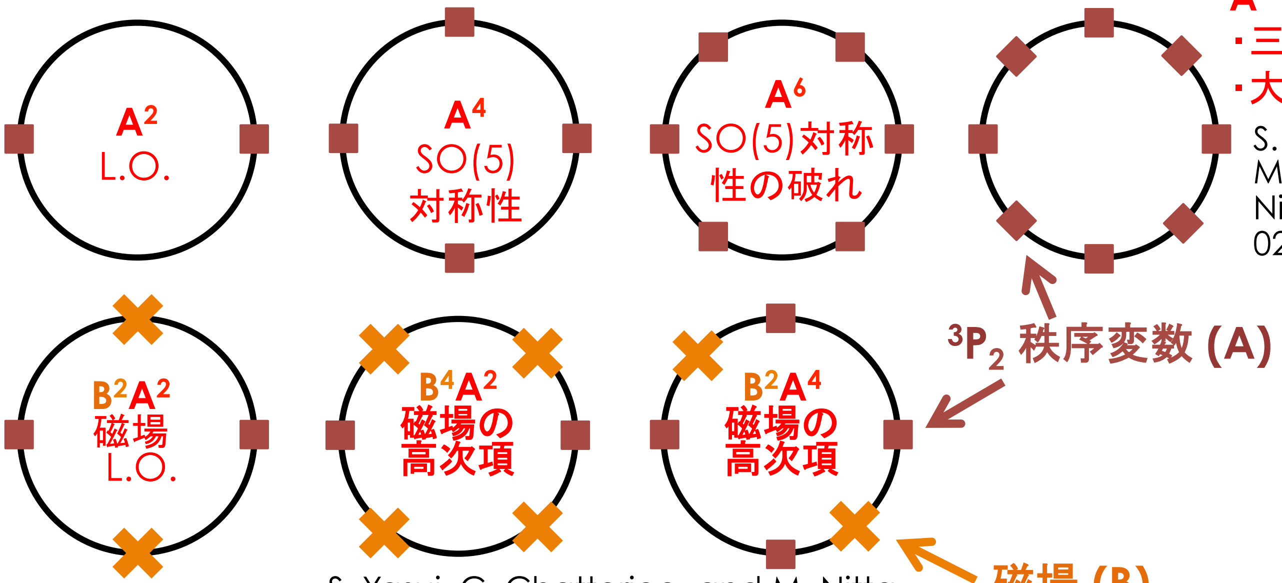
(A: テンソル型秩序変数, B: 磁場)

Tabakin (1968), Hoffenberg, Glassgold, Richardson, Ruderman (1970), Tamagaki (1970), Takatsuka, Tamagaki (1971), Takatsuka (1972), ...

$$\boxed{A_{ab} \sim \psi S^a \nabla^b \psi} \quad a,b=1,2,3$$

$$f=A^2+A^4+A^6+A^8+B^2A^2+B^4A^2+B^2A^4+\dots$$

✔ フェルミオン(中性子)に対するループ展開 (自由エネルギー)



A^8

- 三重臨界点
- 大域的安定性

S. Yasui, C. Chatterjee, M. Kobayashi, and M. Nitta, Phys. Rev. C100, 025204 (2019).

S. Yasui, C. Chatterjee, and M. Nitta, Phys. Rev. C99, 035213 (2019).

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

Ginzburg-Landau (GL) 理論

(A: テンソル型秩序変数, B: 磁場)

Tabakin (1968), Hoffenberg, Glassgold, Richardson, Ruderman (1970), Tamagaki (1970), Takatsuka, Tamagaki (1971), Takatsuka (1972), ...

$$\boxed{A_{ab} \sim \psi S^a \nabla^b \psi}$$

a,b=1,2,3

$$f = A^2 + A^4 + A^6 + A^8 + B^2 A^2 + B^4 A^2 + B^2 A^4 + \ldots$$

$$f[A] = K^{(0)}\left(\nabla_{xi}A^{ba*}\nabla_{xi}A^{ab} + \nabla_{xi}A^{ia*}\nabla_{xj}A^{aj} + \nabla_{xi}A^{ja*}\nabla_{xj}A^{ai}\right)$$

A^2 → 運動項

A^2 → L.O.

$$+\alpha^{(0)}(\mathrm{tr}A^*A) + \beta^{(0)}\left((\mathrm{tr}\,A^*A)^2 - (\mathrm{tr}\,A^{*2}A^2)\right)$$

A^4 → SO(5)対称性 (擬Nambu−Goldstoneボソン)

$$+\gamma^{(0)}\Big(-3(\mathrm{tr}\,A^*A)(\mathrm{tr}\,A^2)(\mathrm{tr}\,A^{*2}) + 4(\mathrm{tr}\,A^*A)^3 + 6(\mathrm{tr}\,A^*A)(\mathrm{tr}\,A^{*2}A^2) + 12(\mathrm{tr}\,A^*A)(\mathrm{tr}\,A^*AA^*A)$$

A^6 → SO(5)対称性の破れ

$$-6(\mathrm{tr}\,A^{*2})(\mathrm{tr}\,A^*A^3) - 6(\mathrm{tr}\,A^2)(\mathrm{tr}\,A^{*3}A) - 12(\mathrm{tr}\,A^{*3}A^3) + 12(\mathrm{tr}\,A^{*2}A^2A^*A) + 8(\mathrm{tr}\,A^*AA^*AA^*A)\Big)$$

$$+\delta^{(0)}\Big((\mathrm{tr}\,A^{*2})^2(\mathrm{tr}\,A^2)^2 + 2(\mathrm{tr}\,A^{*2})^2(\mathrm{tr}\,A^4) - 8(\mathrm{tr}\,A^{*2})(\mathrm{tr}\,A^*AA^*A)(\mathrm{tr}\,A^2) - 8(\mathrm{tr}\,A^{*2})(\mathrm{tr}\,A^*A)^2(\mathrm{tr}\,A^2)$$

A^8

- 三重臨界点
- 大域的安定性

$$-32(\mathrm{tr}\,A^{*2})(\mathrm{tr}\,A^*A)(\mathrm{tr}\,A^*A^3) - 32(\mathrm{tr}\,A^{*2})(\mathrm{tr}\,A^*AA^*A^3) - 16(\mathrm{tr}\,A^{*2})(\mathrm{tr}\,A^*A^2A^*A^2)$$

$$+2(\mathrm{tr}\,A^{*4})(\mathrm{tr}\,A^2)^2 + 4(\mathrm{tr}\,A^{*4})(\mathrm{tr}\,A^4) - 32(\mathrm{tr}\,A^{*3}A)(\mathrm{tr}\,A^*A)(\mathrm{tr}\,A^2)$$

$$-64(\mathrm{tr}\,A^{*3}A)(\mathrm{tr}\,A^*A^3) - 32(\mathrm{tr}\,A^{*3}AA^*A)(\mathrm{tr}\,A^2) - 64(\mathrm{tr}\,A^{*3}A^2A^*A^2) - 64(\mathrm{tr}\,A^{*3}A^3)(\mathrm{tr}\,A^*A)$$

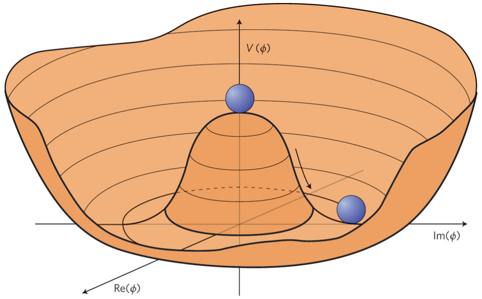
$$-64(\mathrm{tr}\,A^{*2}AA^{*2}A^3) - 64(\mathrm{tr}\,A^{*2}AA^*A^2)(\mathrm{tr}\,A^*A) + 16(\mathrm{tr}\,A^{*2}A^2)^2 + 32(\mathrm{tr}\,A^{*2}A^2)(\mathrm{tr}\,A^*A)^2$$

$$+32(\mathrm{tr}\,A^{*2}A^2)(\mathrm{tr}\,A^*AA^*A) + 64(\mathrm{tr}\,A^{*2}A^2A^{*2}A^2) - 16(\mathrm{tr}\,A^{*2}AA^{*2}A)(\mathrm{tr}\,A^2) + 8(\mathrm{tr}\,A^*A)^4$$

$$+48(\mathrm{tr}\,A^*A)^2(\mathrm{tr}\,A^*AA^*A) + 192(\mathrm{tr}\,A^*A)(\mathrm{tr}\,A^*AA^{*2}A^2) + 64(\mathrm{tr}\,A^*A)(\mathrm{tr}\,A^*AA^*AA^*A)$$

$$-128(\mathrm{tr}\,A^*AA^{*3}A^3) + 64(\mathrm{tr}\,A^*AA^{*2}AA^*A^2) + 24(\mathrm{tr}\,A^*AA^*A)^2 + 128(\mathrm{tr}\,A^*AA^*AA^{*2}A^2)$$

$$+48(\mathrm{tr}\,A^*AA^*AA^*AA^*A)\Big)$$



B^2A^2 → L.O.

$$+\beta^{(2)}\boldsymbol{B}^tA^*A\boldsymbol{B} + \beta^{(4)}|\boldsymbol{B}|^2\boldsymbol{B}^tA^*A\boldsymbol{B}$$

B^4A^2 → 磁場の高次項

$$+\gamma^{(2)}\Big(-2\,|\boldsymbol{B}|^2(\mathrm{tr}\,A^2)(\mathrm{tr}\,A^{*2}) - 4\,|\boldsymbol{B}|^2(\mathrm{tr}\,A^*A)^2 + 4\,|\boldsymbol{B}|^2(\mathrm{tr}\,A^*AA^*A) + 8\,|\boldsymbol{B}|^2(\mathrm{tr}\,A^{*2}A^2)$$

B^2A^4 → 磁場の高次項

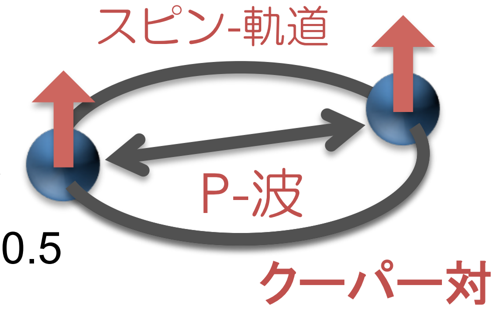
$$+\boldsymbol{B}^tA^2\boldsymbol{B}(\mathrm{tr}\,A^{*2}) - 8\,\boldsymbol{B}^tA^*A\boldsymbol{B}(\mathrm{tr}\,A^*A) + \boldsymbol{B}^tA^{*2}\boldsymbol{B}(\mathrm{tr}\,A^2) + 2\,\boldsymbol{B}^tAA^{*2}A\boldsymbol{B}$$

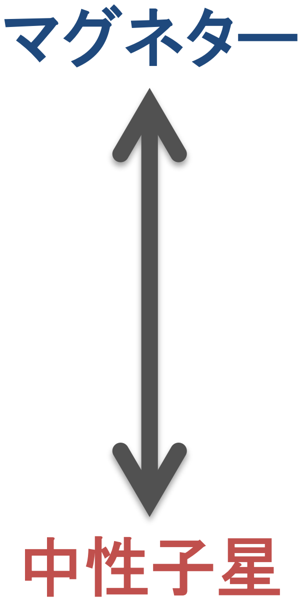
$$+2\,\boldsymbol{B}^tA^*A^2A^*\boldsymbol{B} - 8\,\boldsymbol{B}^tA^*AA^*A\boldsymbol{B} - 8\,\boldsymbol{B}^tA^{*2}A^2\boldsymbol{B}\Big)$$

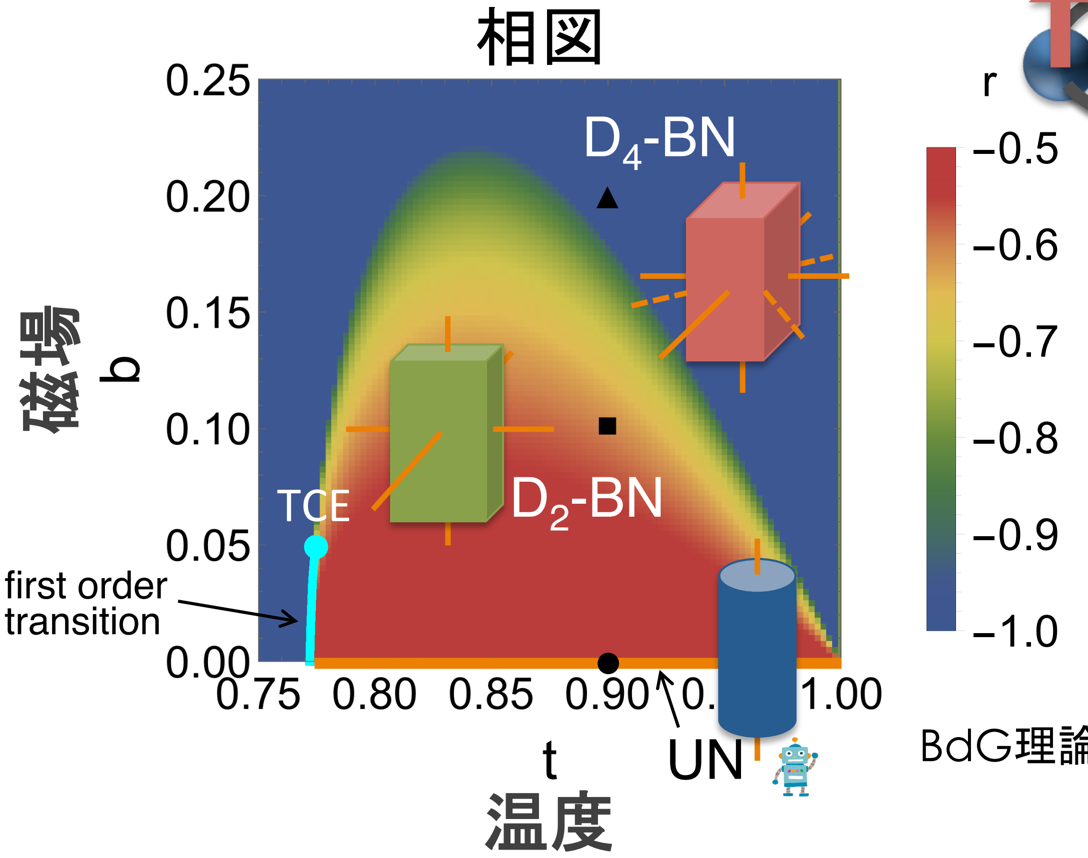
2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

Ginzburg-Landau (GL) 理論

(A: テンソル型秩序変数, B: 磁場)







BdG理論の結果と整合的である

magnetic field	zero	weak	strong
bulk phase	UN	D_2-BN	D_4-BN

S. Yasui, C. Chatterjee, M. Kobayashi, and M. Nitta, Phys. Rev. C100, 025204 (2019)
T. Mizushima, S. Yasui and M. Nitta, Phys. Rev. Research 2, 013194 (2020)

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

臨界指数(α, β, γ, δ)

比熱: $C_V(T, B_{\rm cep}) - C_V(T_{\rm cep}, B_{\rm cep}) \propto |T - T_{\rm cep}|^{-\alpha}$,

磁化: $M(T, B_{\rm cep}) - M(T_{\rm cep}, B_{\rm cep}) \propto |T - T_{\rm cep}|^{\beta}$,

$M(T_{\rm cep}, B) - M(T_{\rm cep}, B_{\rm cep}) \propto |B - B_{\rm cep}|^{1/\delta}$,

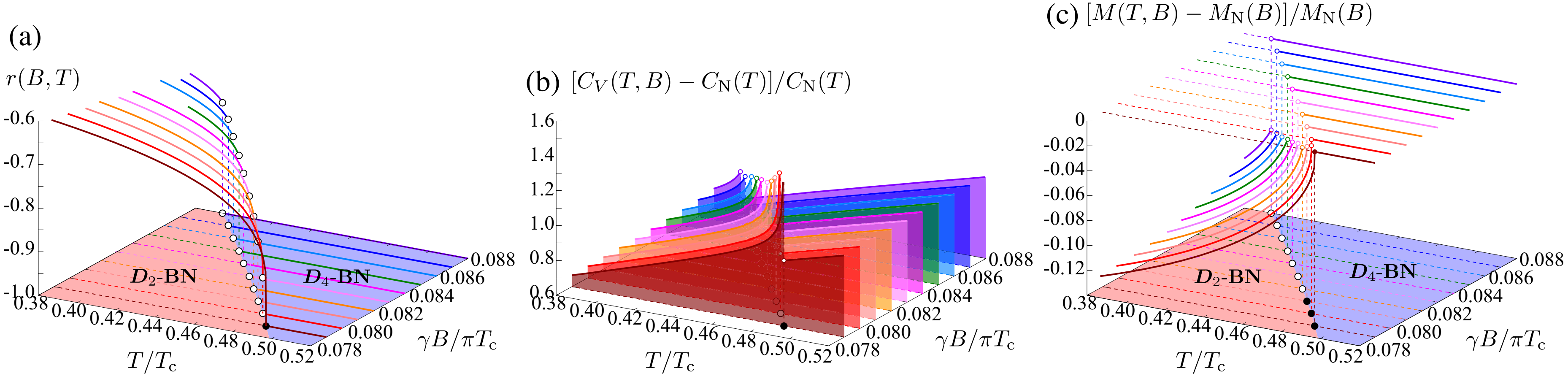
スピン磁化率: $\chi(T, B_{\rm cep}) - \chi(T_{\rm cep}, B_{\rm cep}) \propto |T - T_{\rm cep}|^{-\gamma}$,

三重臨界点(TCE)における物理量の発散

r (-1≤r≤-1/2)

C: 比熱

M: 磁化



2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

臨界指数(α, β, γ, δ)

比熱: $C_V(T,B_{\rm cep}) - C_V(T_{\rm cep},B_{\rm cep}) \propto |T-T_{\rm cep}|^{-\alpha}$,

磁化: $M(T,B_{\rm cep}) - M(T_{\rm cep},B_{\rm cep}) \propto |T-T_{\rm cep}|^{\beta}$,

$M(T_{\rm cep},B) - M(T_{\rm cep},B_{\rm cep}) \propto |B-B_{\rm cep}|^{1/\delta}$,

スピン磁化率: $\chi(T,B_{\rm cep}) - \chi(T_{\rm cep},B_{\rm cep}) \propto |T-T_{\rm cep}|^{-\gamma}$,

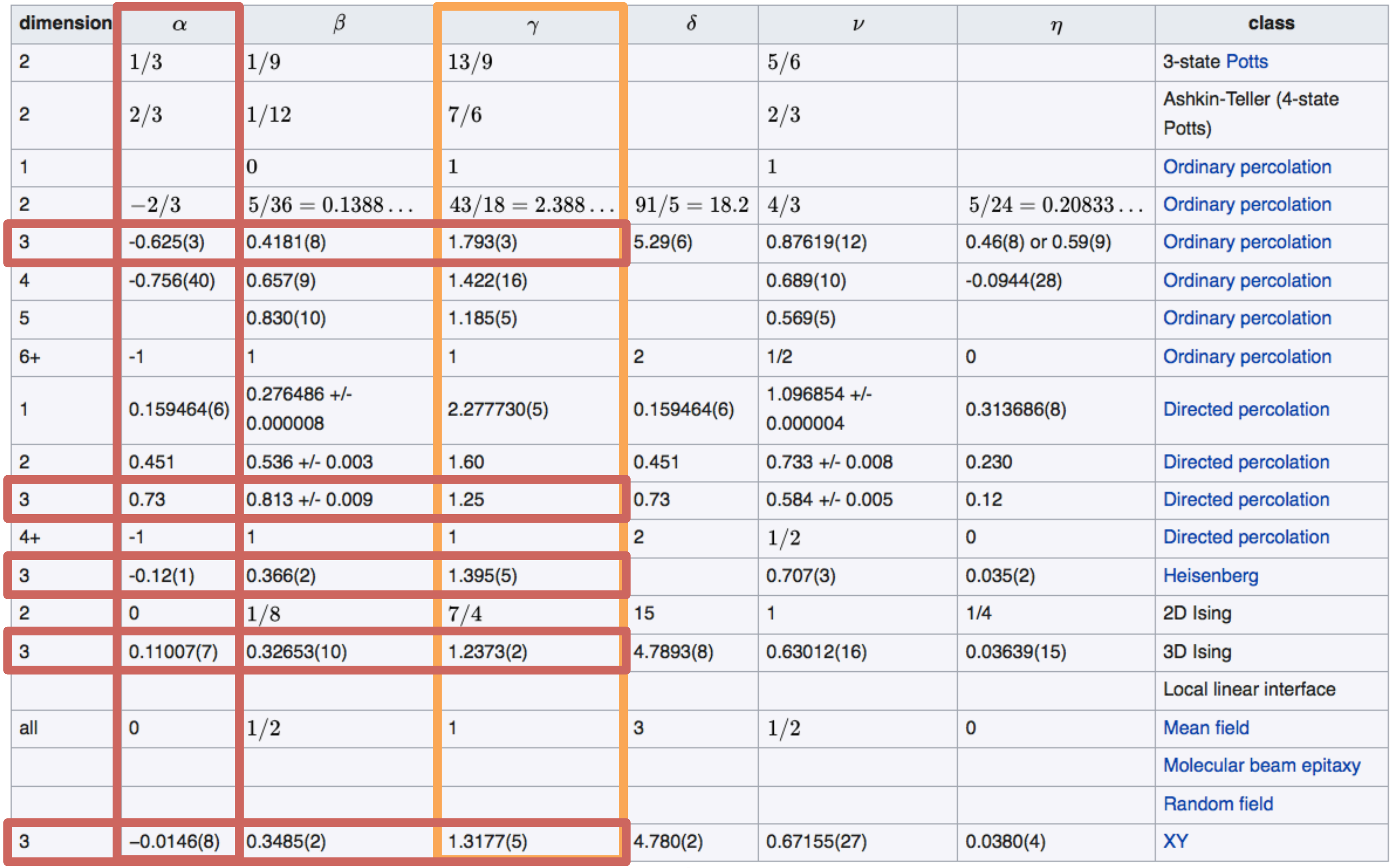
	フェルミ液体パラメーター	比熱	磁化	スピン磁化率	磁化
	$G_0^{(\rm n)}$	α	β	γ	δ
BdG	-0.7	0.68	0.41	0.57	2.3
	-0.4	0.60	0.45	0.59	2.3
GL		0.60	0.49	0.52	1.95

$\alpha \gg 0$　　$\gamma < 1$

新しい臨界指数のユニバーサリティクラス

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図

さまざまな物質における臨界指数



dimension	α	β	γ	δ	ν	η	class
2	$1/3$	$1/9$	$13/9$		$5/6$		3-state Potts
2	$2/3$	$1/12$	$7/6$		$2/3$		Ashkin-Teller (4-state Potts)
1		0	1		1		Ordinary percolation
2	$-2/3$	$5/36 = 0.1388\ldots$	$43/18 = 2.388\ldots$	$91/5 = 18.2$	$4/3$	$5/24 = 0.20833\ldots$	Ordinary percolation
3	-0.625(3)	0.4181(8)	1.793(3)	5.29(6)	0.87619(12)	0.46(8) or 0.59(9)	Ordinary percolation
4	-0.756(40)	0.657(9)	1.422(16)		0.689(10)	-0.0944(28)	Ordinary percolation
5		0.830(10)	1.185(5)		0.569(5)		Ordinary percolation
6+	-1	1	1	2	1/2	0	Ordinary percolation
1	0.159464(6)	0.276486 +/- 0.000008	2.277730(5)	0.159464(6)	1.096854 +/- 0.000004	0.313686(8)	Directed percolation
2	0.451	0.536 +/- 0.003	1.60	0.451	0.733 +/- 0.008	0.230	Directed percolation
3	0.73	0.813 +/- 0.009	1.25	0.73	0.584 +/- 0.005	0.12	Directed percolation
4+	-1	1	1	2	$1/2$	0	Directed percolation
3	-0.12(1)	0.366(2)	1.395(5)		0.707(3)	0.035(2)	Heisenberg
2	0	$1/8$	$7/4$	15	1	1/4	2D Ising
3	0.11007(7)	0.32653(10)	1.2373(2)	4.7893(8)	0.63012(16)	0.03639(15)	3D Ising
							Local linear interface
all	0	$1/2$	1	3	$1/2$	0	Mean field
							Molecular beam epitaxy
							Random field
3	−0.0146(8)	0.3485(2)	1.3177(5)	4.780(2)	0.67155(27)	0.0380(4)	XY

3 dim. α >> 0 **γ < 1** ← 新しい！！ https://en.wikipedia.org/wiki/Universality_class

内容

1. はじめに：中性子星とは？超流動とは？

2. 中性子$^3P_2$超流動の相図：核物理の観点から

3. 中性子星における中性子$^3P_2$超流動

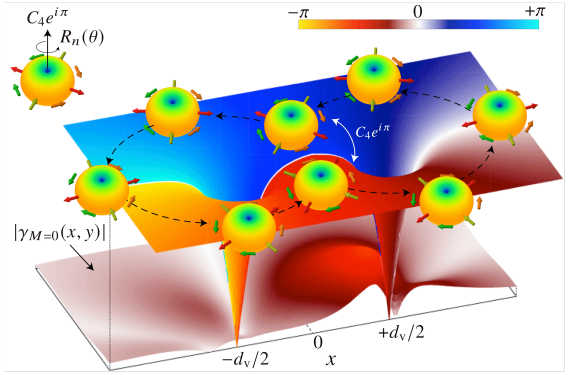
4. まとめと今後の課題

3. 中性子星における中性子$^3P_2$超流動

中性子星/マグネターにおけるさまざまな物質相

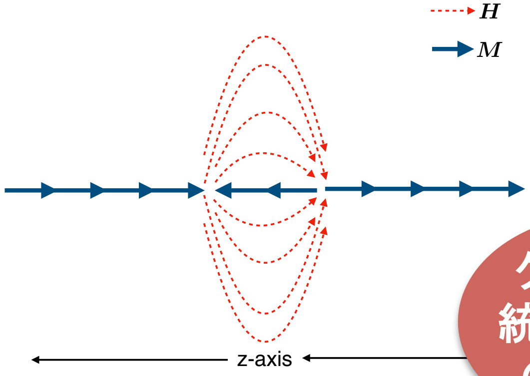
半整数量子渦

Y. Masaki, T. Mizushima, M. Nitta,
arXiv:2107.02448 [cond-mat.supr-con]



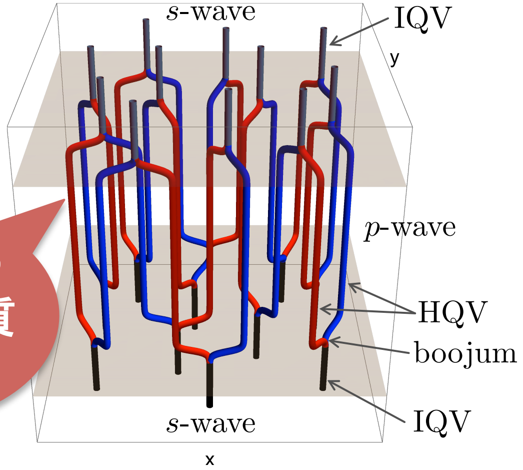
ソリトン励起

C. Chatterjee, M. Haberichter, M. Nitta,
PRC96, 055807 (2017)



量子渦ネットワーク

G. Marmoni, S. Yasui, M. Nitta,
arXiv:2010/09032 [astro-ph.HE]

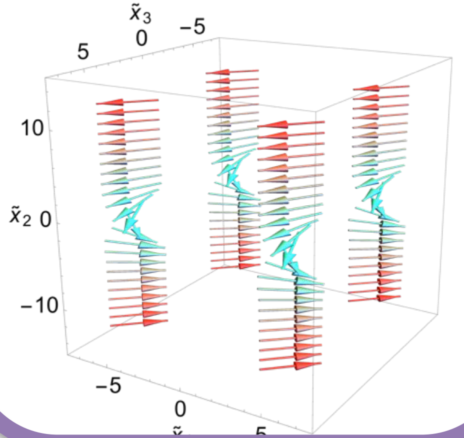


グリッチの
統計的性質
の普遍性

ドメインウォール

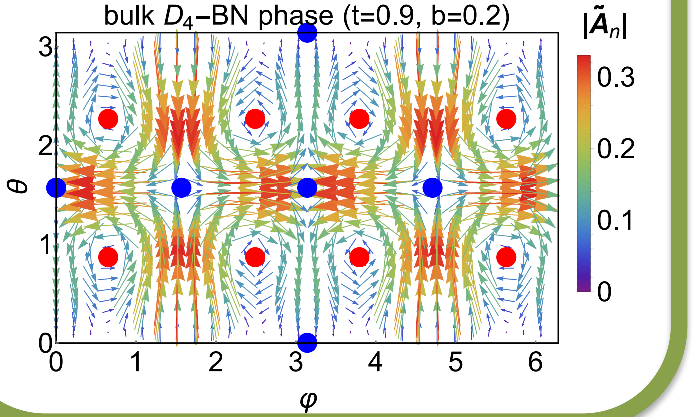
S. Yasui, M. Nitta, PRC101, 015207 (2020)

W_2^{13} in bulk D_4–BN phase (t=0.9,b=0.2)



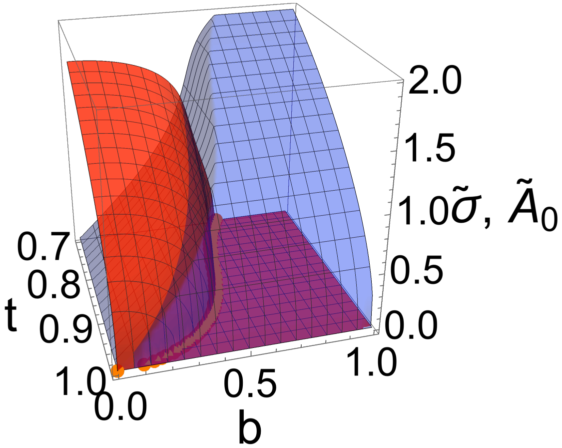
表面トポロジカル欠陥

S. Yasui, C. Chatterjee, M. Nitta, PRC101, 025204 (2020)



$^1S_0$-$^3P_2$ 混合相

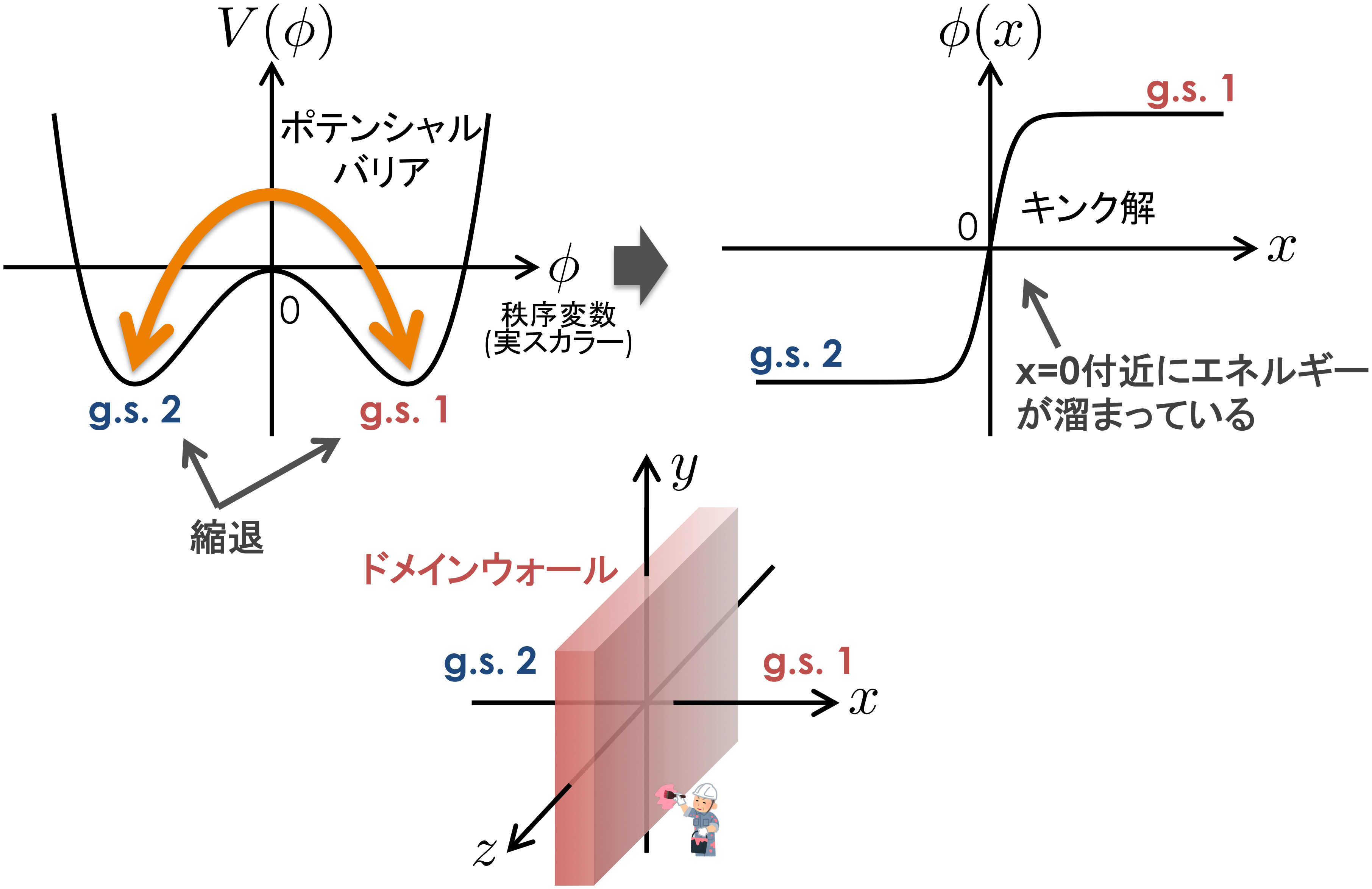
S. Yasui, D. Inotani, M. Nitta,
PRC101, 055806 (2020)



… etc.

3.1 ドメインウォール

ドメインウォール: 二つの異なる基底状態をつなぐ一次元の非一様な解



3.1 ドメインウォール

$^3P_2$ 秩序変数 (スピン × 軌道角運動量)

仮説
(対角成分だけをもつ)

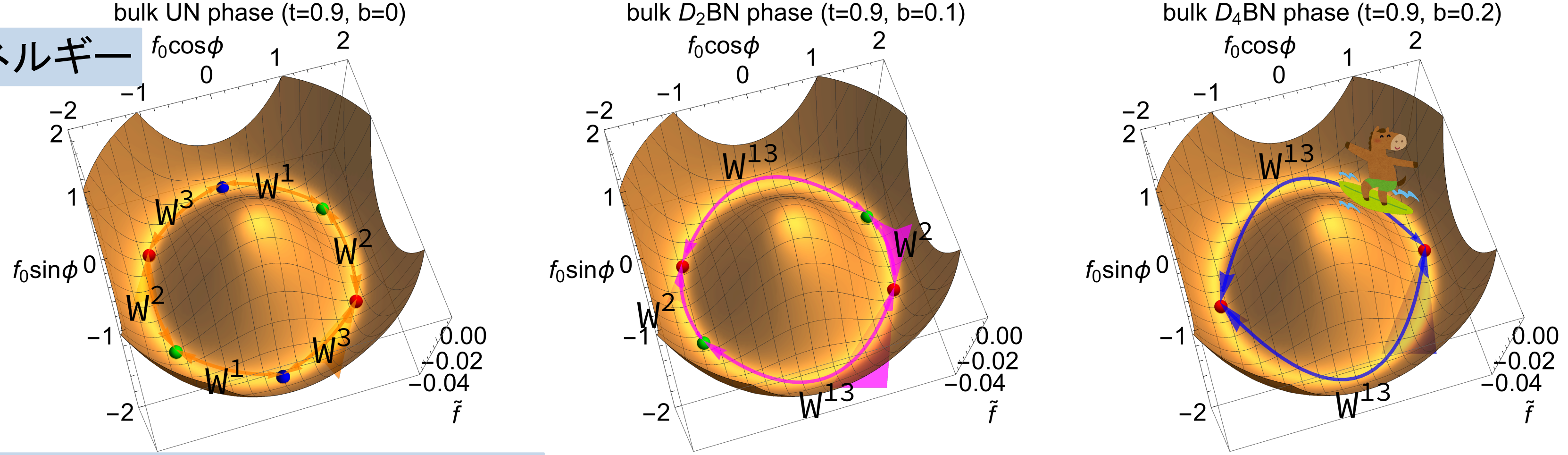
$$A \propto \mathrm{diag}\left(f_1, f_2, f_3\right)$$

$$f_1 + f_2 + f_3 = 0$$

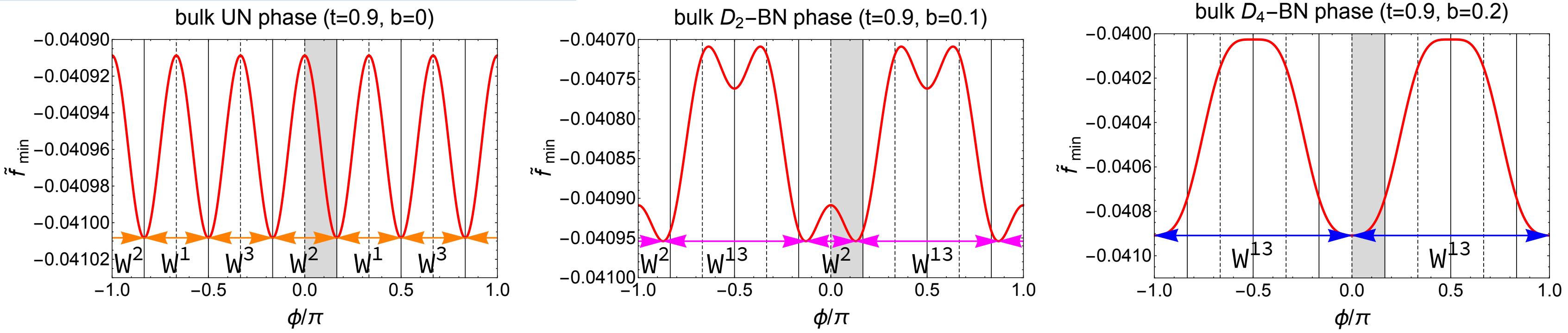
対称・トレースレステンソル

$$f_1 = \left(\frac{\cos\phi}{\sqrt{2}} - \frac{\sin\phi}{\sqrt{6}}\right) f_0, \quad f_2 = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(\sin\phi\right) f_0, \quad f_3 = \left(-\frac{\cos\phi}{\sqrt{2}} - \frac{\sin\phi}{\sqrt{6}}\right) f_0$$

自由エネルギー



自由エネルギー (谷底の角度依存性)



中性子星 ↔ **マグネター**

3.1 ドメインウォール

$^3P_2$ 秩序変数 (スピン × 軌道角運動量)

仮説
(対角成分だけをもつ)

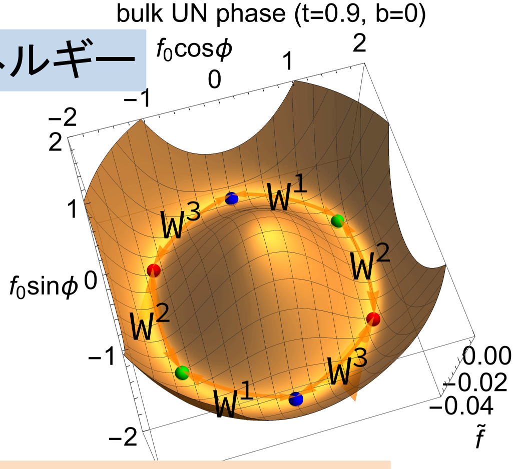
$$A \propto \mathrm{diag}(f_1, f_2, f_3)$$

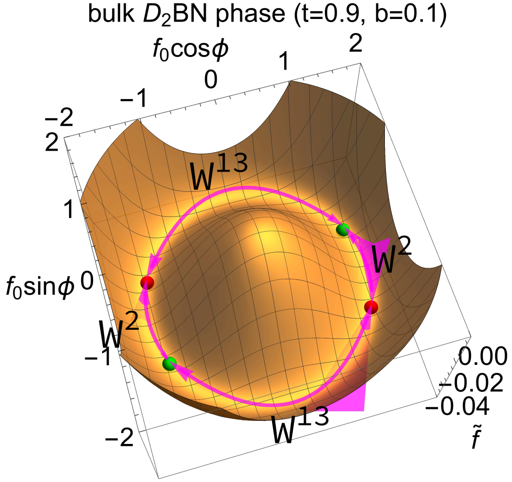
$$f_1 + f_2 + f_3 = 0$$

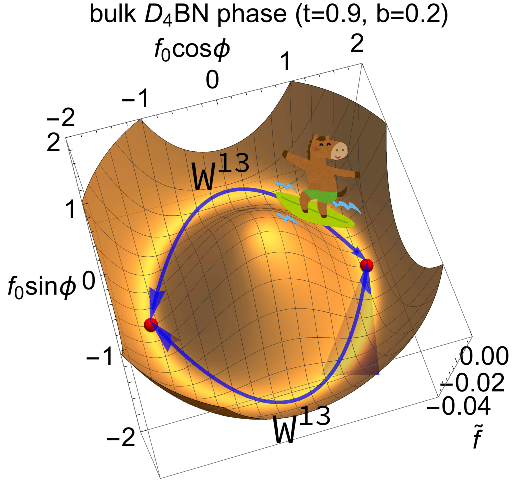
対称・トレースレステンソル

$$f_1 = \left(\frac{\cos\phi}{\sqrt{2}} - \frac{\sin\phi}{\sqrt{6}}\right) f_0, \quad f_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} (\sin\phi) f_0, \quad f_3 = \left(-\frac{\cos\phi}{\sqrt{2}} - \frac{\sin\phi}{\sqrt{6}}\right) f_0$$

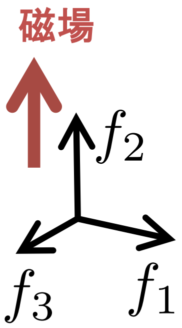
自由エネルギー

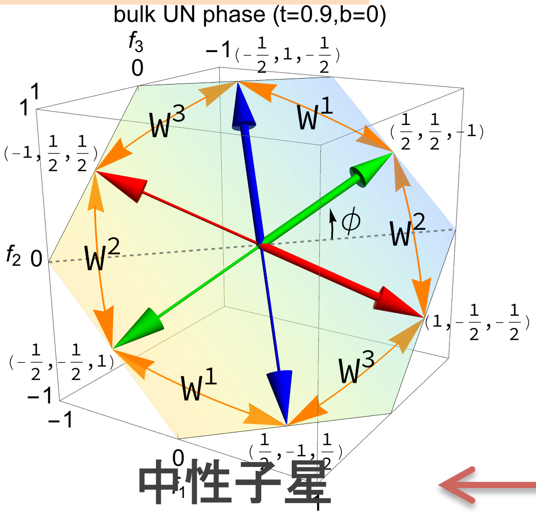

bulk UN phase (t=0.9, b=0)

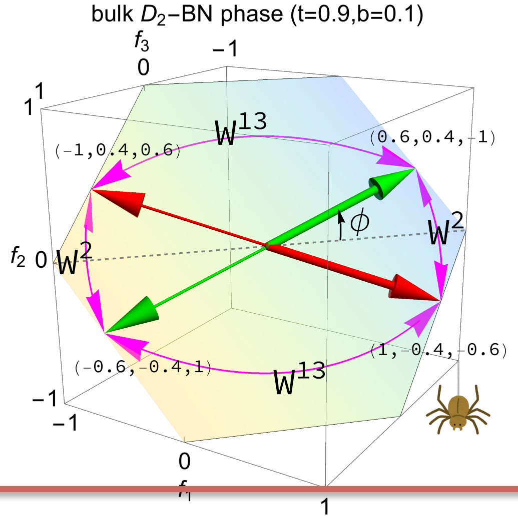

bulk D_2BN phase (t=0.9, b=0.1)

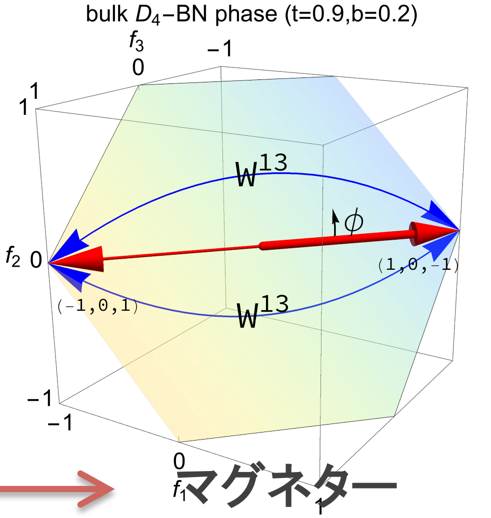

bulk D_4BN phase (t=0.9, b=0.2)

秩序変数: (f_1, f_2, f_3) ベクトル




bulk UN phase (t=0.9,b=0)


bulk D_2–BN phase (t=0.9,b=0.1)


bulk D_4–BN phase (t=0.9,b=0.2)

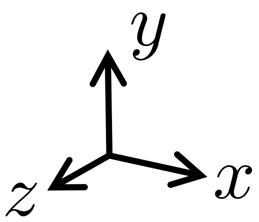
中性子星

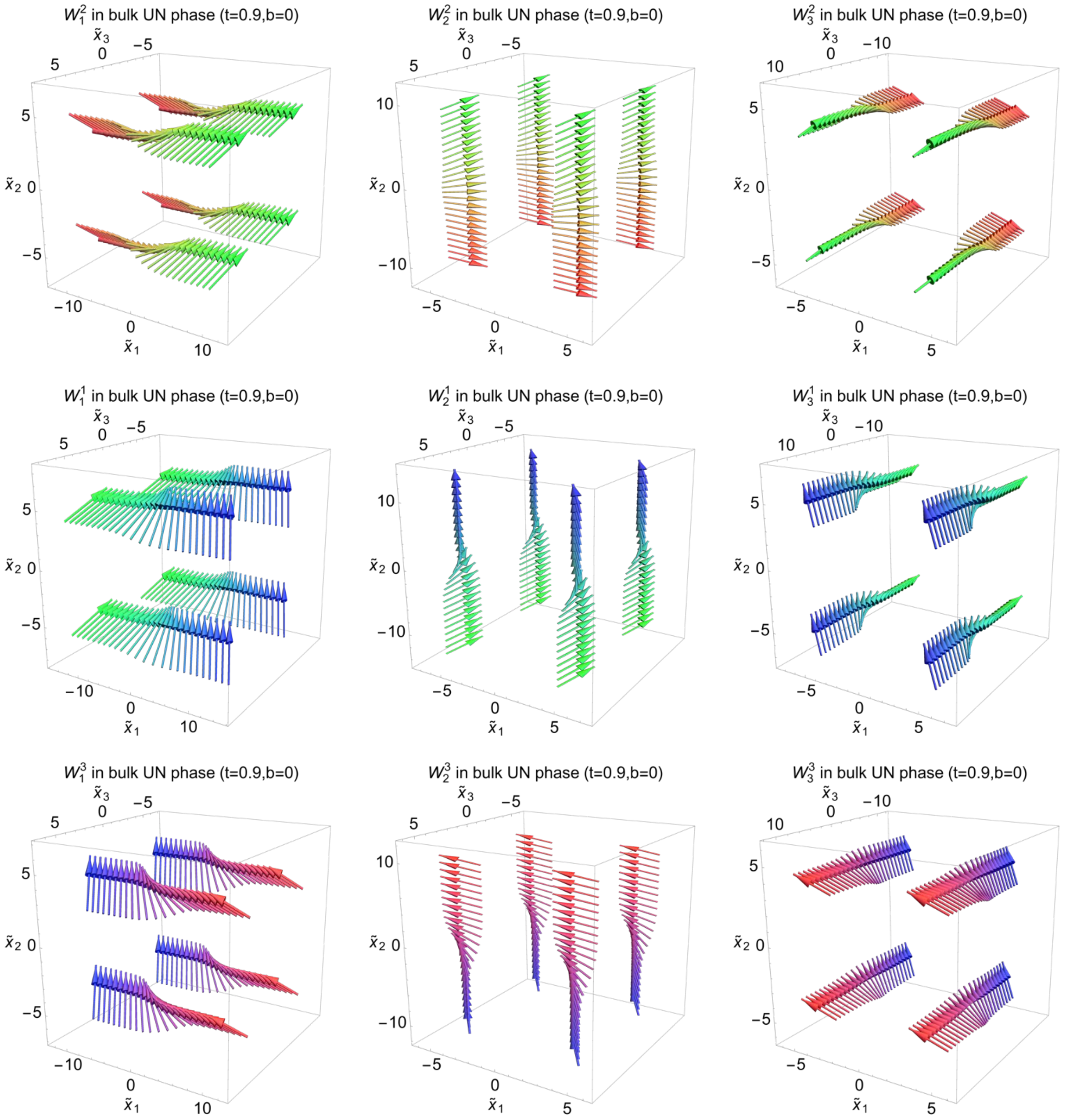
マグネター

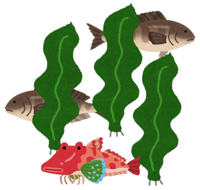
3.1 ドメインウォール

秩序変数 (f_1,f_2,f_3) ベクトルによるドメインウォール

UN相
(中性子星)





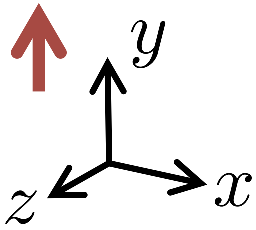


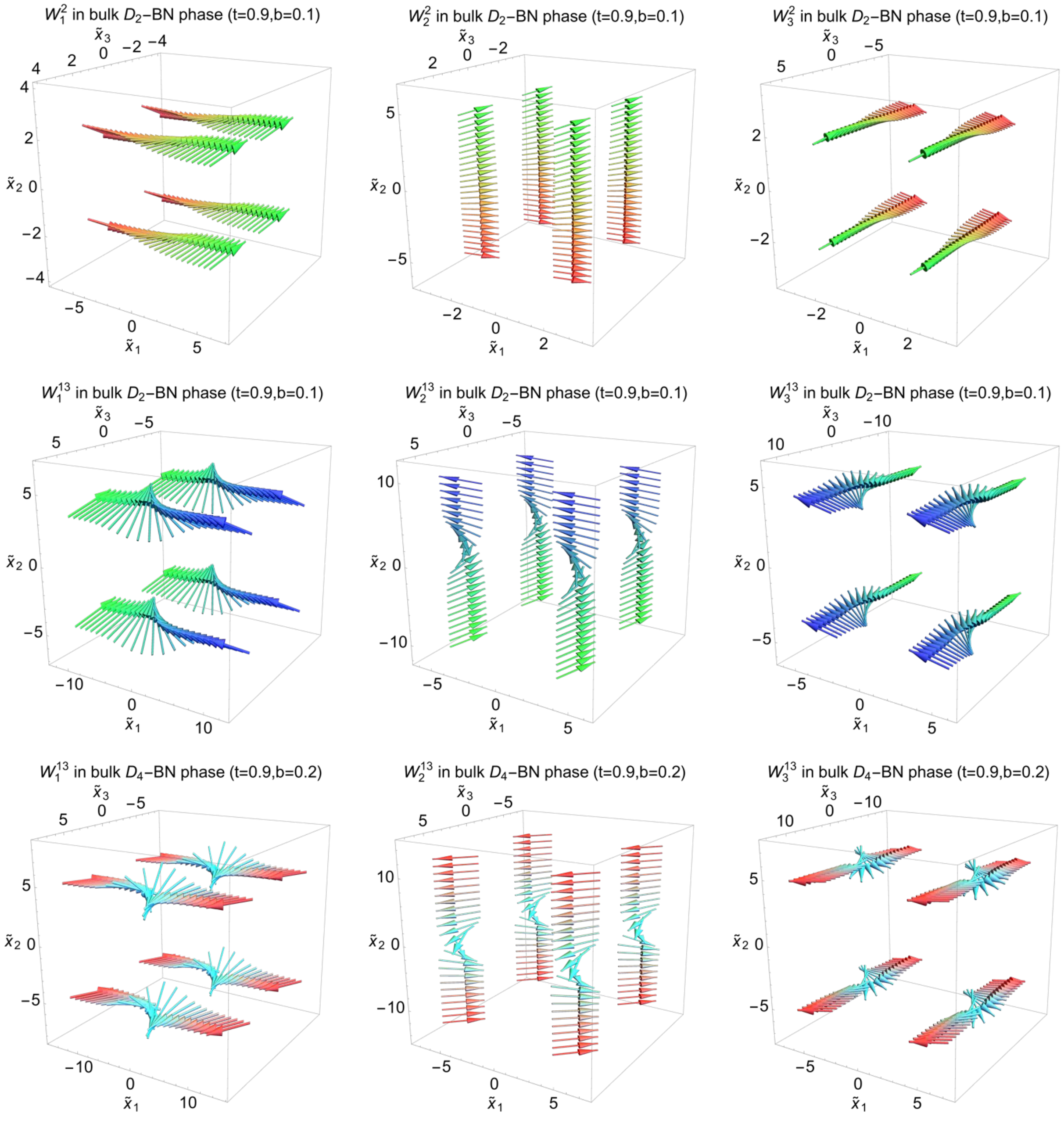
3.1 ドメインウォール

秩序変数 (f_1,f_2,f_3) ベクトルによるドメインウォール

D_2-BN相

弱い磁場





W_1^2 in bulk D_2–BN phase (t=0.9,b=0.1)

W_2^2 in bulk D_2–BN phase (t=0.9,b=0.1)

W_3^2 in bulk D_2–BN phase (t=0.9,b=0.1)

W_1^{13} in bulk D_2–BN phase (t=0.9,b=0.1)

W_2^{13} in bulk D_2–BN phase (t=0.9,b=0.1)

W_3^{13} in bulk D_2–BN phase (t=0.9,b=0.1)

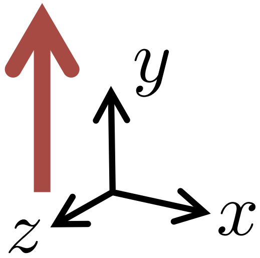
W_1^{13} in bulk D_4–BN phase (t=0.9,b=0.2)

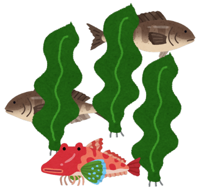
W_2^{13} in bulk D_4–BN phase (t=0.9,b=0.2)

W_3^{13} in bulk D_4–BN phase (t=0.9,b=0.2)

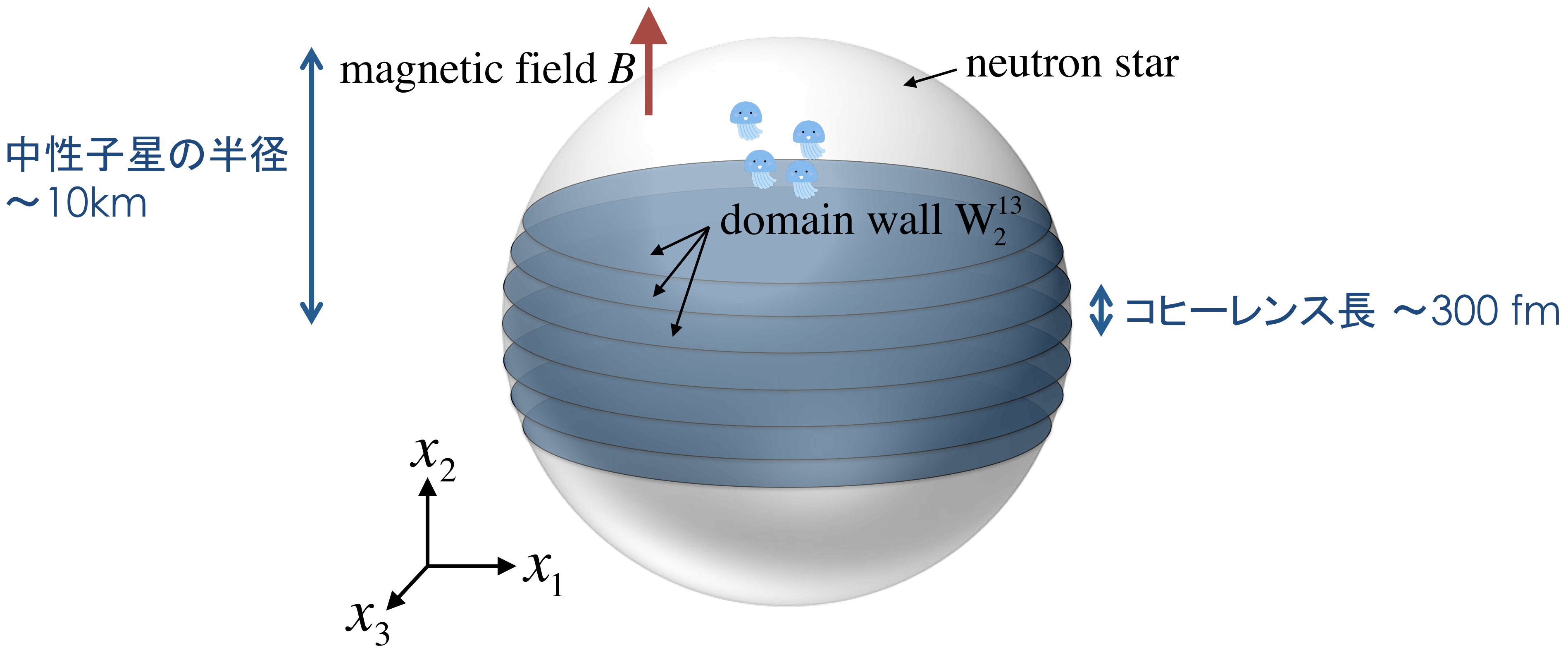
D_4-BN相
(マグネター)

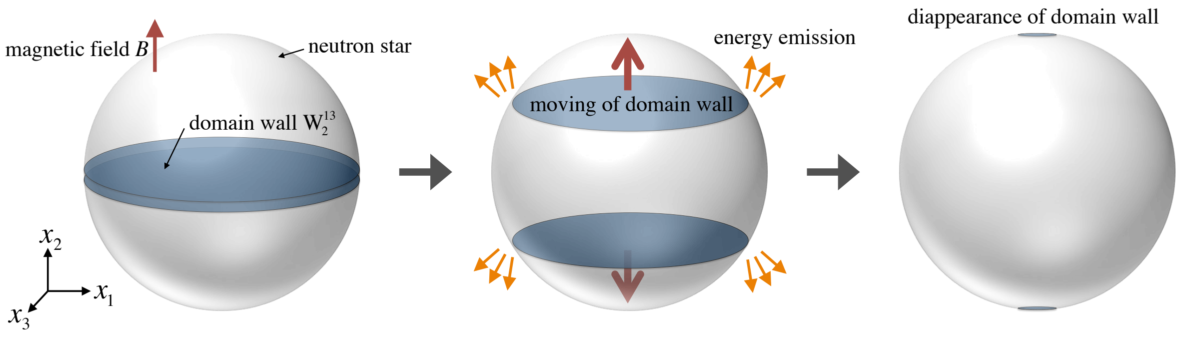
強い磁場





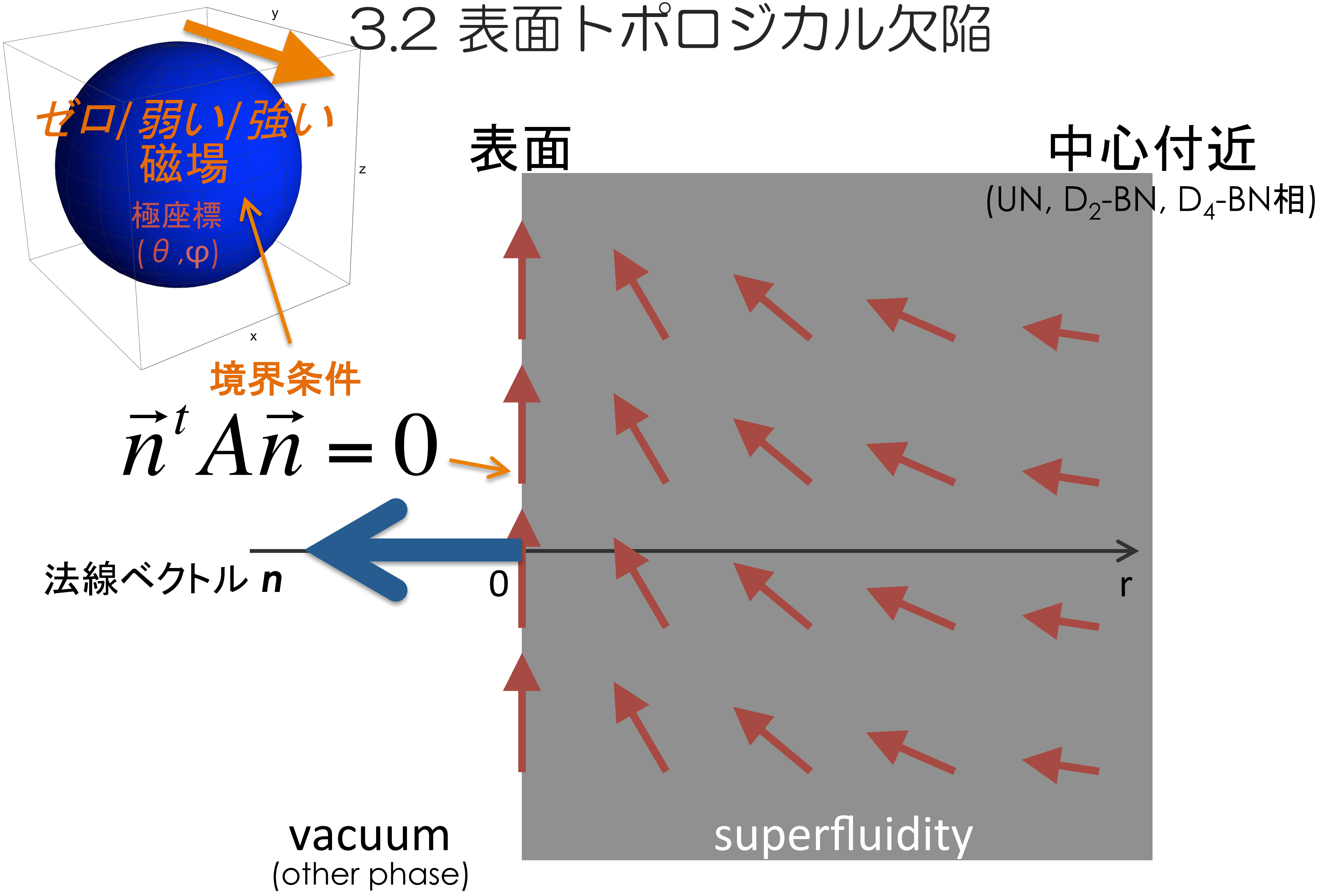
3.1 ドメインウォール





放出されるエネルギー ～ 10^{45} erg！

3.2 表面トポロジカル欠陥



ゼロ/弱い/強い
磁場

極座標
(θ,φ)

境界条件

$$\vec{n}^t A \vec{n} = 0$$

表面

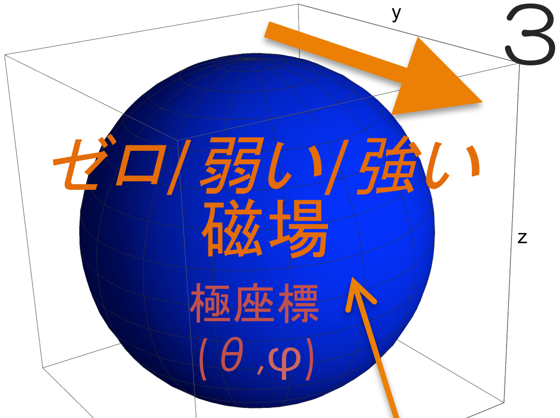
中心付近
(UN, D_2-BN, D_4-BN相)

法線ベクトル ***n***

vacuum
(other phase)

superfluidity

3.2 表面トポロジカル欠陥

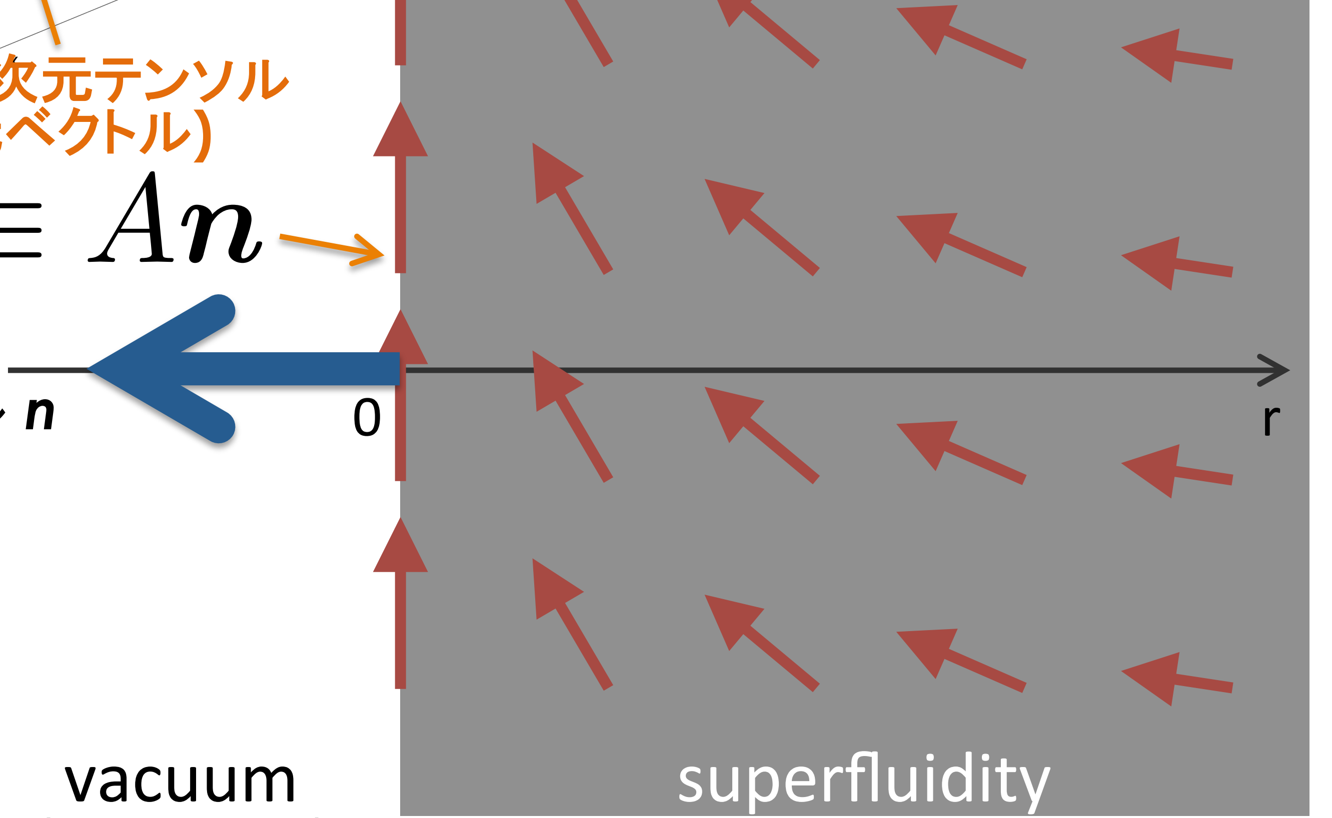


表面上の2次元テンソル
(2次元ベクトル)

$$\boldsymbol{A}_n \equiv A\boldsymbol{n}$$

表面

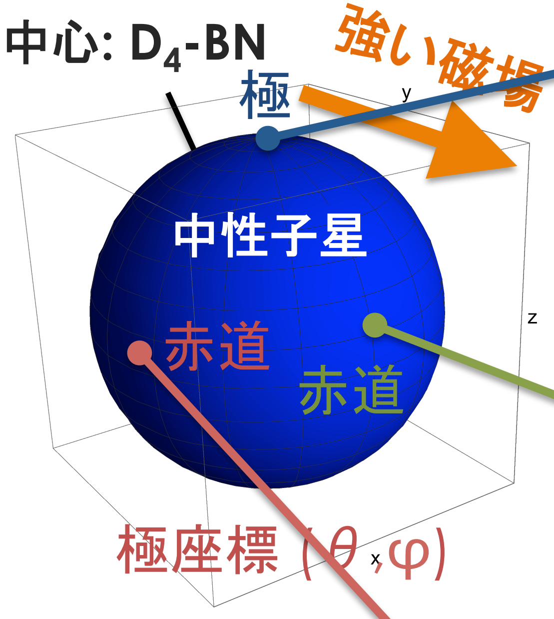
中心付近
(UN, D_2-BN, D_4-BN相)

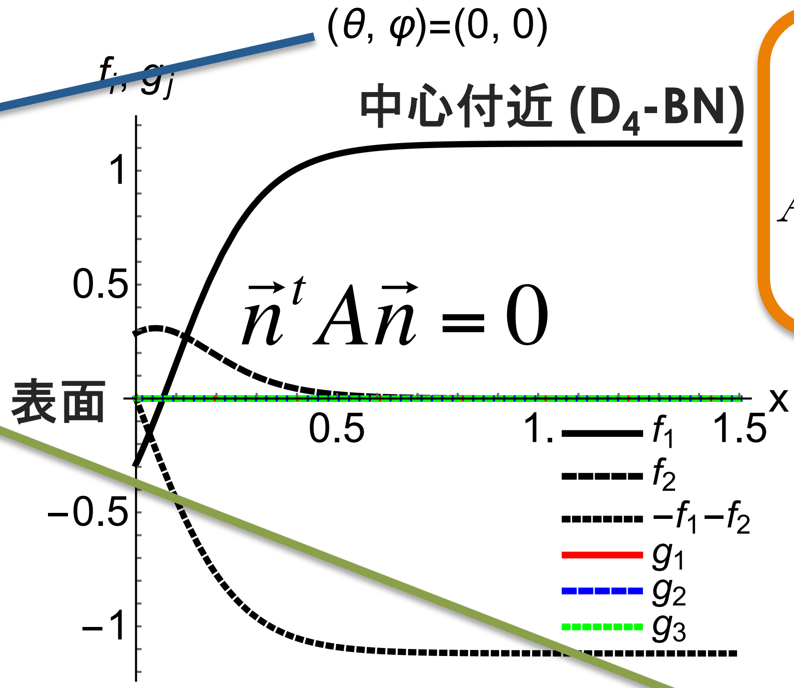


vacuum
(other phase)

3.2 表面トポロジカル欠陥

例：中心がD4-BN相のとき

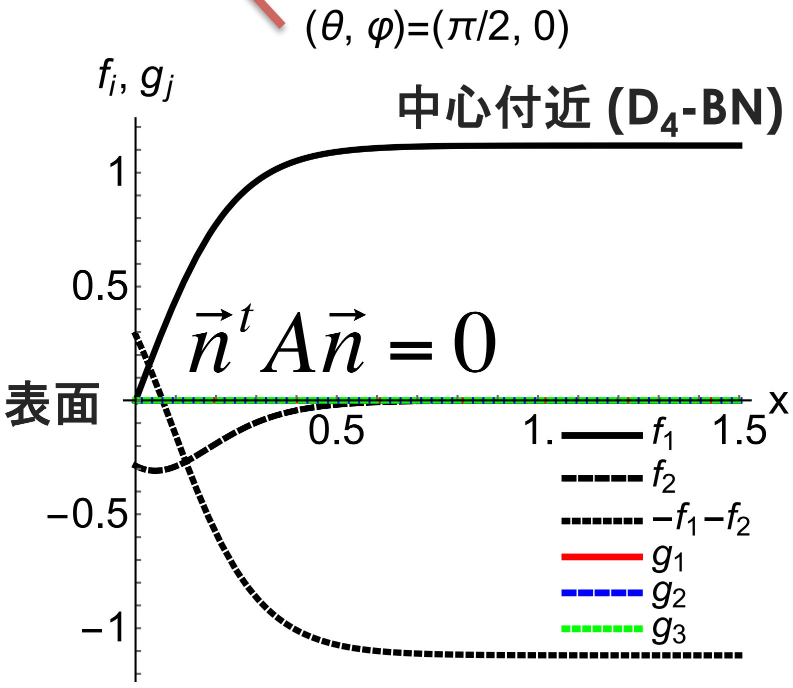


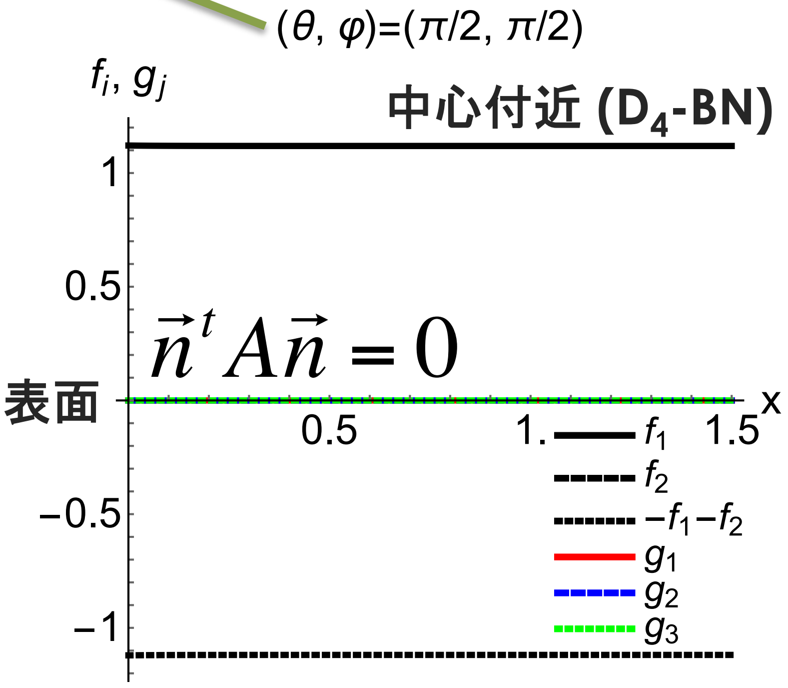


表面からの距離

$^3P_2$ 秩序変数

$$A = \begin{pmatrix} f_1 & g_3 & g_2 \\ g_3 & f_2 & g_1 \\ g_2 & g_1 & -f_1-f_2 \end{pmatrix}$$





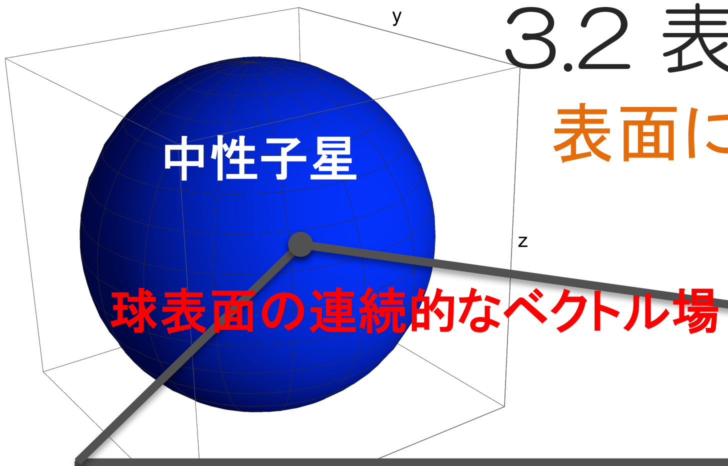
3.2 表面トポロジカル欠陥

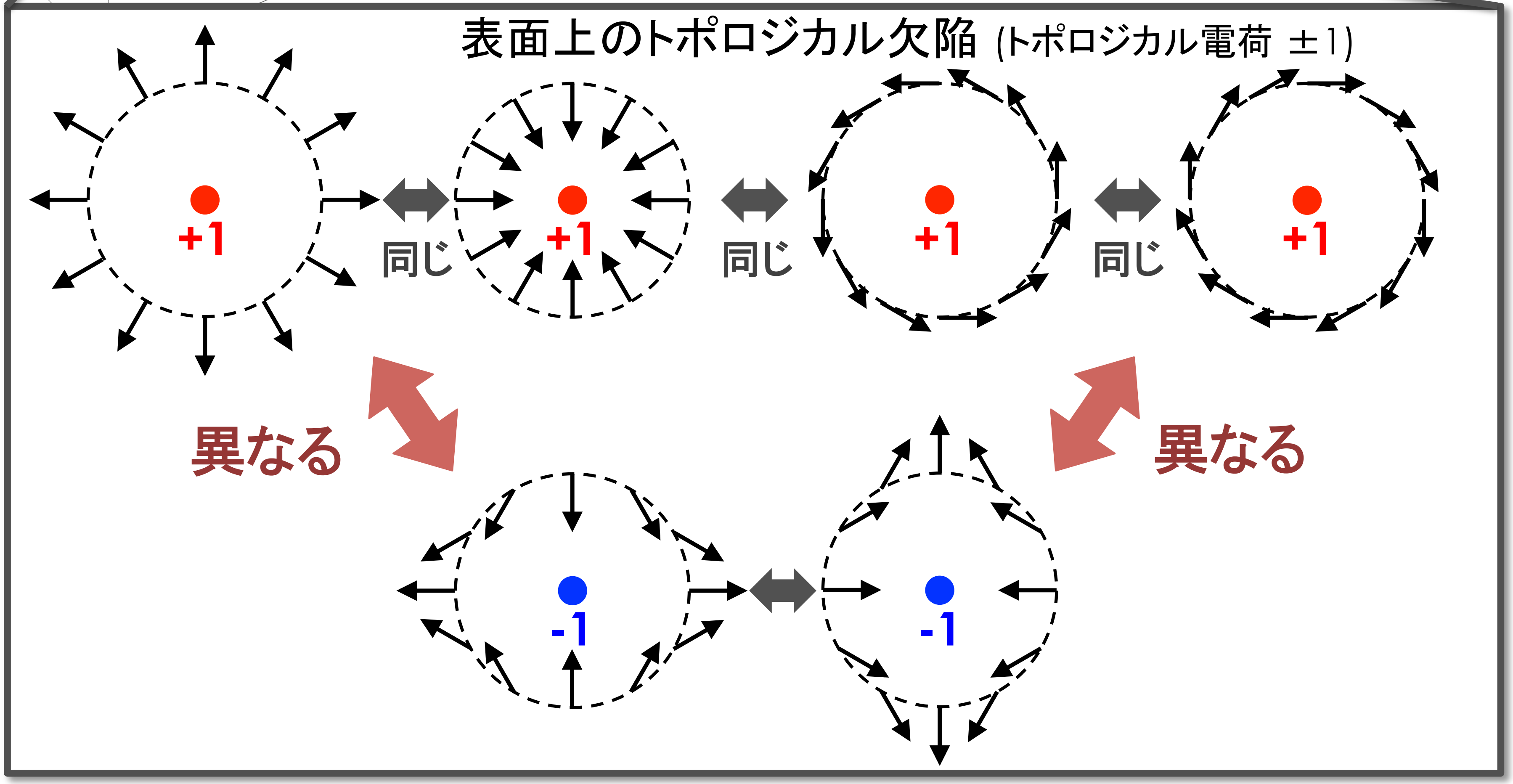
表面に射影されたテンソル場

$$A_n \equiv An$$

欠陥=渦

$(S^1\times S^1)/Z_2$




表面上のトポロジカル欠陥 (トポロジカル電荷 ±1)

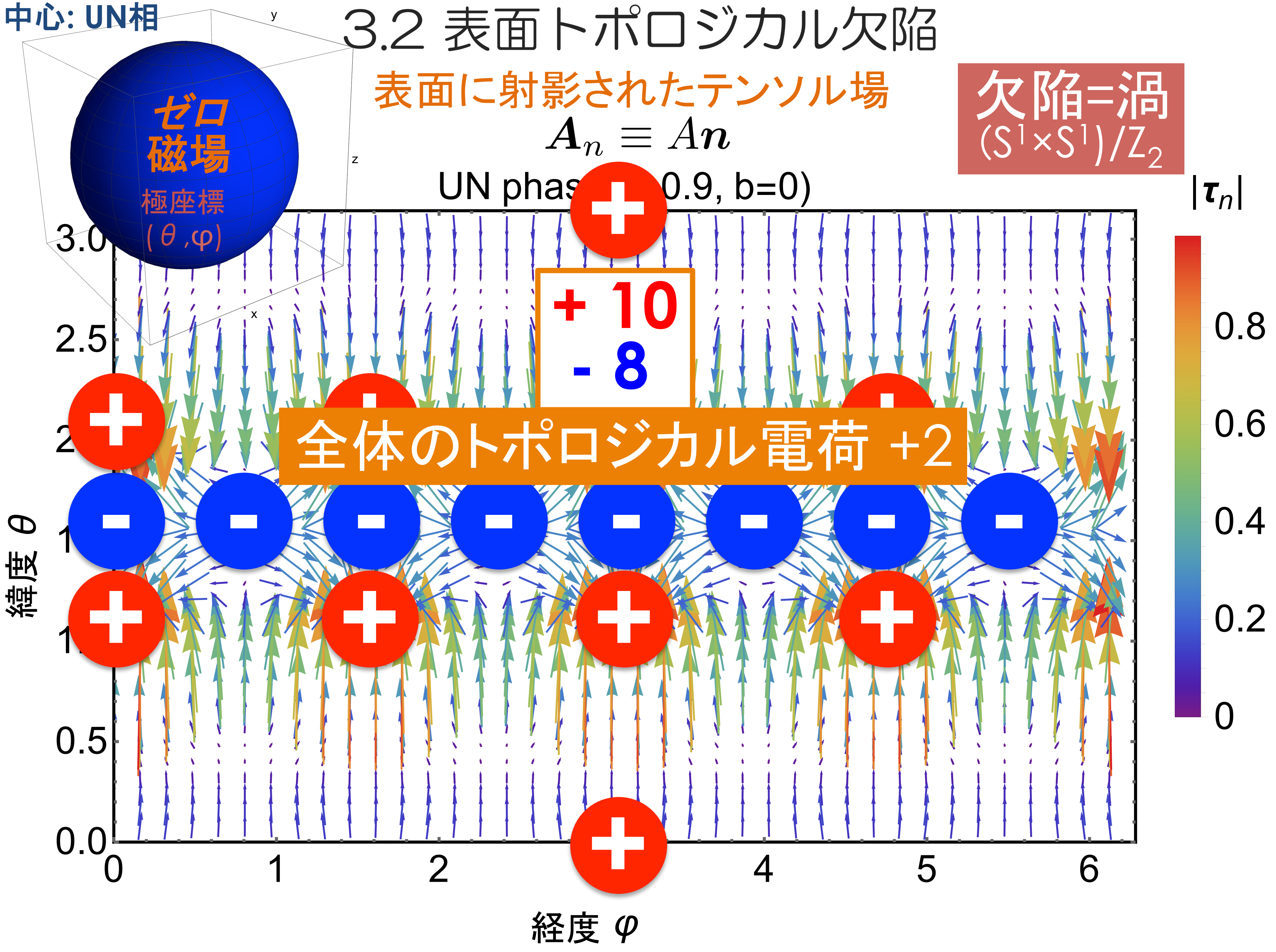
3.2 表面トポロジカル欠陥

表面に射影されたテンソル場

$$\boldsymbol{A}_n \equiv A\boldsymbol{n}$$

欠陥=渦

$(S^1\times S^1)/Z_2$



+ 10
- 8

全体のトポロジカル電荷 +2

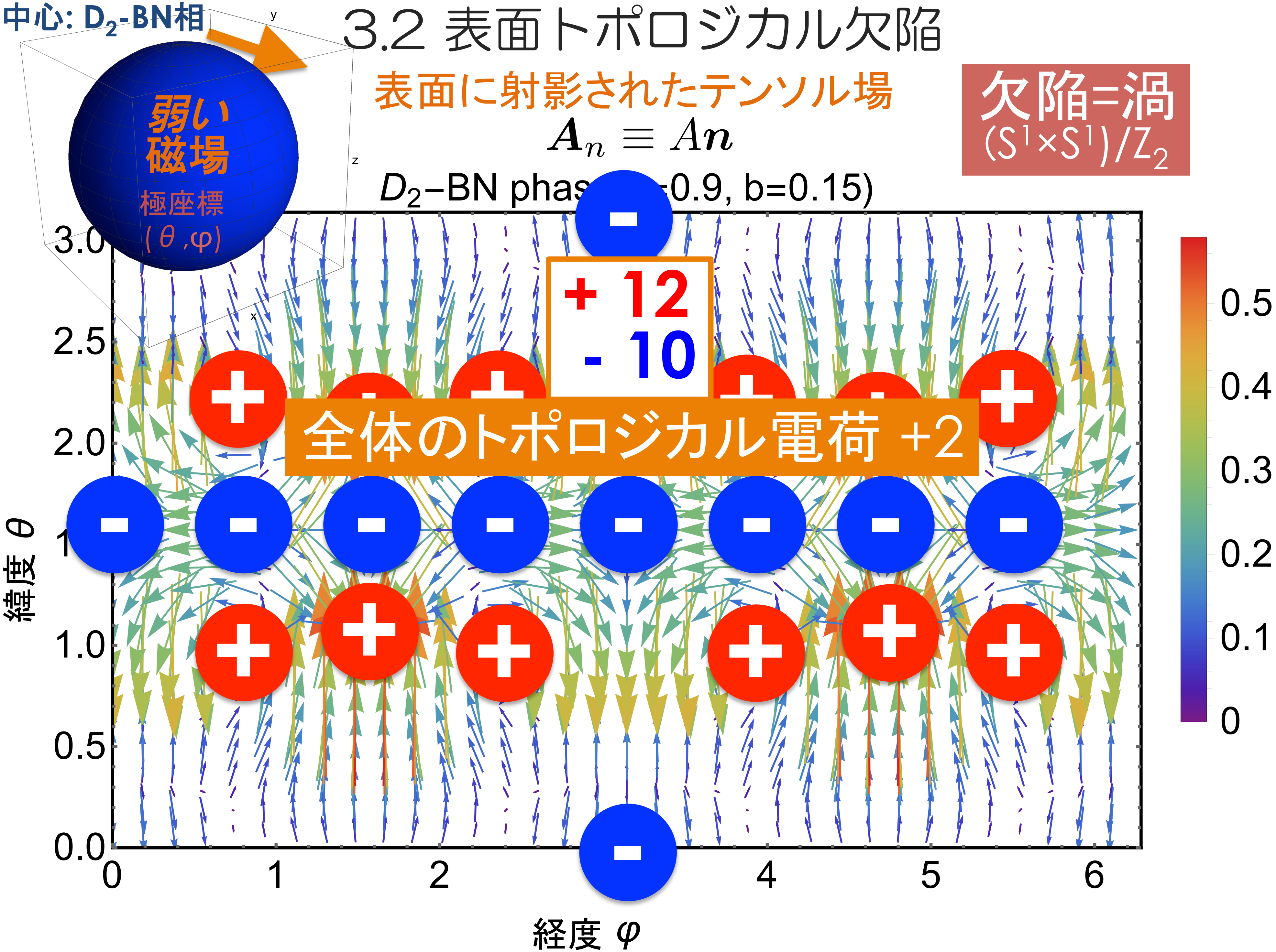
3.2 表面トポロジカル欠陥

表面に射影されたテンソル場

$$\boldsymbol{A}_n \equiv A\boldsymbol{n}$$

欠陥=渦

$(S^1 \times S^1)/Z_2$

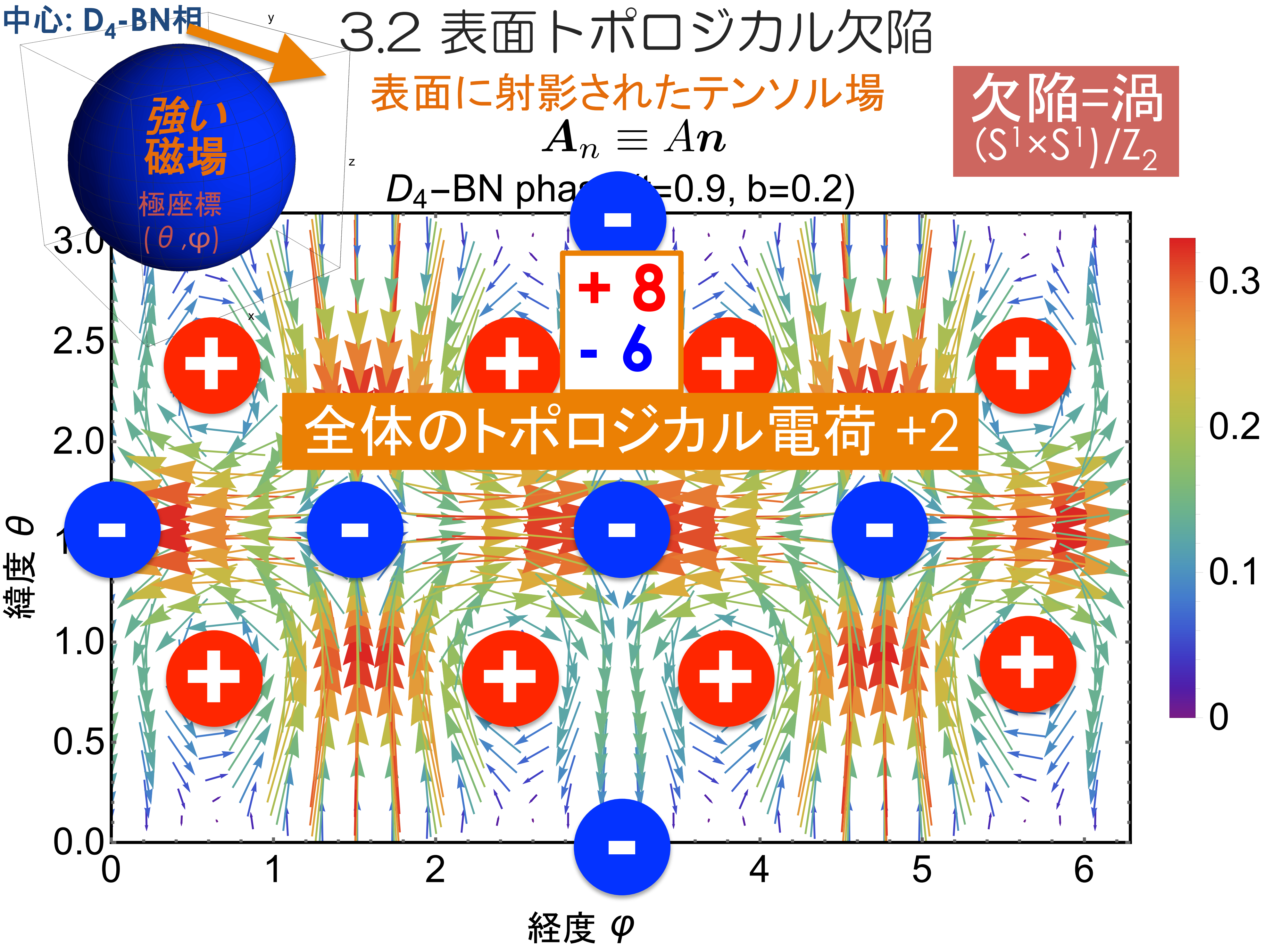


+ 12
- 10

全体のトポロジカル電荷 +2

3.2 表面トポロジカル欠陥

欠陥=渦
$(S^1 \times S^1)/Z_2$



表面に射影されたテンソル場

$$\boldsymbol{A}_n \equiv A\boldsymbol{n}$$

全体のトポロジカル電荷 +2

3.2 表面トポロジカル欠陥

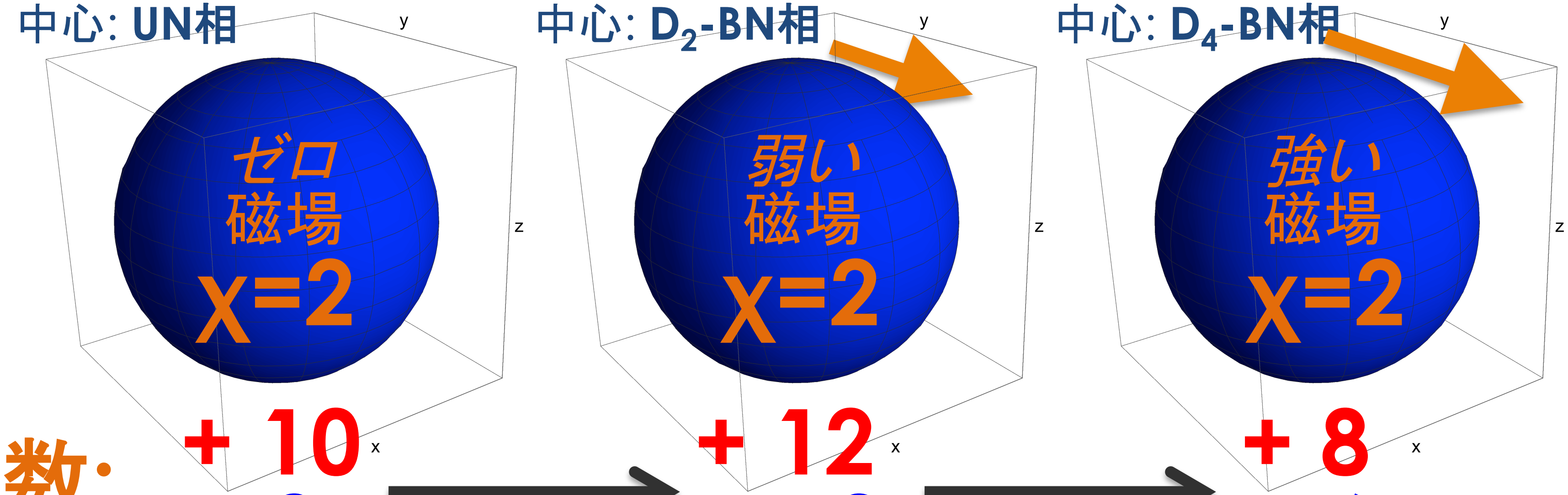
Poincaré-Hopf定理 (hairy ball theorem)

M: 多様体 (向きづけ可能), v: ベクトル場

$$\sum_{p\in M} \mathrm{index}_p\, v = \chi(M)$$

vのゼロ点
(指数=±1)

オイラー特性数
χ=2 (球面)



中心: **UN相**

ゼロ磁場
χ=2

中心: **D_2-BN相**

弱い磁場
χ=2

中心: **D_4-BN相**

強い磁場
χ=2

指数:

+ 10
- 8

→ 渦対の生成

+ 12
- 10

→ 渦対の消滅

+ 8
- 6

3.2 表面トポロジカル欠陥

中性子星$^3P_2$超流動の表面を見ると...

Poincaré-Hopf定理

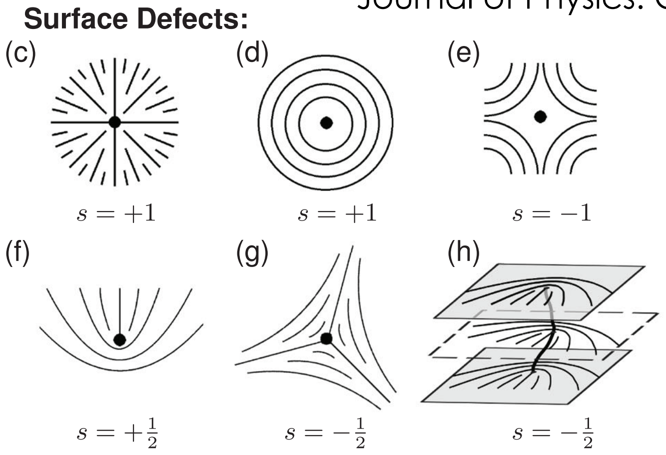
バルク空間 + 境界 → 表面渦

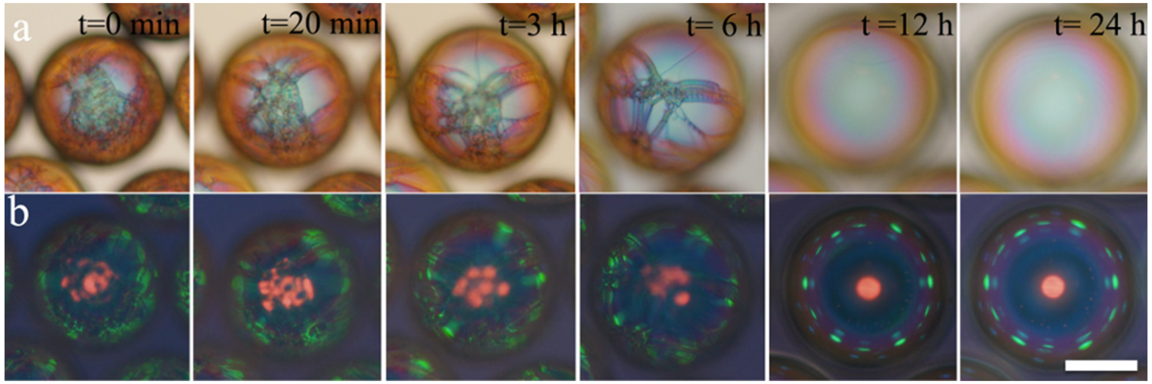
(中心付近)　$(S^1\times S^1)/Z_2$　#(+) - #(-) = 2

^{3}He超流動や液晶における"ブージャム（欠陥）"と類似的

Cf. N. D. Mermin, Rev. Mod. Phys. 51, 591 (1979)

M. Urbanski, C. G. Reyes, J. Noh, A. Sharma, Y. Geng, V. S. R. Jampani, J. P. F. Lagerwall, Journal of Physics: Condensed Matter 29, 133003 (2017)





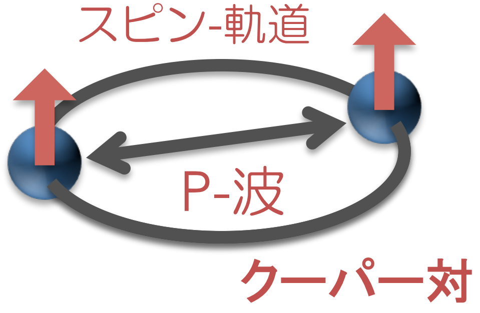
Poincaré-Hopf定理の"星"への初めての応用？

3.3 強磁性相

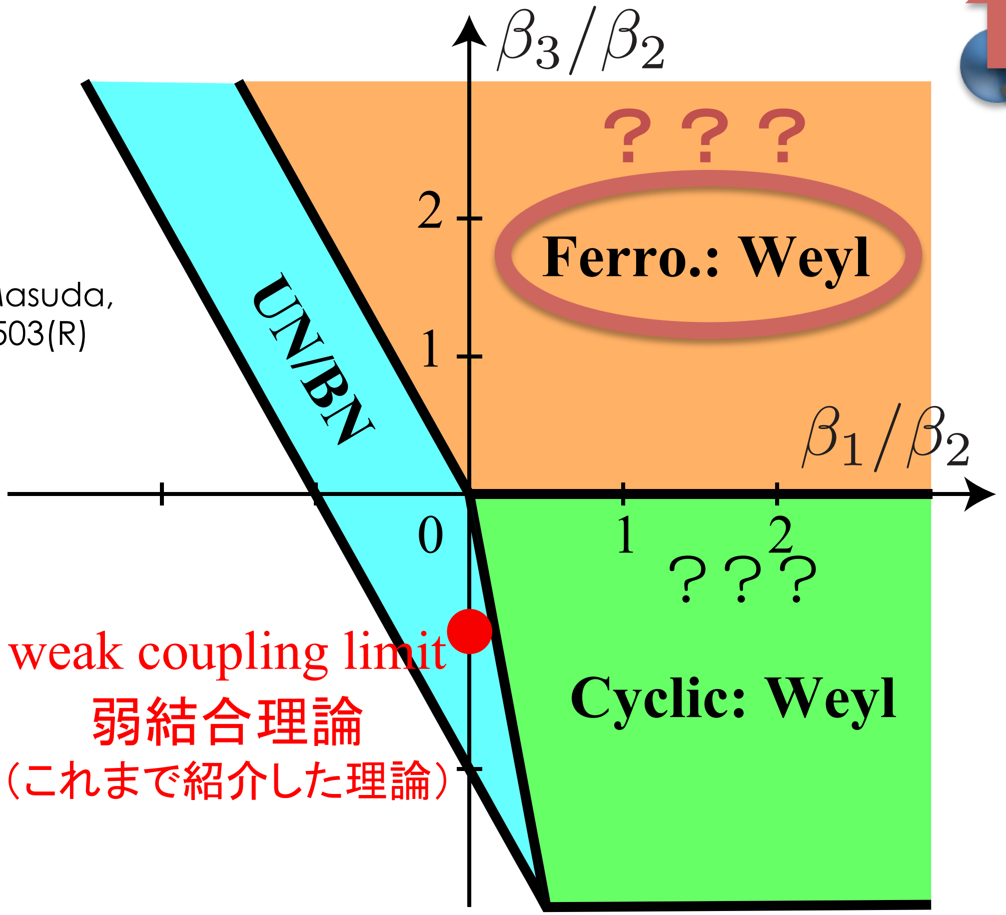
3.3 強磁性相

Ginzburg−Landau理論による″$^3P_2$超流動相図″の再訪

Cf. V. Z. Vulovic, J. A. Sauls, PRD29, 2705 (1984)



Taken from . Mizushima, K. Masuda, M. Nitta, Phys. Rev. B95, 140503(R) (2017)



weak coupling limit

弱結合理論

（これまで紹介した理論）

β_1, β_2, β_3:
GL理論の係数

これまでUN/BN相を議論した。

強磁性(ferro)相は存在するか？

3.3 強磁性相

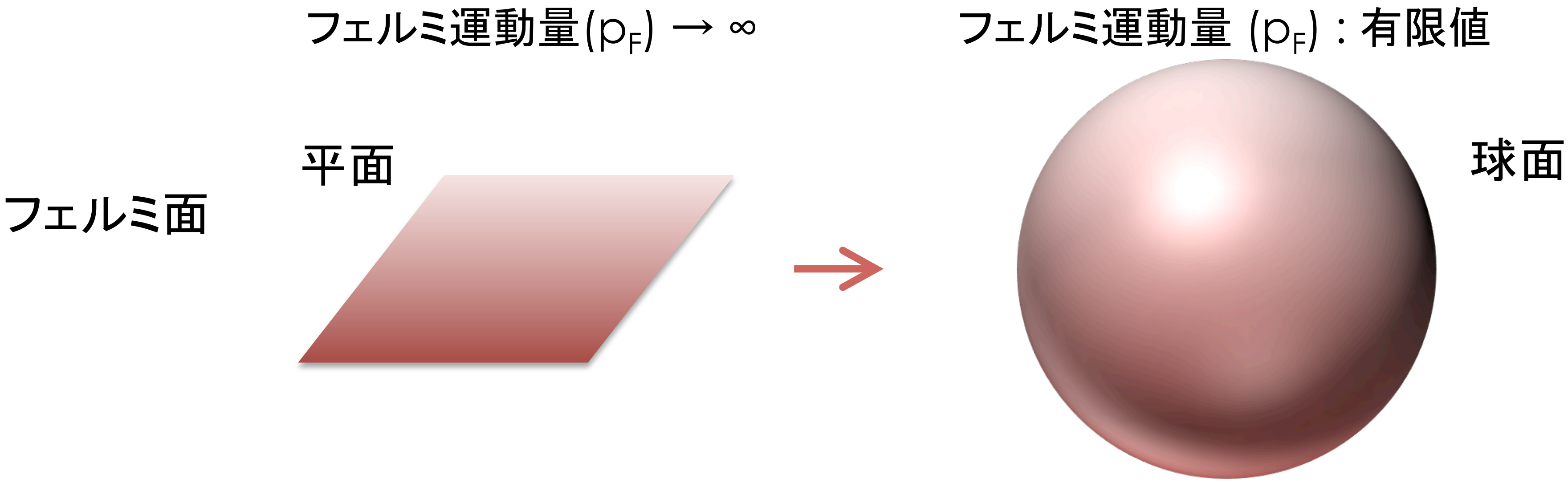
何がスピン偏極を引き起こすのだろうか？

① 強結合効果

J. A. Sauls, J. W. Serene, PRD17, 1524 (1978),
V. Z. Vulovic, J. A. Sauls, PRD29, 2705 (1984),
D. N. Voskresensky, PRD101, 056011 (2020)

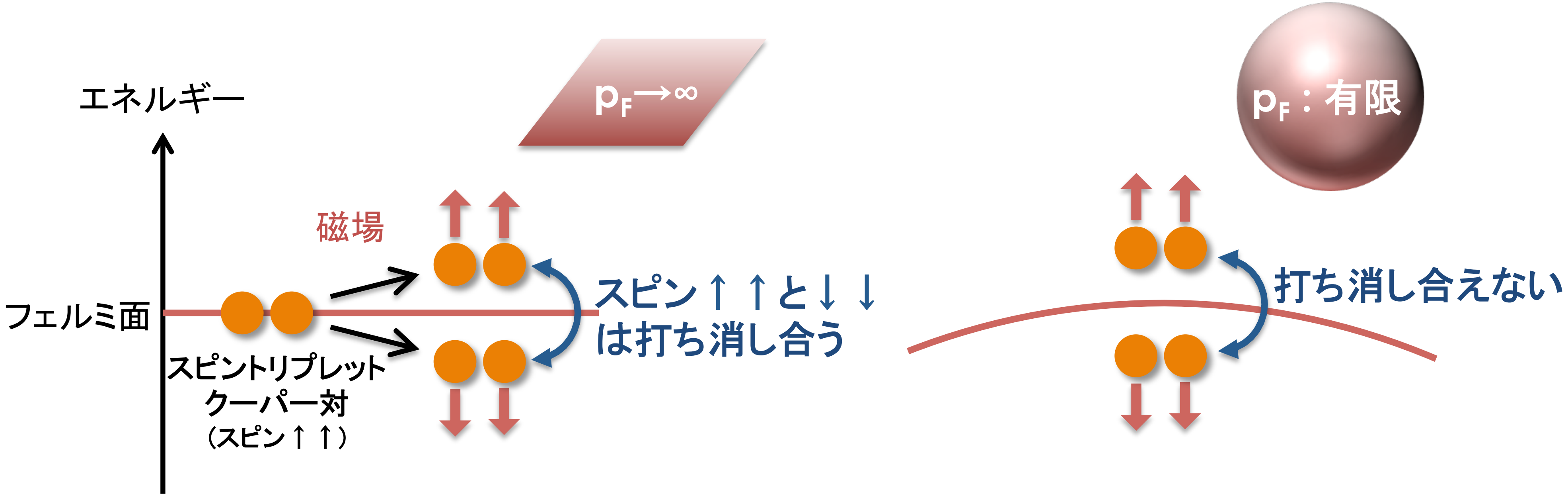
② 粒子-ホール対称性の破れ (準古典近似を超える)

T. Mizushima, D. Inotani, S. Yasui, M. Nitta , PRC104, 045803 (2021)



3.3 強磁性相

なぜスピン分極が起こり得るのか？



$p_F \to \infty$

p_F：有限

エネルギー

磁場

フェルミ面

スピントリプレット
クーパー対
（スピン↑↑）

スピン↑↑と↓↓
は打ち消し合う

打ち消し合えない

スピン↑↑の相空間 = スピン↓↓の相空間

スピン↑↑の相空間 > スピン↓↓の相空間

フェルミ面の曲率がスピン偏極を誘導する？

3.3 強磁性相

^{3}P$_2$ 秩序変数 (スピン × 運動量)

Phase	O.P. [see Eq. (28)]	H	$R = G/H$	$\pi_1(R)$	$\#_{\rm NG}$	$\#_{\rm qNG}$ [66]
Uniaxial nematic	$r = -1/2, \kappa = 0$	$D_\infty \simeq {\rm O}(2)$	${\rm U}(1) \times \mathbb{R}P^2$	$\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}_2$ [43, 67]	3	2
Biaxial nematic	$r \in (-1, -1/2), \kappa = 0$	D_2	${\rm U}(1) \times {\rm SO}(3)/D_2$	$\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Q}$ [43, 67]	4	1
	$r = -1, \kappa = 0$	D_4	$[{\rm U}(1) \times {\rm SO}(3)]/D_4$	$\mathbb{Z} \times_h D_4^*$ [43, 44, 65]	4	1
Cyclic	$r = e^{i2\pi/3}, \kappa = 0$	T	$[{\rm U}(1) \times {\rm SO}(3)]/T$	$\mathbb{Z} \times_h T^*$ [65, 68–70]	3	—
Magnetized biaxial nematic	$r \in (-1, -1/2), \kappa \in (0, 1)$	0	${\rm SO}(3) \times {\rm U}(1)$	$\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}$	4	—
	$r = -1, \kappa \in (0, 1)$	C_4	$[{\rm U}(1) \times {\rm SO}(3)]/\mathbb{Z}_4$	$\mathbb{Z} \times_h C_4^*$	4	—
Ferromagnetic	$r = -1, \kappa = 1$	${\rm U}(1)_{J_z+2\Phi}$	${\rm SO}(3)_{J_z-2\Phi}/\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_4$ [69, 71]	3	—
	Eq. (26)	${\rm U}(1)_{J_z+\Phi}$	${\rm SO}(3)_{J_z-\Phi}/\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_4$ [69, 71]	3	—

Magnetized biaxial nematic (MBN) $\xrightarrow{\kappa \to 1}$ Ferromagnetic (FM)

$$\mathcal{A}_{\mu i} = \Delta \begin{pmatrix} 1 & \boxed{i\kappa} & 0 \\ \boxed{i\kappa} & r & 0 \\ 0 & 0 & -1-r \end{pmatrix}_{\mu i}$$

$$\mathcal{A}^{\rm FM}_{\mu i} = \Delta \begin{pmatrix} 1 & \pm i & 0 \\ \pm i & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mu i}$$

$\kappa \in (0, 1)$ 新しいパラメーター
(非対角成分)

$\kappa = 1$

^{3}P$_2$ クーパー対のスピンの正味の量

$$\langle S^z_{\rm pair} \rangle = 2\kappa(1-r)\Delta^2/3$$

$\kappa \neq 0$ → スピン偏極

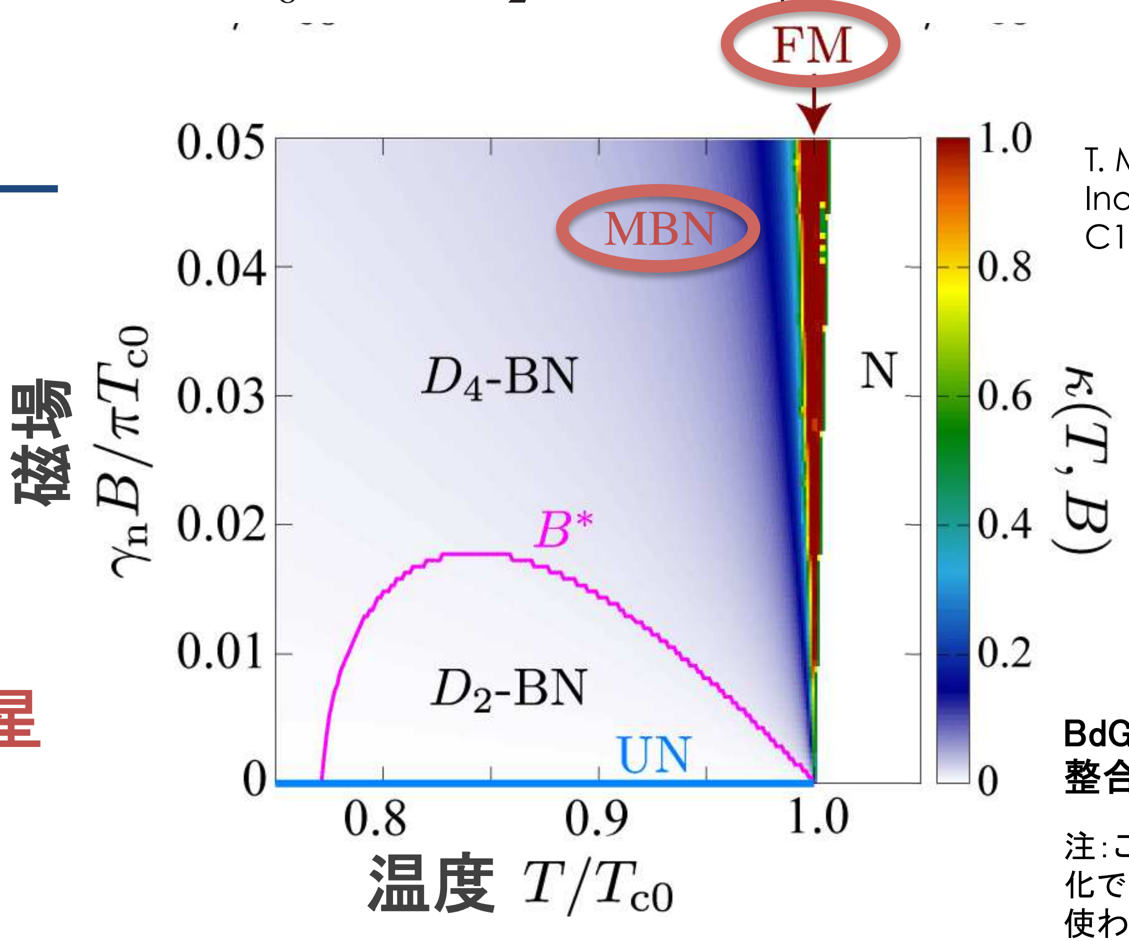
3.3 強磁性相

準古典近似を超えたGinzburg–Landau理論

$$f(\tau) = f_8^{(0)}(\tau) + f_2^{(\le 4)}(\tau) + f_4^{(\le 2)}(\tau) \qquad \tau_{\mu i} = \tau_0 \begin{pmatrix} r & i\kappa & 0 \\ i\kappa & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1-r \end{pmatrix}_{\mu i}$$

マグネター

中性子星



T. Mizushima, S. Yasui, D. Inotani, M. Nitta, Phys. Rev. C104, 045803 (2021)

BdG方程式の結果と整合的である。

注：ここでいう”強磁性”は自発磁化ではない。($^3P_2$超流動の文脈で使われている用語。)

Magnetized biaxial-nematic (MBN)/Ferromagnetic (FM)

マグネターで観測可能？

4. まとめ

① 中性子星内部における中性子$^3P_2$超流動は多様な相 (UN, D_2-BN, D_4-BN, MBN, FMなど)をもつ

② 中性子$^3P_2$超流動はさまざまな特異的な構造をつくる

- ドメインウォール (準安定)
- 表面トポロジカル欠陥
- 量子渦
- $^1S_0$-$^3P_2$超流動共存 etc.

③ 中性子$^3P_2$超流動は「星の物性」としても面白い。

④ 中性子星の今後の観測に期待！

Appendix

Open Challenge

Phase diagram？

- Thermodynamic properties
- Transport coefficients (cooling process)
- Other New phases
- Hyperon matter
- Non-uniform phase (FFLO) D. Inotani, S. Yasui, T. Mizushima, M. Nitta, Phys. Rev. A103, 053308 (2021)

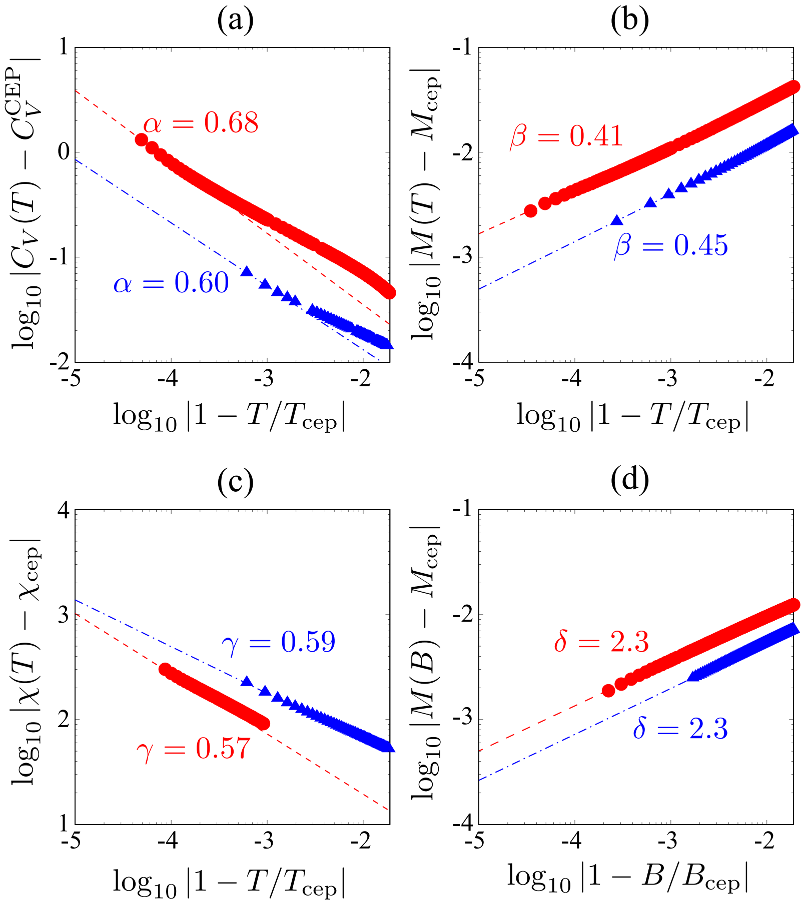
Topological objects？

- Fractionally quantized vortices K. Masuda, M. Nitta, PRC93, 035804 (2016), PTEP202 (2020) 013
- Solitons in vortices C. Chatterjee, M. Haberichter, M. Nitta, PRC96, 055807 (2017)
- Gapless fermions T. Mizushima, K. Masuda, M. Nitta, PRB95, 140503 (2017)
- Boojum

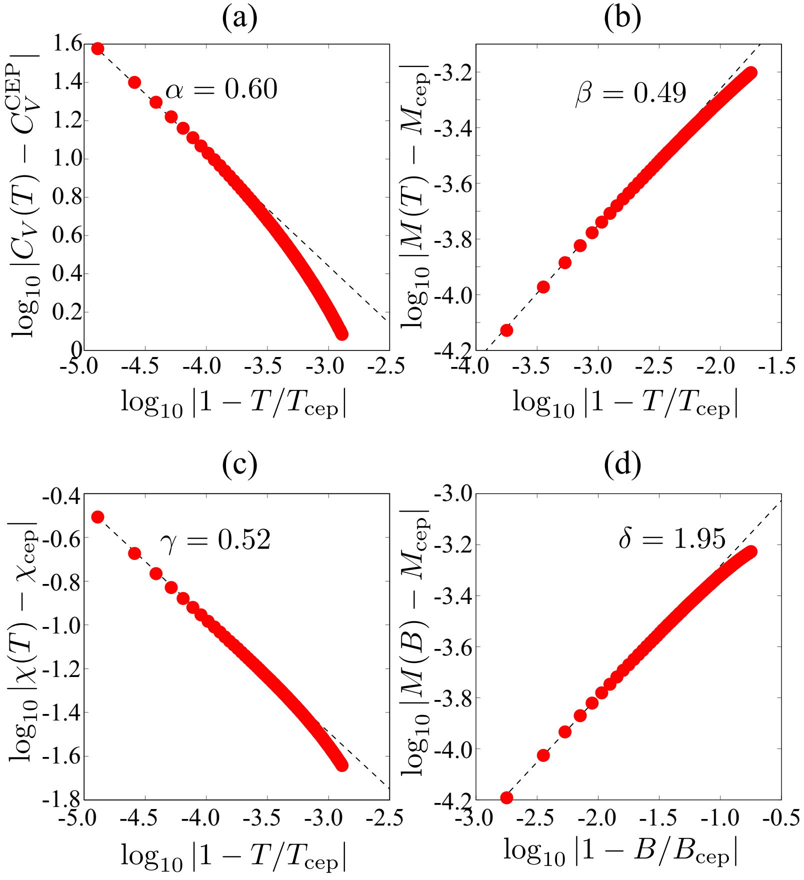
M. Cipriani, W. Vinci and M. Nitta, Phys. Rev. D 86, 121704 (2012)
G. Alford, G. Baym, F. Fukushima, T. Hatsuda, M. Tachibana, Phys. Rev. D99, 036004 (2019)
C. Chatterjee, M. Nitta, S. Yasui, Phys. Rev. D99, 034001 (2019)
A. Cherman, S. Sen, L. G. Yaffe, Phys, Rev, D100, 034015 (2019)
G. Maromorini, S. Yasui, M. Nitta, arXiv:2010.09032 [astro-ph.HE]
...

臨界指数の評価

BdG



GL



red, blue...Landau parameter $G_0^{(n)}$=-0.7, -0.4

ドメインウォール

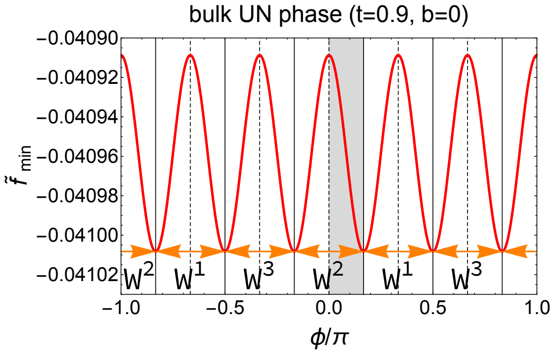
Surface energy density (summary picture in next page...)

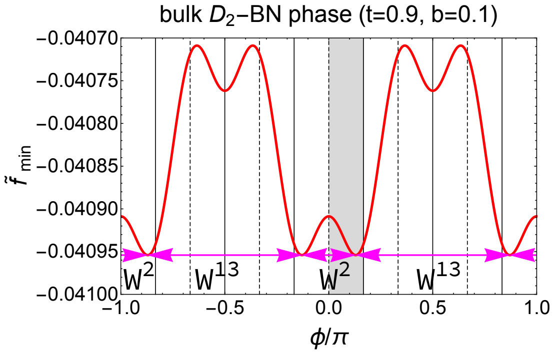
bulk UN phase	$W^2(\mathrm{UN})$			$W^1(\mathrm{UN})$			$W^3(\mathrm{UN})$		
angle	$-1/6 \leq (\phi \bmod \pi)/\pi < 1/6$			$1/6 \leq (\phi \bmod \pi)/\pi < 1/2$			$1/2 \leq (\phi \bmod \pi)/\pi < 5/6$		
direction	W_1^2	W_2^2	W_3^2	W_1^1	W_2^1	W_3^1	W_1^3	W_2^3	W_3^3
σ [keV/fm^2]	0.0154	0.0199	0.0154	0.0199	0.0154	0.0154	0.0154	0.0154	0.0199

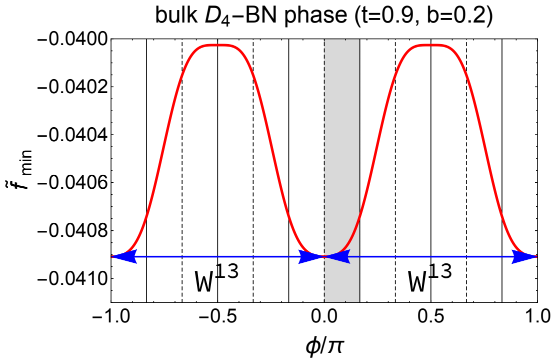
bulk D$_2$-BN phase	$W^2(\mathrm{D_2BN})$			$W^{13}(\mathrm{D_2BN})$		
angle	$-0.129 \leq (\phi \bmod \pi)/\pi < 0.129$			$0.129 \leq (\phi \bmod \pi)/\pi < 0.870$		
direction	W_1^2	W_2^2	W_3^2	W_1^{13}	W_2^{13}	W_3^{13}
σ [keV/fm^2]	0.0082	0.0107	0.0082	0.0722	0.0616	0.0722

bulk D$_4$-BN phase	—	$W^{13}(\mathrm{D_4BN})$		
angle	—	$0 \leq (\phi \bmod \pi)/\pi < 1$		
direction	—	W_1^{13}	W_2^{13}	W_3^{13}
σ [keV/fm^2]	—	0.1533	0.1353	0.1533

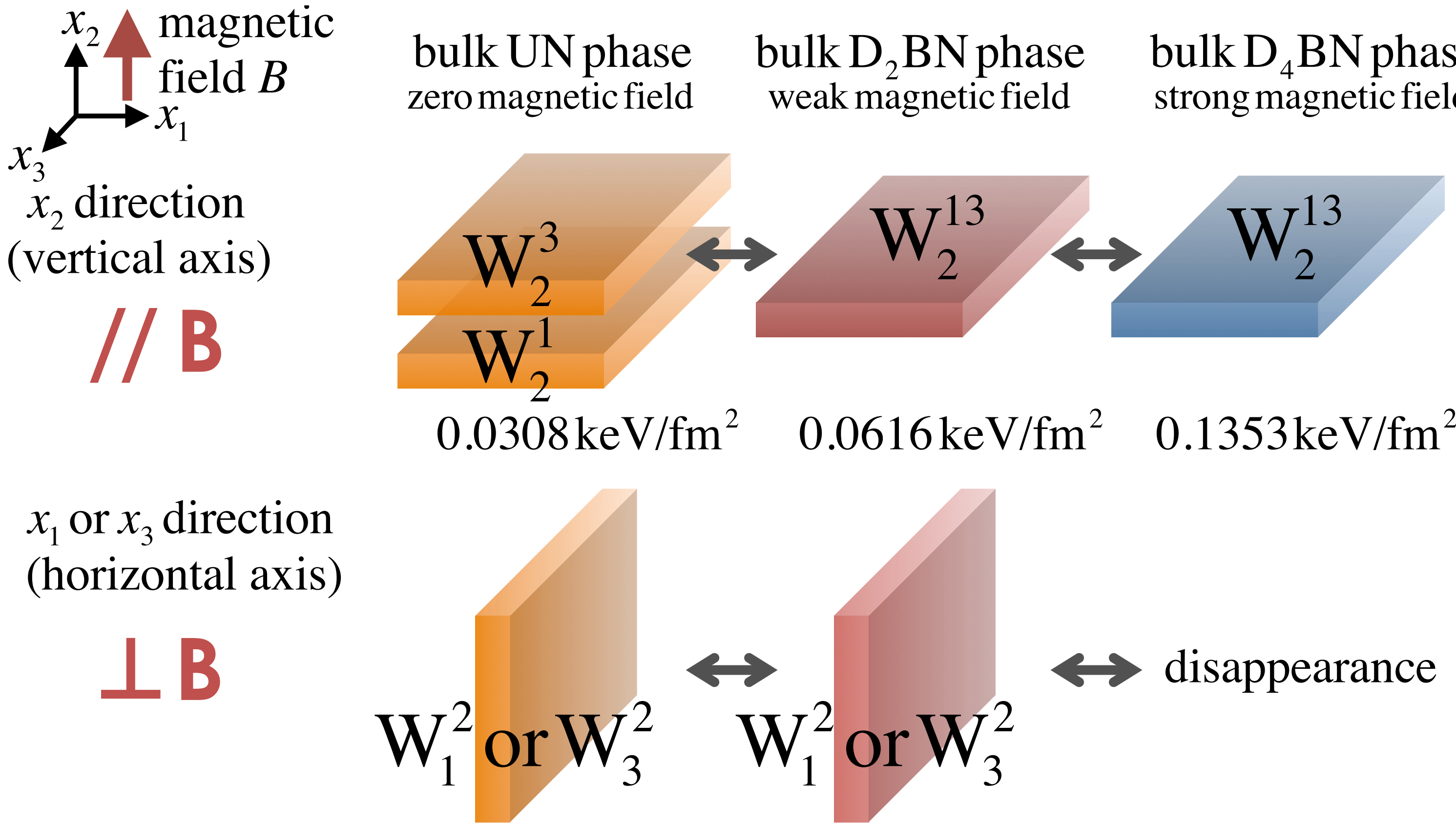
Neutron star ⟷ **Magnetar**







ドメインウォール

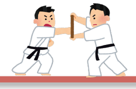


x_2 magnetic field B

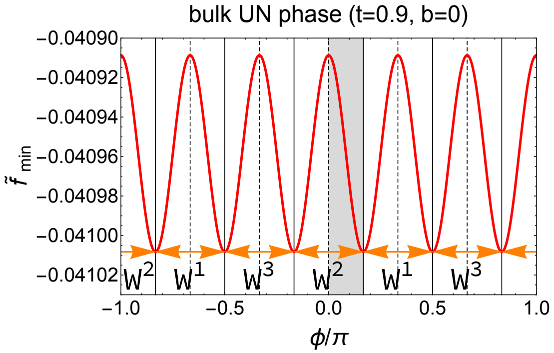
x_1

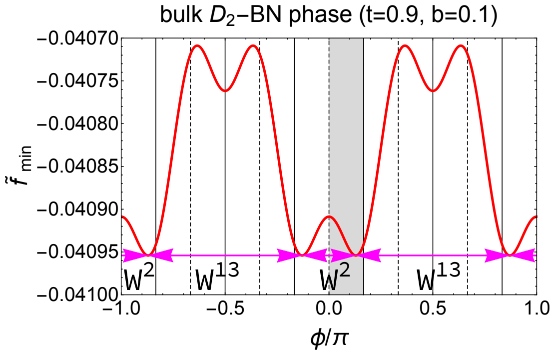
x_3

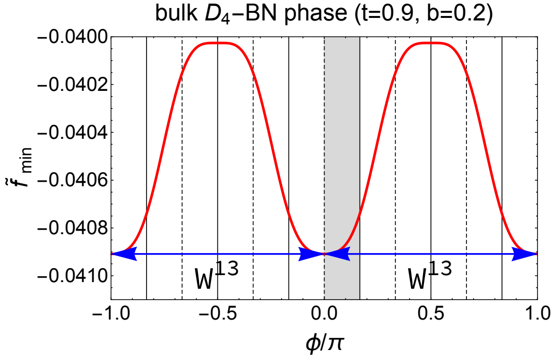
	bulk UN phase zero magnetic field	bulk D_2BN phase weak magnetic field	bulk D_4BN phase strong magnetic field	
x_2 direction (vertical axis) **// B**	W_2^3 W_2^1 0.0308 keV/fm^2	W_2^{13} 0.0616 keV/fm^2	W_2^{13} 0.1353 keV/fm^2	**Unstable**
x_1 or x_3 direction (horizontal axis) **⊥ B**	W_1^2 or W_3^2 0.0154 keV/fm^2	W_1^2 or W_3^2 0.0082 keV/fm^2	disappearance	**Stable**



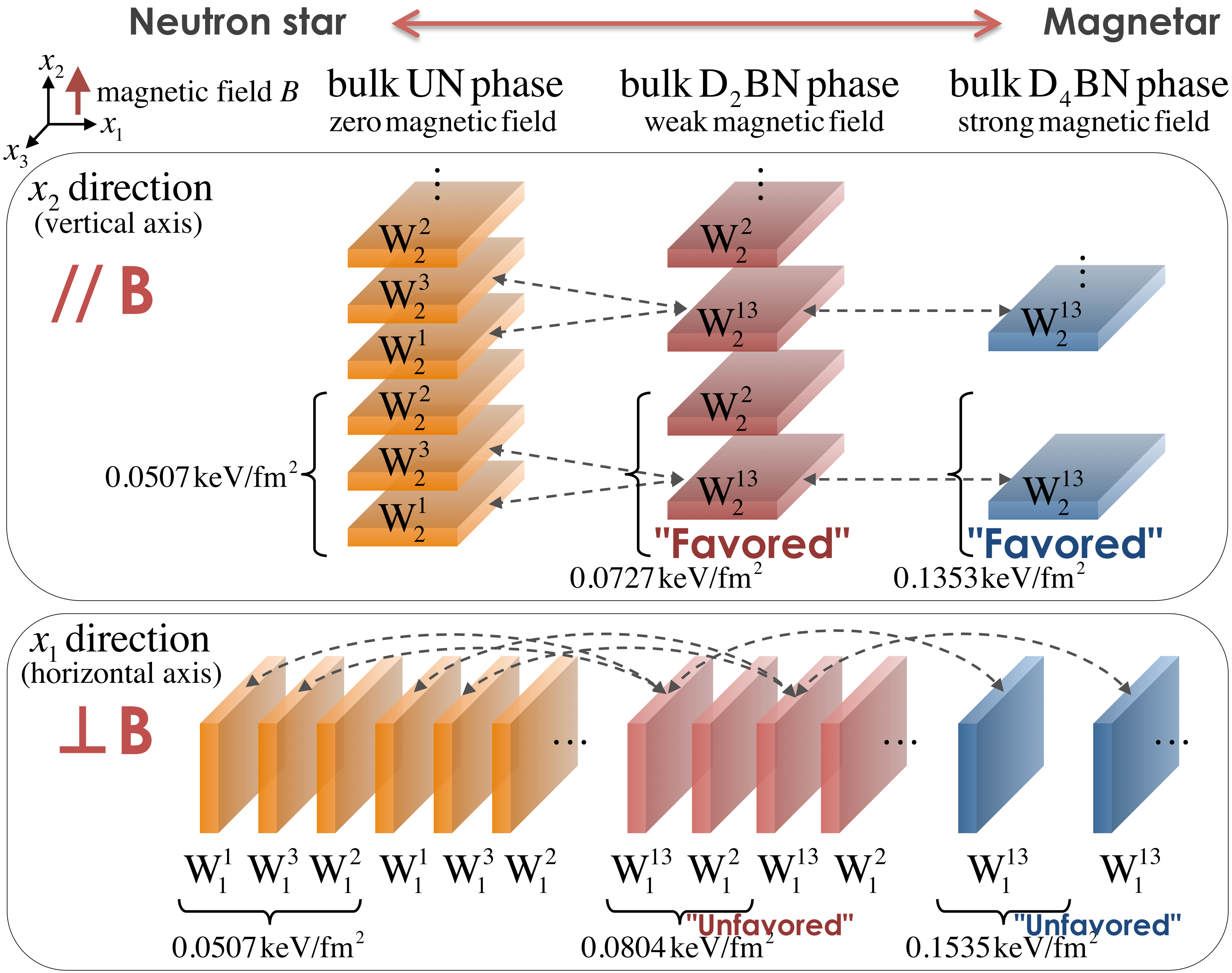
Neutron star ↔ **Magnetar**







ドメインウォール



Neutron star ↔ **Magnetar**

x_2 x_1 x_3 magnetic field B

bulk UN phase
zero magnetic field

bulk D$_2$BN phase
weak magnetic field

bulk D$_4$BN phase
strong magnetic field

x_2 direction
(vertical axis)

// B

W_2^2 W_2^3 W_2^1 W_2^2 W_2^3 W_2^1

0.0507 keV/fm^2

W_2^2 W_2^{13} W_2^2 W_2^{13}

"Favored"

0.0727 keV/fm^2

W_2^{13} W_2^{13}

"Favored"

0.1353 keV/fm^2

x_1 direction
(horizontal axis)

⊥ B

W_1^1 W_1^3 W_1^2 W_1^1 W_1^3 W_1^2 …

0.0507 keV/fm^2

W_1^{13} W_1^2 W_1^{13} W_1^2 …

"Unfavored"

0.0804 keV/fm^2

W_1^{13} W_1^{13} …

"Unfavored"

0.1535 keV/fm^2