

# 動力学模型による核分裂の理論計算

Theoretical study of nuclear fission by a dynamical model



田中 翔也

Shoya Tanaka



理化学研究所仁科加速器科学研究センターRI物理研究室/RIKEN RIBF

# 自己紹介 (略歴)



1994年: 兵庫県出身 (現28歳)



2013年3月: 兵庫県立豊岡高等学校 卒業



2017年3月: 近畿大学 理工学部 卒業

電気電子工学科 エネルギー環境コース



2019年3月: 近畿大学大学院 博士前期課程 修了

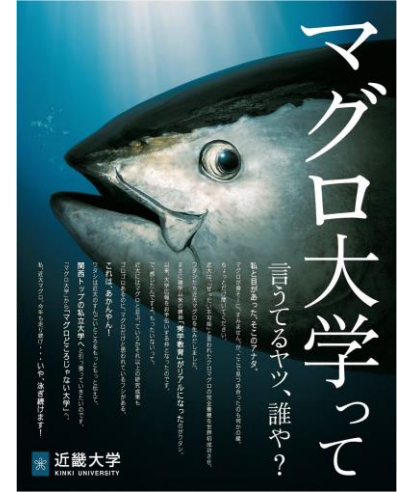


2022年3月: 近畿大学大学院 博士後期課程 修了

総合理工学研究科 エレクトロニクス系工学専攻



2022年4月～現在: 理化学研究所特別研究員



原子力機構 特別研究生  
重元素核科学研究グループ  
担当者: 西尾勝久



Kindai University



指導教官: 有友嘉浩



西尾勝久

## 専門は「低エネルギー原子核反応理論」特に核分裂

### ■ マルチチャンス核分裂

Role of Multichance Fission in the Description of Fission-Fragment Mass Distributions at High Energies

K. Hirose, K. Nishio, S. Tanaka et al., Phys. Rev. Lett. **119**, 222501 (2017).

Effects of multichance fission on isotope dependence of fission fragment mass distributions at high energies

S. Tanaka, Y. Aritomo, Y. Miyamoto et al., Phys. Rev. C **100**, 064605 (2019).

### ■ 核分裂片の異方性

Angular momentum transfer in multinucleon transfer channels of  $^{18}\text{O}+^{237}\text{Np}$

S. Tanaka, K. Hirose, K. Nishio et al., Phys. Rev. C **105**, L021602 (2022).

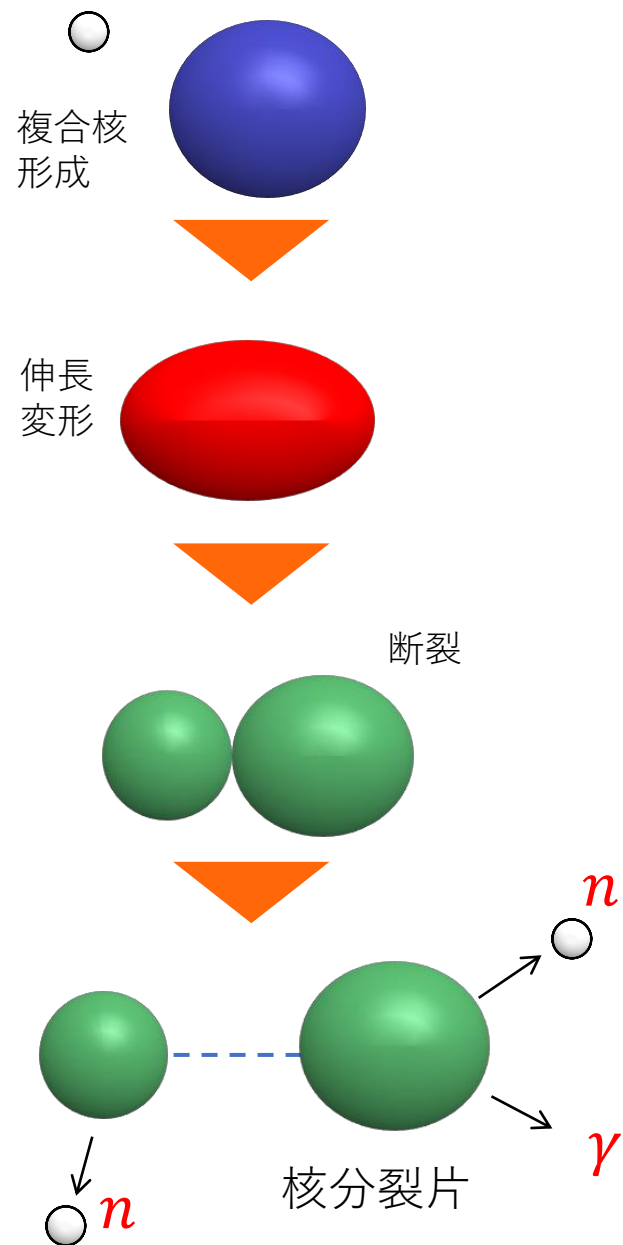
### ■ 中性子過剰核の核分裂

Origin of the dramatic change of fission mode in fermium isotopes investigated using Langevin equations

Y. Miyamoto, Y. Aritomo, S. Tanaka, K. Hirose, and K. Nishio, Phys. Rev. C **99**, 051601(R) (2019).

# 目次

1. 核分裂とその応用分野
2. 原子核物理の概観
3. 核分裂の理論
4. 動力学模型
5. マルチチャンス核分裂
6. 計算結果
7. まとめ



# 1. 研究背景

# 元素周期表

理化学研究所仁科加速器研究センター 超重元素研究グループの森田浩介グループディレクター（九州大学大学院理学研究院教授）を中心とする研究グループ（森田グループ）が発見した「113番元素」を国際機関が2015年12月に新元素であると認定しました。

The image shows a periodic table of elements with a legend for element discovery countries and a callout for element 113 (Nh). The legend includes the following information:

- 人工元素 (Artificial elements)
- 元素発見国 (Element discovery country)
- 原子番号 (Atomic number)
- 原子量 (Atomic weight)
- ENGLISH NAME (Original name)
- SC (Symbol)
- JAPANESE NAME (Japanese name)
- 状態 (°C) (State at °C)
- 発見年 (Discovery year)
- 発見国 (Discovery country)
- 発見者 (Discoverer)
- 発見地 (Discovery location)
- 発見日 (Discovery date)
- 発見者 (Discoverer)
- 発見地 (Discovery location)
- 発見日 (Discovery date)

The callout for element 113 (Nh) includes the following information:

- 原子番号 (Atomic number): 113
- 原子量 (Atomic weight): 284
- ENGLISH NAME (Original name): Nihonium
- SC (Symbol): Nh
- JAPANESE NAME (Japanese name): ニホニウム
- 状態 (°C) (State at °C): 固体 (Solid)
- 発見年 (Discovery year): 2015
- 発見国 (Discovery country): 日本 (Japan)
- 発見者 (Discoverer): 森田浩介グループ (Sakai Group)
- 発見地 (Discovery location): 理化学研究所 (RIKEN)
- 発見日 (Discovery date): 2015年11月28日 (November 28, 2015)

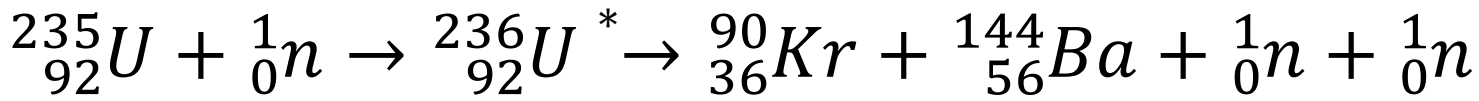
# 核分裂 - Fission - の発見



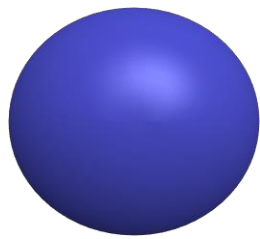
## Otto Hahn and Lise Meitner

1938年、実験の過程でハーンとシュトラスマンはウランに中性子を照射した時の生成物の中に、放射性のバリウムを見つけ出した。

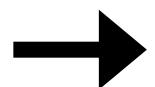
O. Hahn and F. Straßmann, *Naturwissenschaften* **27**, 11 (1939).  
L. Meitner and O. R. Frisch, *Nature (London)* **143**, 239 (1939).



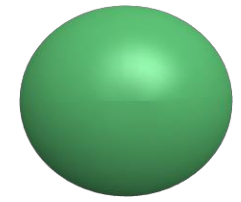
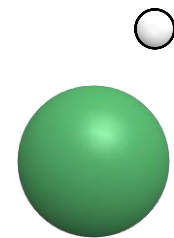
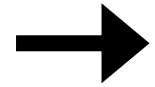
ウラン原子核



中性子

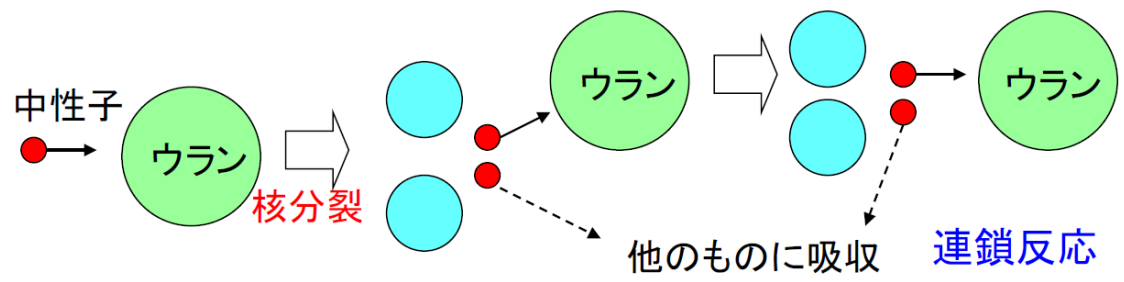


複合核形成

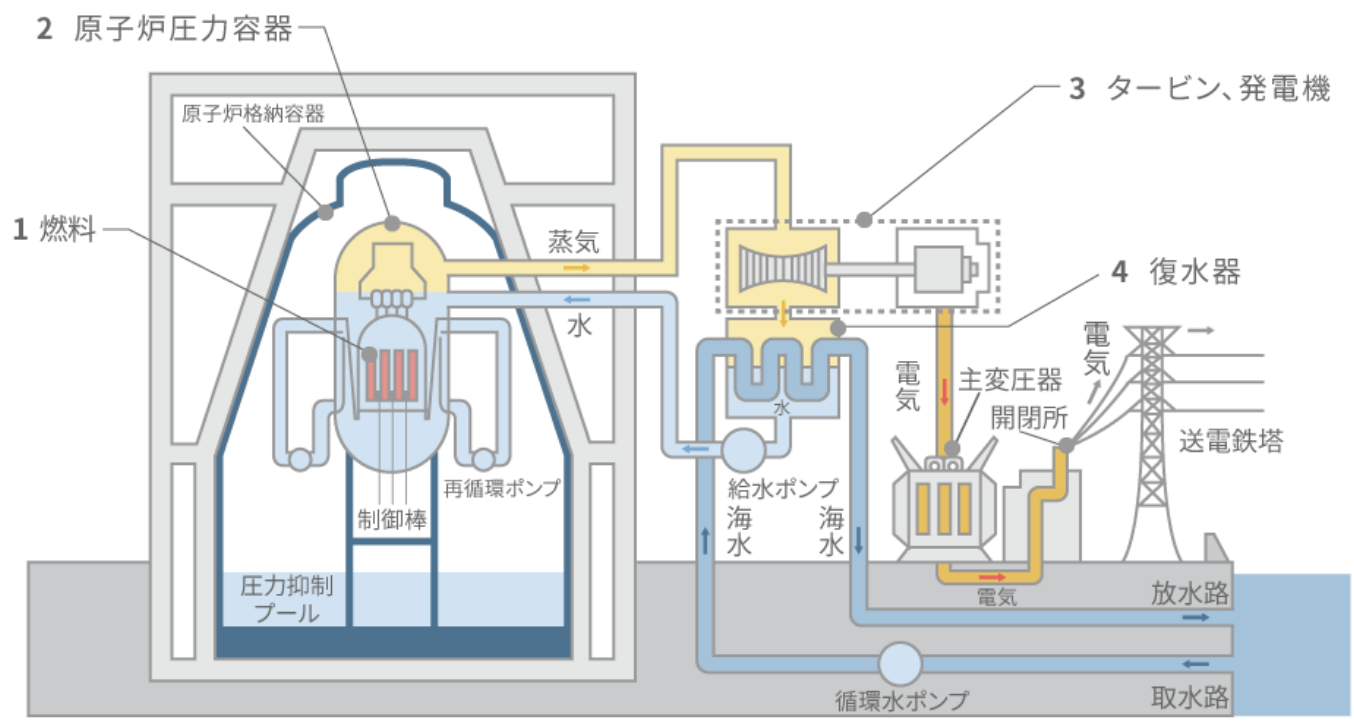


分裂

# 原子力発電



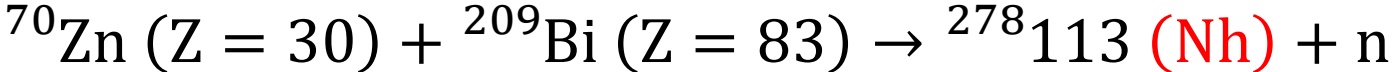
柏崎刈羽原子力発電所



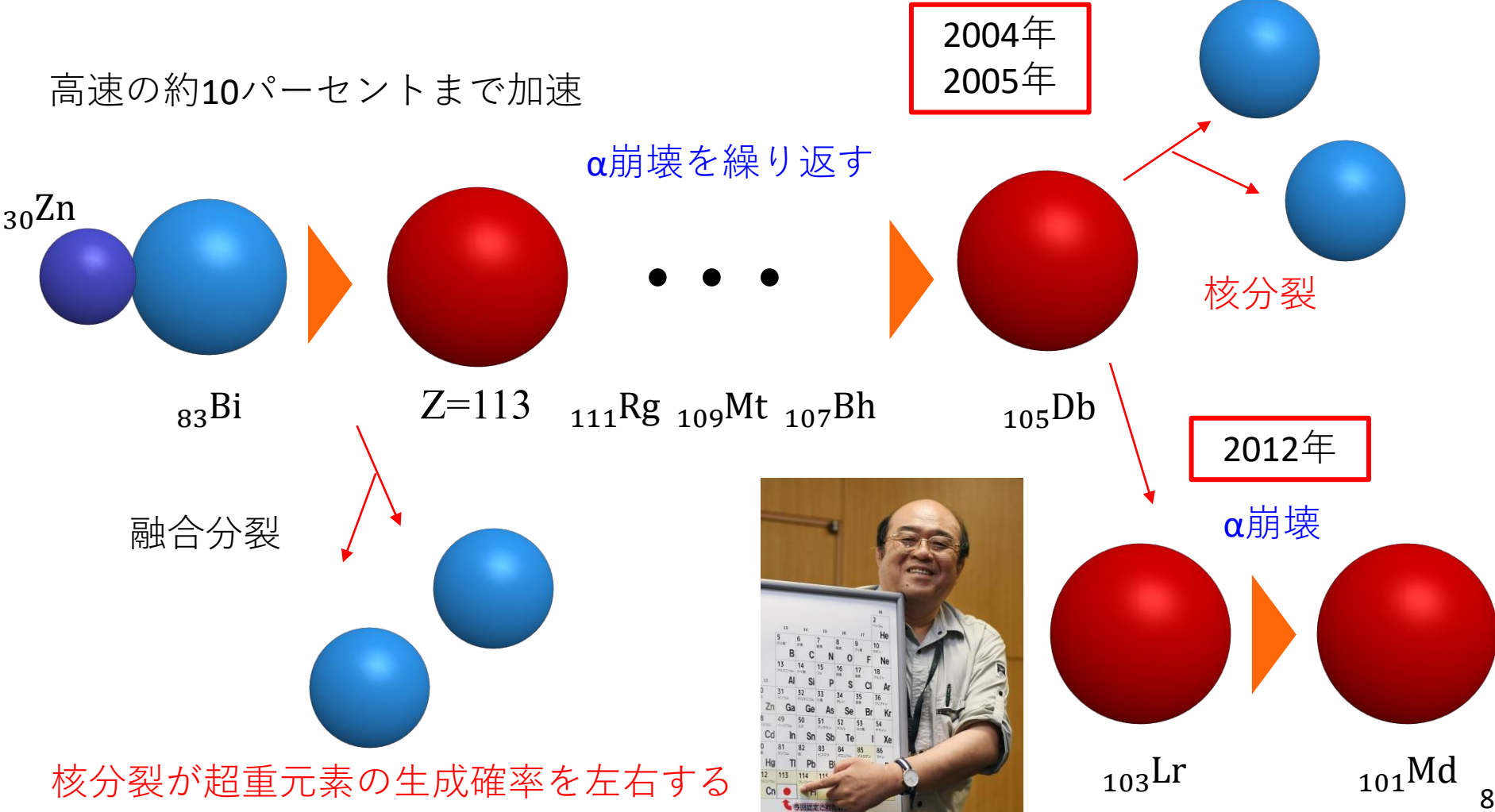


# 超重元素合成

## 新元素113番ニホニウム



高速の約10パーセントまで加速



2004年  
2005年

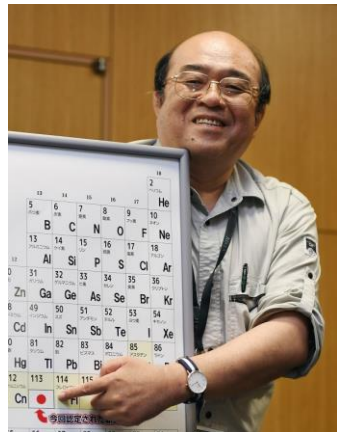
$\alpha$ 崩壊を繰り返す

核分裂

2012年

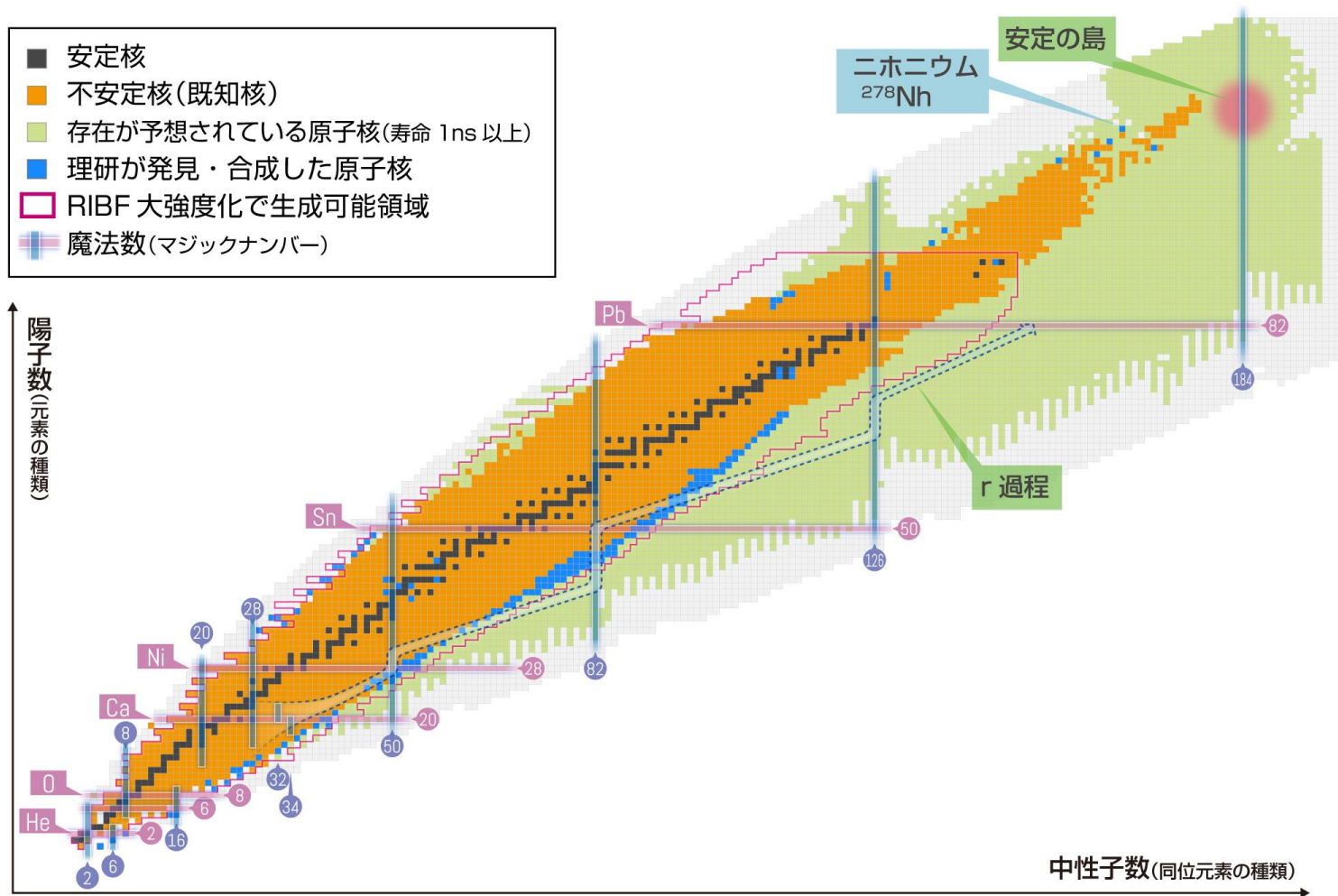
$\alpha$ 崩壊

核分裂が超重元素の生成確率を左右する

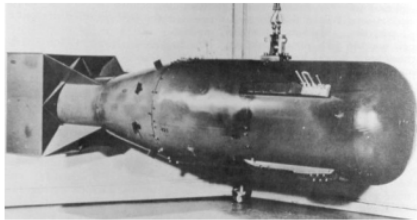


# rプロセス元素合成

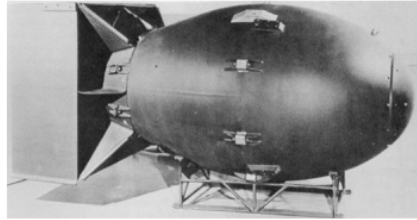
- rプロセス（急速な中性子捕獲と $\beta$ 崩壊）は鉄より原子番号が大きい元素を生成する主要な起源であり、元素合成の経路が安定核から大きく外れた中性子過剰領域に存在する。
- 超ウラン元素付近に到達すると核分裂の効果が重要となる。



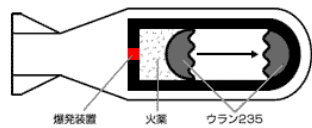
# 原子爆弾/水素爆弾



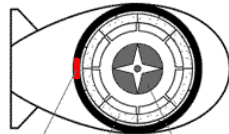
広島に投下された原爆(Little Boy) (模型)



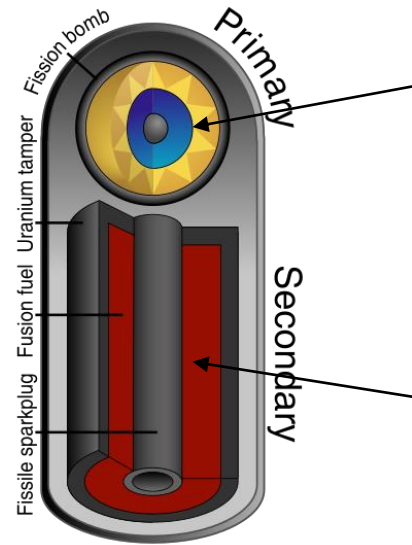
長崎に投下された原爆(Fat Man) (模型)



<広島型原子爆弾の模式図>  
 長さ: 約3メートル (120インチ)  
 重さ: 約4トン (9,000ポンド)  
 直径: 約0.7メートル (28インチ)  
 主体: ウラン235



<長崎型原子爆弾の模式図>  
 長さ: 約3.2メートル (128インチ)  
 重さ: 約4.5トン (10,000ポンド)  
 直径: 約1.5メートル (60インチ)  
 主体: プルトニウム239



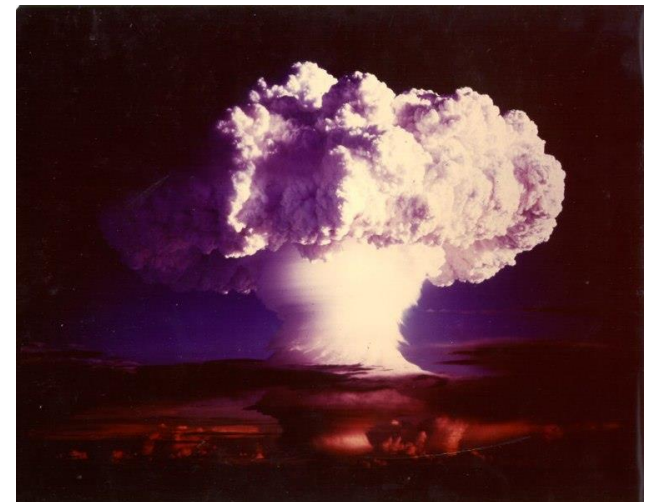
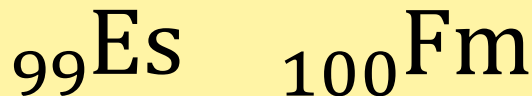
第一段で核分裂が  
起こる

第二段で核融合が  
起こる

水爆の基本設計

アインスタイニウムは1952年12月、カリフォルニア大学バークレー校のアルバート・ギオルソとその共同研究者によりアルゴンヌとロスアラモス国立研究所との共同研究でアイビー・マイク核実験の放射性降下物の中から初めて同定された。

## ■ 新元素の生成

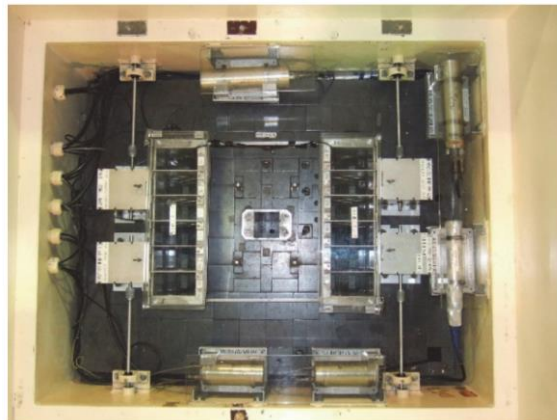


# 中性子源としての利用

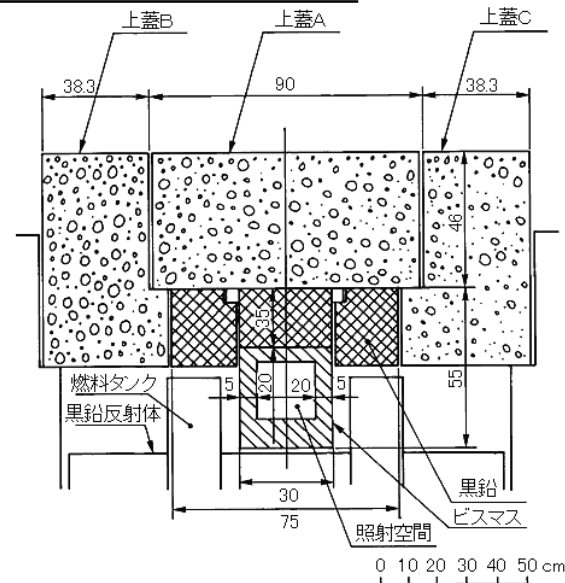
## ■ 近畿大学原子力研究所 Kindai University Atomic Energy Research Institute



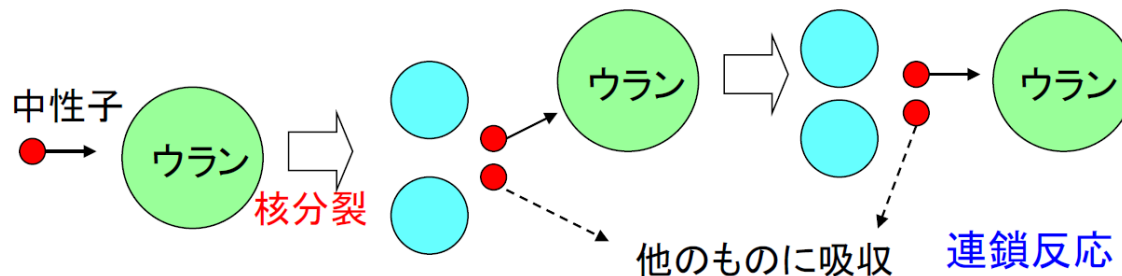
近畿大学炉 (UTR-KINKI)



UTR-KINKI炉心



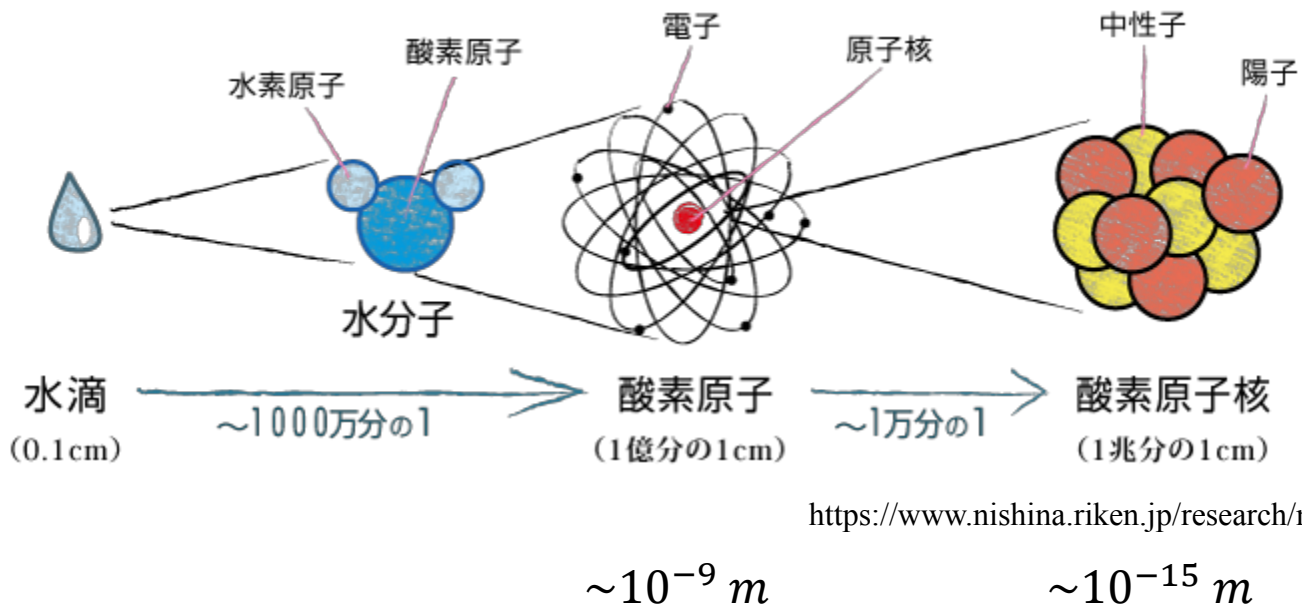
小動物照射設備  
(南北方向断面図)



実験照射設備としては、前記の垂直ストリンガー（最大10×10×122cm）の他、生物照射用設備、中性子ラジオグラフィー用設備などがある。

# 原子核物理の概観

# 原子核

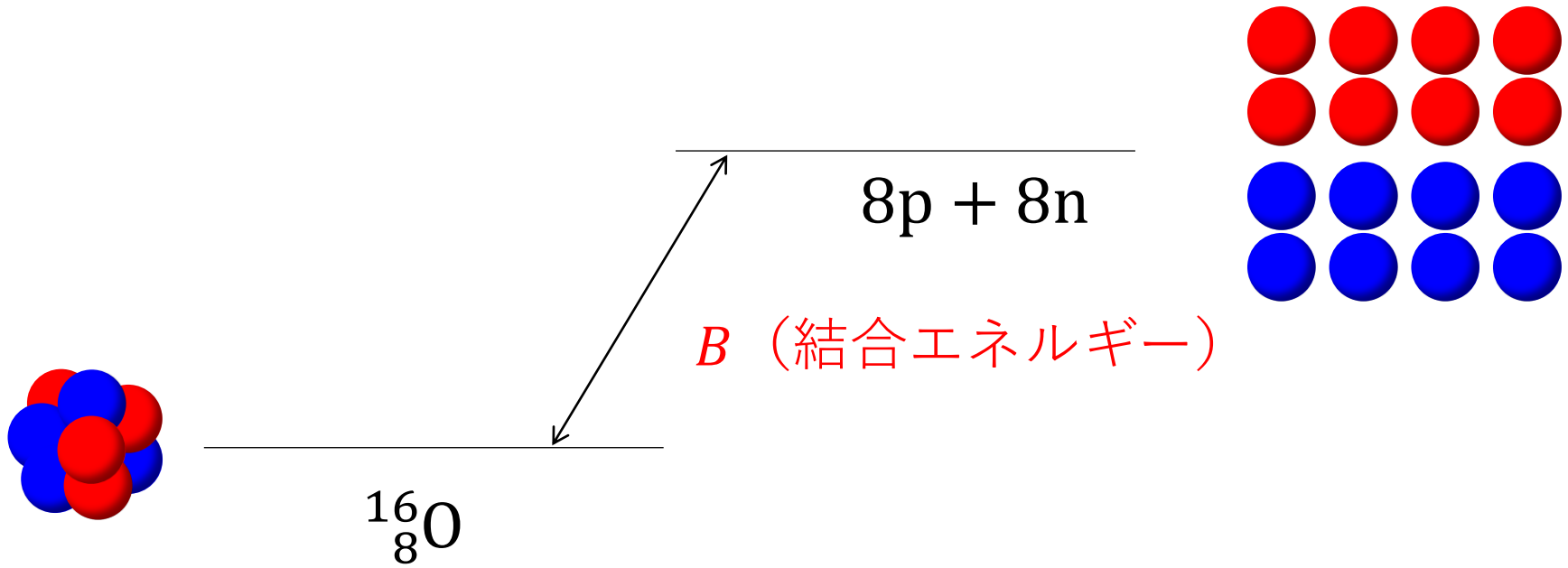


原子核 = 強い相互作用をする粒子（核子）の集合体

- 有限量子多体系
- 自己束縛系

原子核物理学 = これらの原子核の静的・動的性質を研究

# 原子核の質量

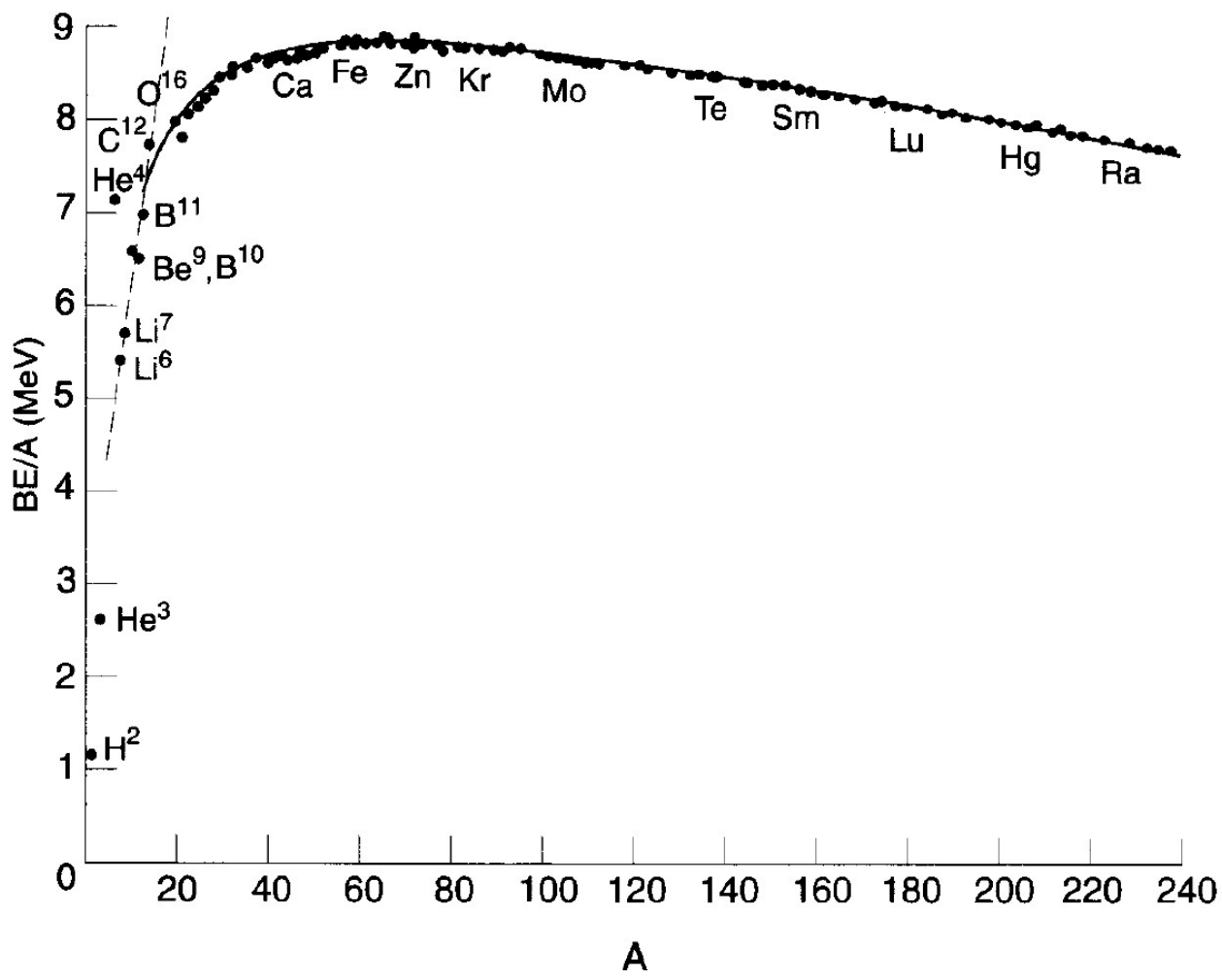


$$m(N, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B$$

結合エネルギー

束縛エネルギーが大きいほど安定 (質量が軽い)

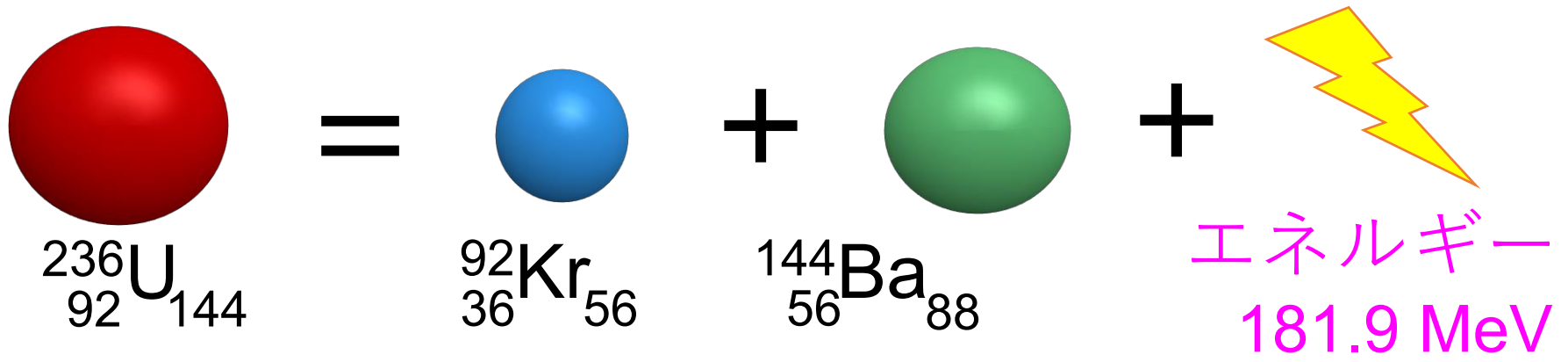
# 結合エネルギーの実験データ



- 軽い核は核融合した方が安定
- 重い核は核分裂した方が安定

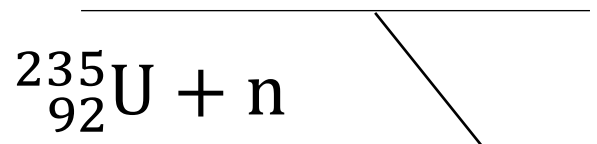


# 核分裂のエネルギー



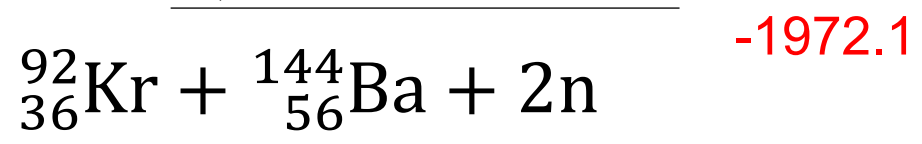
結合エネルギー

$-B = -1790.2 \text{ MeV}$



分裂すると軽くなる  
 $E = mc^2$  (質量自体がエネルギー)

**181.9 MeV** ⇒ 質量の違いを熱エネルギーとして取り出すのが原子力発電



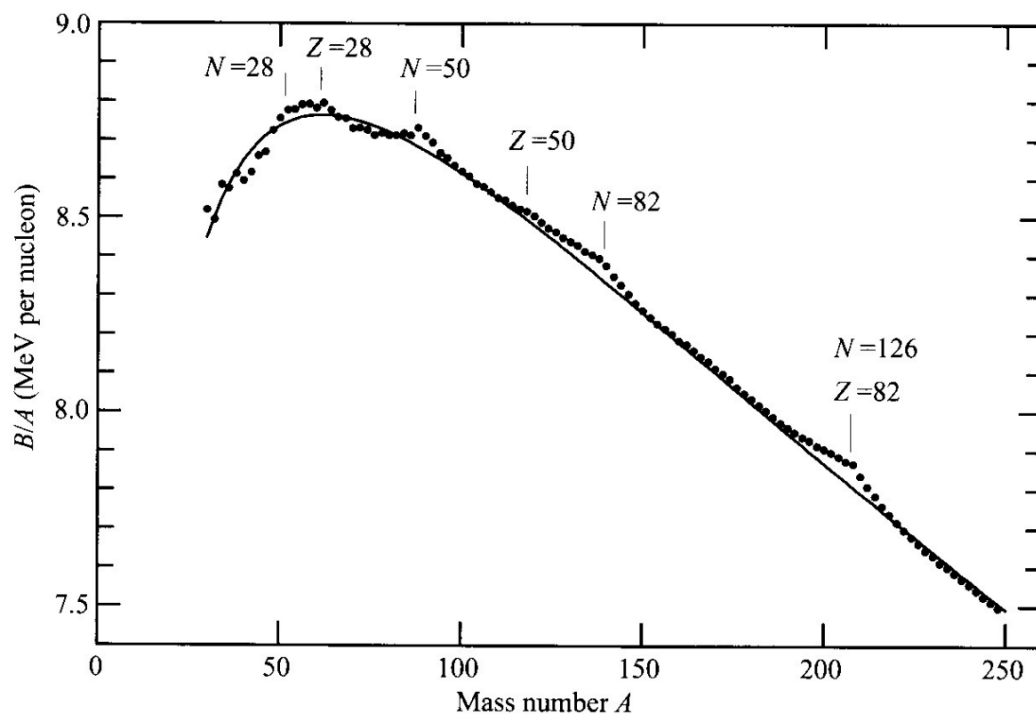
# 半経験的質量公式

結合エネルギー:  $B(N, Z) = \{(ZM_p + NM_n) - M(Z, N)\}c^2$

## ■ ベーテ・ワイゼッカーの質量公式 (Bethe-Weizsäcker mass formula)

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(N - Z)^2}{2A} - \Delta(A)$$

- 体積エネルギー：  
 $a_v A$
- 表面エネルギー：  
 $-a_s A^{2/3}$
- クーロンエネルギー：  
 $-a_c Z^2 / A^{1/3}$
- 対称エネルギー：  
 $-a_{sym} (N - Z)^2 / A$
- ペアリングエネルギー：  
 $-\Delta(A)$



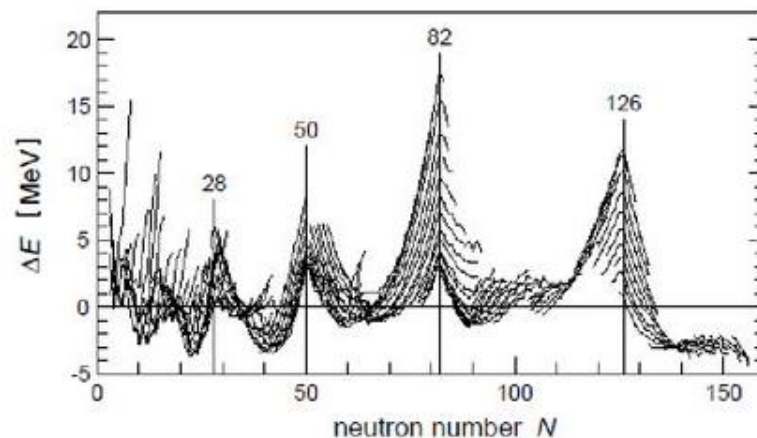
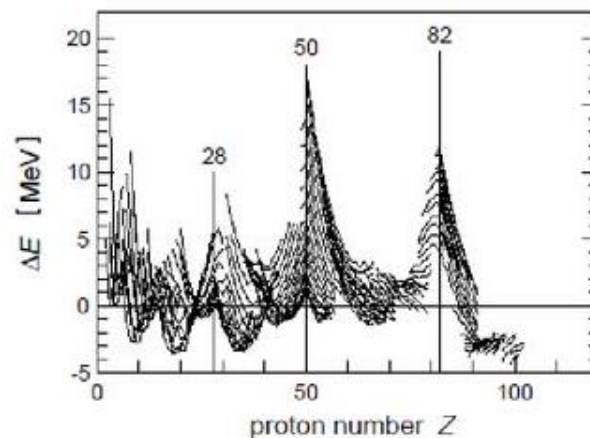
# 魔法数

## ■ 原子核の結合エネルギー 実験値－理論値（質量公式）

上図：Nが等しい原子核を線で結ぶ

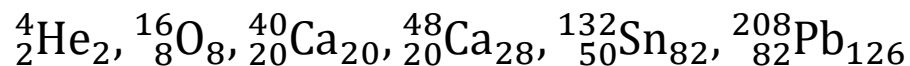
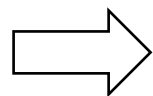
下図：Zが等しい原子核を線で結ぶ

- 魔法数の近傍で大きな値になる  
⇒ 液滴模型の予言より、実際の原子核はより強く結合している。



N,Z=2,8,20,28,50,82,126（魔法数）に対して結合エネルギー大→「殻構造」

かなり安定  
な原子核

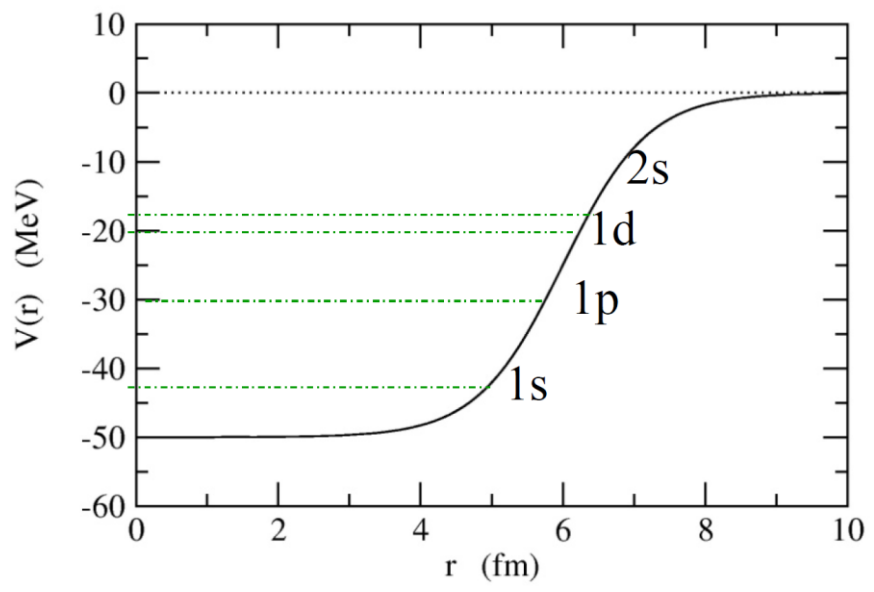


# 殻構造 (魔法数) の理解

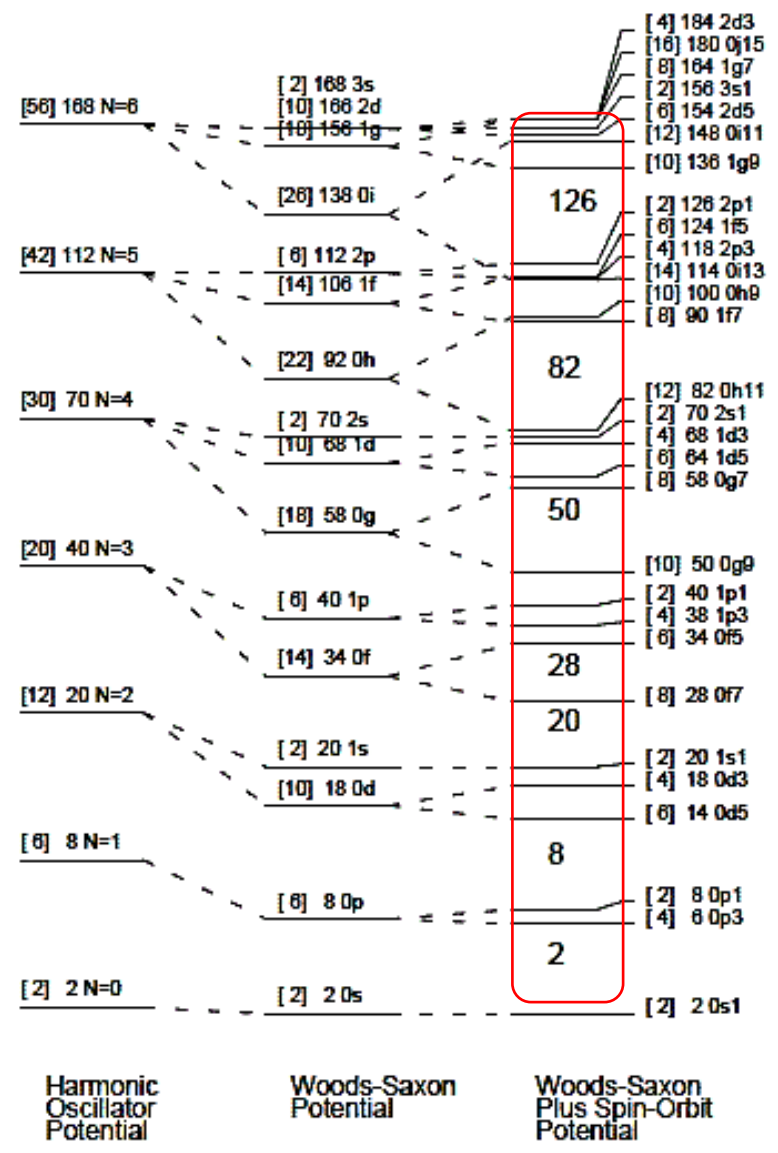
核子の1粒子ポテンシャルを考える

- ポテンシャル中の独立粒子描像
- スピン・軌道相互作用

■ Woods-Saxon potential  $V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp\{(r - R)/a\}}$

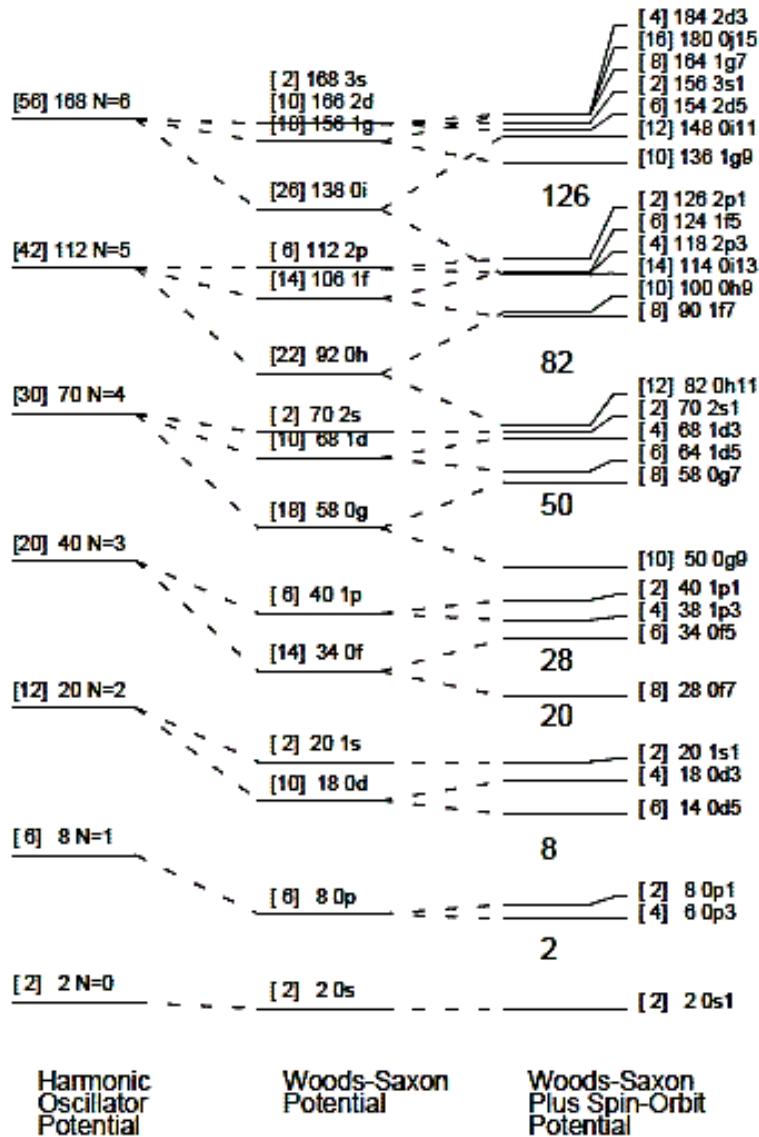


調和振動子 + スピン軌道相互作用により  
原子核の魔法数を説明した  
(Meyer and Jensen (1949)、ノーベル賞)



原子の電子配置と同様に原子核にも個性がある

魔法数 = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126



Meyer and Jensen (1949):  
Strong spin-orbit interaction

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \right] \psi(r) = 0$$

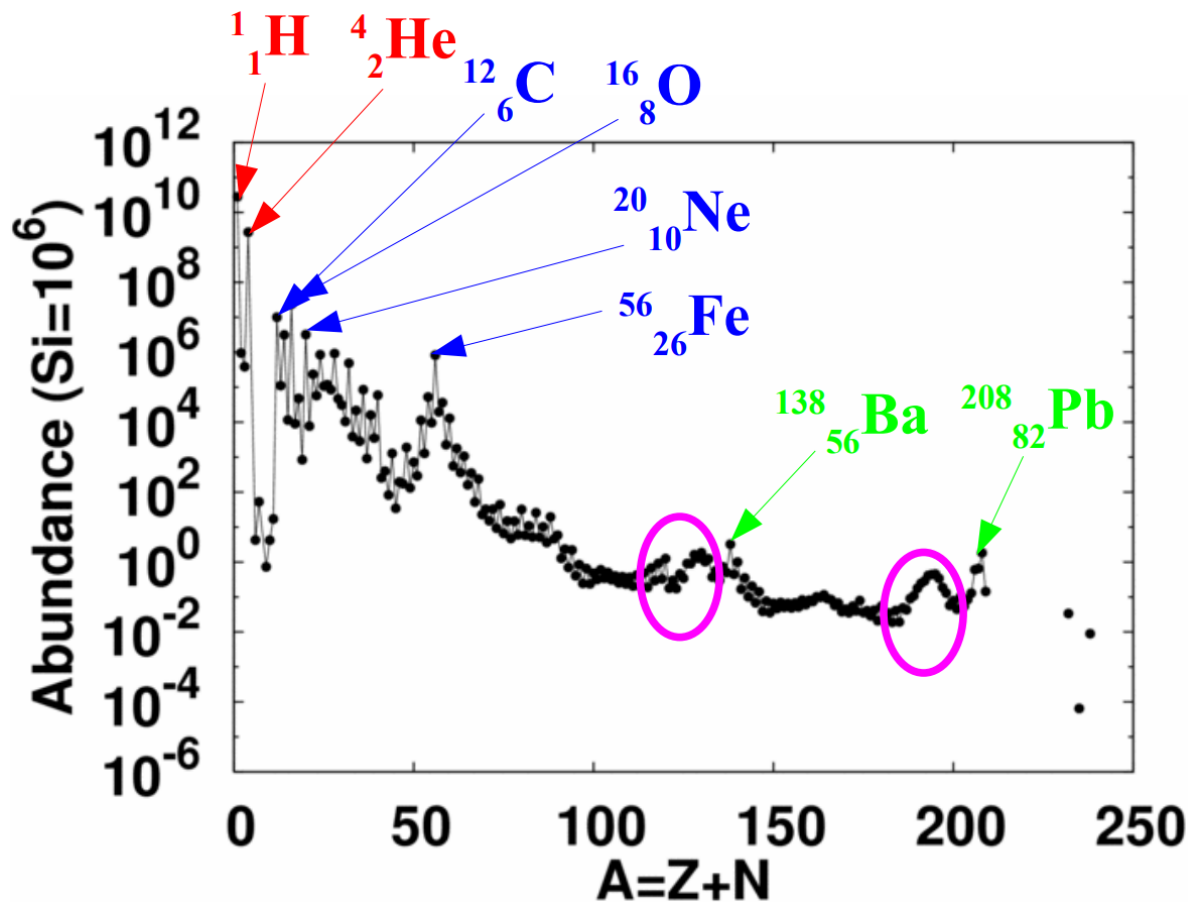
$$V_{ls}(r) \sim -\lambda \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \quad (\lambda > 0)$$

- 1粒子Hamiltonianのエネルギー固有値
- 左図の左から順に1粒子エネルギーの縮退が解けていく
- 右端はWoods-Saxonポテンシャルの場合の1粒子軌道
  - ・量子数
  - ・占有できる核子の数
  - ・エネルギーが低い状態からすべて占有したときの核子の数
- 1粒子エネルギーの大きなギャップがあるところが魔法数に対応する
- スピン・軌道相互作用により  $j = l \pm \frac{1}{2}$  の縮退が解ける
- $j = l + \frac{1}{2}$  軌道のエネルギーが大きく下がり魔法数が再現できる

# 太陽系の元素組成

## 太陽系の元素組成

- 水素( ${}^1_1\text{H}$ )が多く、次が $\alpha$ ( ${}^4_2\text{He}$ , 水素の10%程度)
- 酸素( ${}^{16}_8\text{O}$ )、炭素( ${}^{12}_6\text{C}$ )、ネオン( ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ )、鉄( ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ )...等が続く。
- 重い原子核ではバリウム( ${}^{138}_{56}\text{Ba}$ )、鉛( ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ )等が多い。
- これらより少し小さな $A=Z+N$ の領域(錫( $\text{Sn}$ )、金( $\text{Au}$ ))で大きく盛り上がる。



# 原子核の崩壊

## 1. 核子放出 (強い相互作用)

中性子 (陽子) が過剰な場合に中性子 (陽子) を放出する

## 2. $\alpha$ 崩壊 (強い相互作用)

$\alpha$ 粒子を放出して質量数が4 小さい核種に変化する。質量数が200程度以上の原子核で発生しやすい

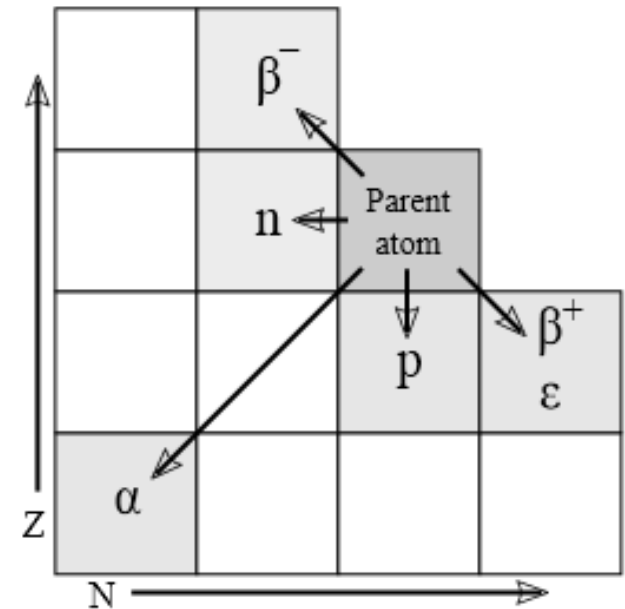
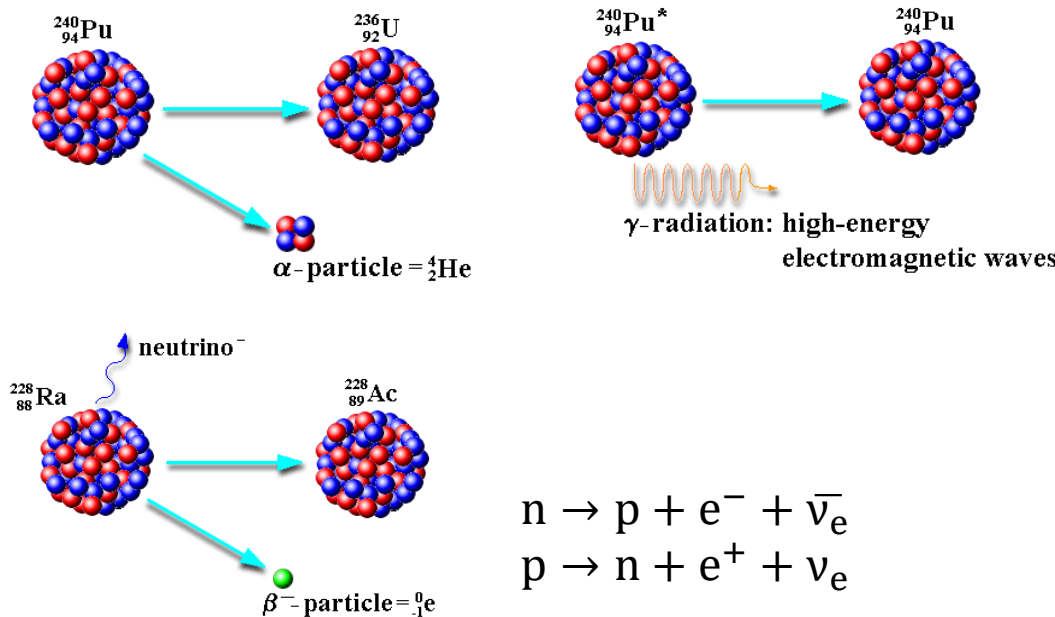
## 3. $\beta$ 崩壊 (弱い相互作用)

安定ではない原子核の多くは $\beta$ 崩壊して質量数の等しい別の核種へ変化する

## 4. $\gamma$ 崩壊 (電磁相互作用)

核種は変化せず励起状態からエネルギーの低い状態へ遷移

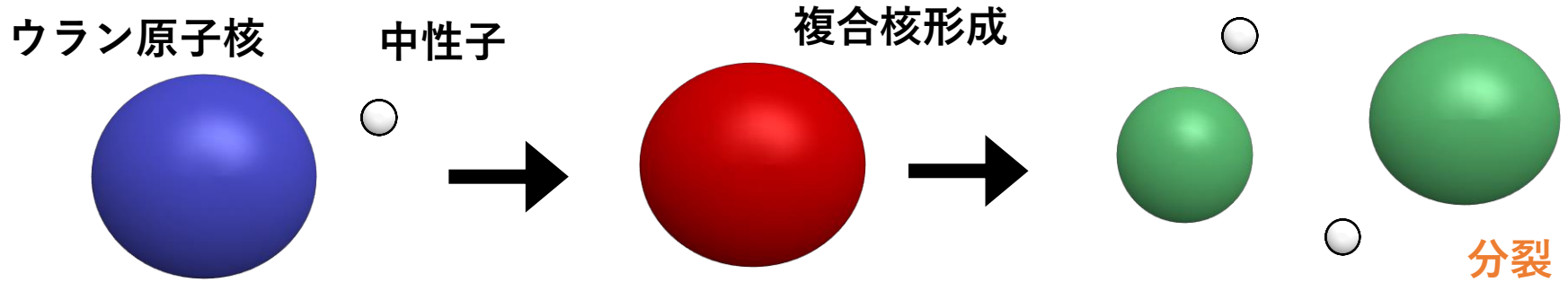
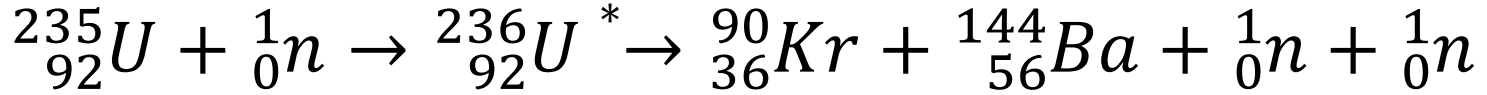
## 5. 核分裂 (強い相互作用)



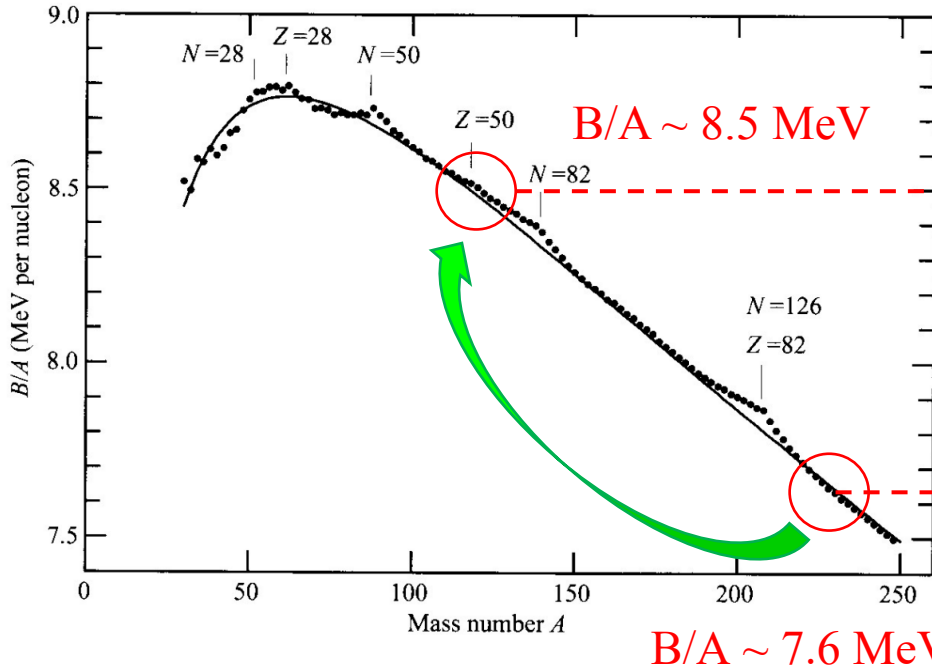
# 核分裂について



# 核分裂の過程



なぜ中性子を吸収すると分裂するのか



$$(A = 236) \rightarrow 2x(A = 118) :$$

$$\Delta E = -7.6 \times 236 + 8.5 \times 118 \times 2$$

$$\sim 212 \text{ (MeV)}$$

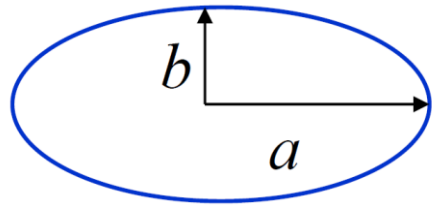
# 液滴模型による原子核の表面振動

原子核が変形したときに結合エネルギーはどう変化するか

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(N - Z)^2}{2A} - \Delta(A)$$

(球形の原子核)

例) 回転楕円体



$$\begin{aligned} a &= R \cdot (1 + \epsilon) \\ b &= R \cdot (1 + \epsilon)^{-1/2} \\ ab^2 &= R^3 = \text{一定} \end{aligned}$$

変形した時のエネルギー変化：

- 体積項、対称項：変化しない
- 表面項：損をする (表面積が大きくなるため)
- クーロン項：得をする (平均的な陽子間距離が大きくなるため)

{

 表面項            →            球形になる傾向  
 クーロン項        →            変形になる傾向
 
}
           → 2つの力の競合

# 核分裂障壁の古典的な概念

$$E_{\text{def}}(\epsilon) = E_s(\epsilon) + E_c(\epsilon) - E_s(0) - E_c(0)$$

$$= \left( \frac{2}{5} E_s(0) - \frac{1}{5} E_c(0) \right) \epsilon^2 - \frac{4}{105} (E_s(0) + E_c(0)) \epsilon^3 + \dots$$

わずかな変形するとき

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left[ 1 + \sum_{\lambda, \mu} a_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right]$$

原子核に核分裂障壁が存在するには、

$$E_c(0) < 2E_s(0)$$

$$E_s = E_s(0)(1 + 2\epsilon^2/5 + \dots)$$

$$E_c = E_c(0)(1 - \epsilon^2/5 + \dots)$$

$$E_s(0) = +a_s A^{2/3} \sim 20 A^{2/3} \text{ (MeV)}$$

$$E_c(0) = +a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \sim 0.751 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \text{ (MeV)}$$

$$\rightarrow x \equiv \frac{E_c(0)}{2E_s(0)} = \frac{a_c}{2a_s} \cdot \frac{Z^2}{A} \sim \frac{1}{53.3} \cdot \frac{Z^2}{A}$$

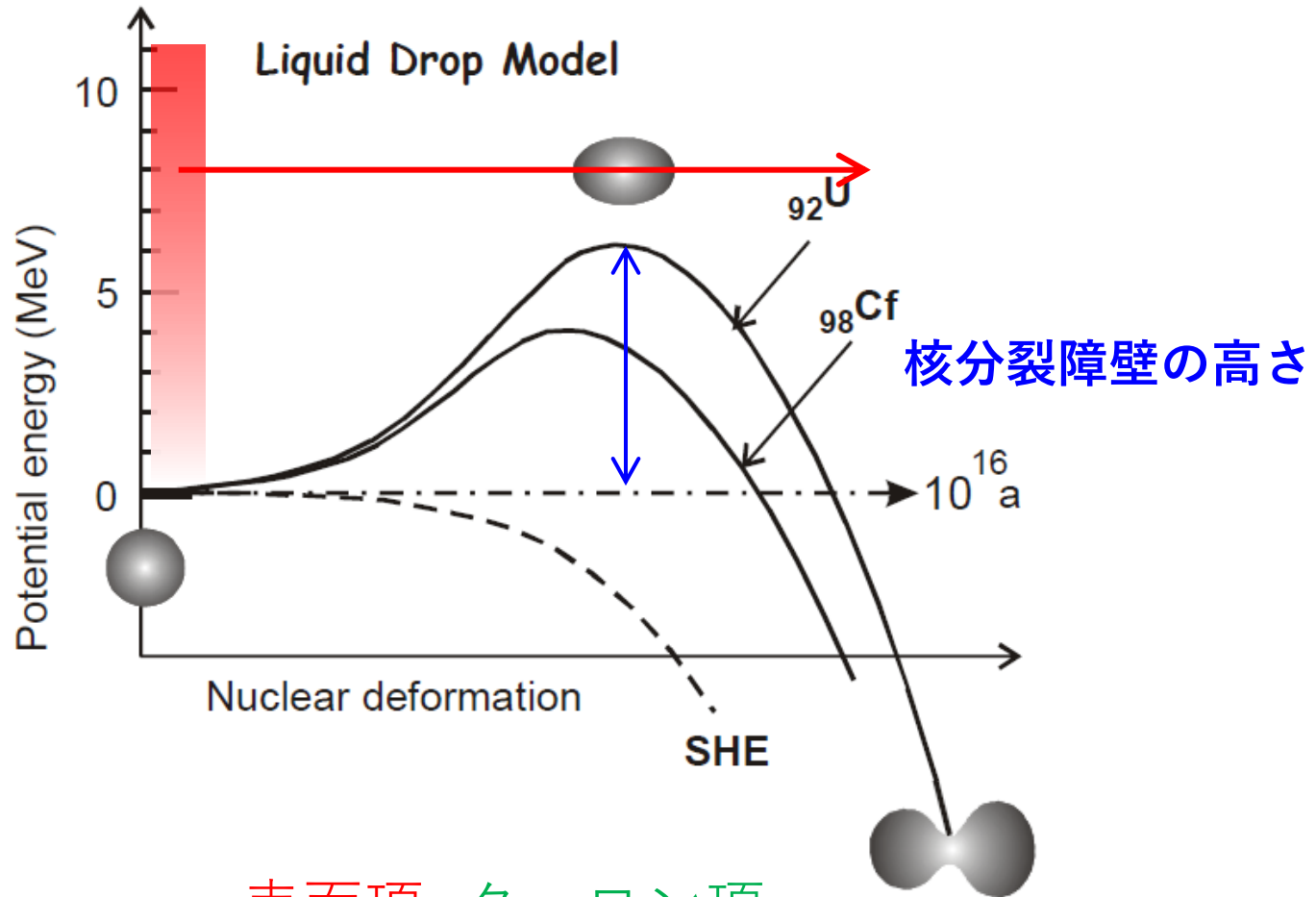
フィシリテイ (fissility) パラメータ :  $x$

$$x \equiv \frac{E_c(0)}{2E_s(0)}$$

$$E_s(0) = 17.8 A^{2/3}, E_c(0) = 0.71 \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

# 核分裂障壁の古典的な概念

原子核の励起エネルギー

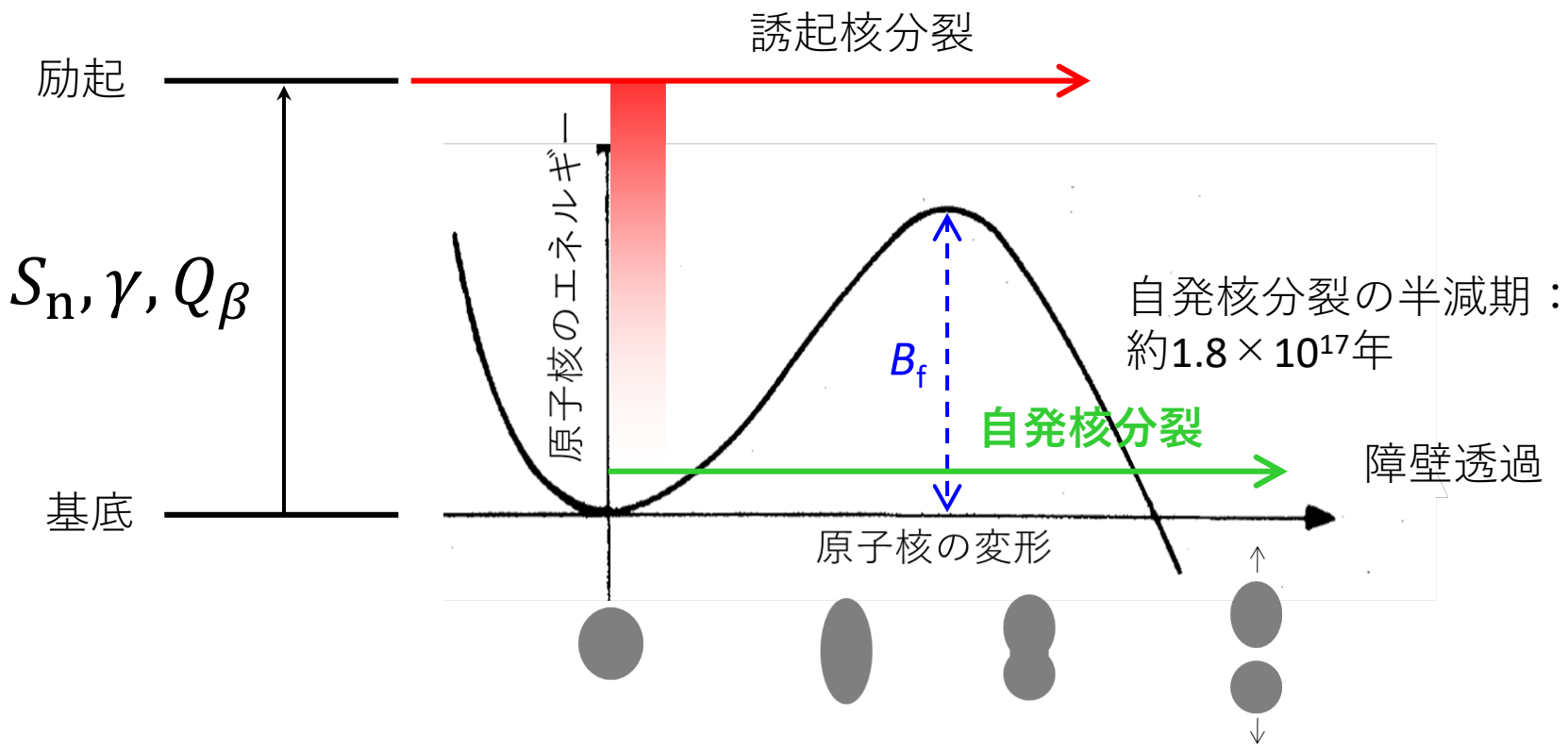


表面項    クーロン項

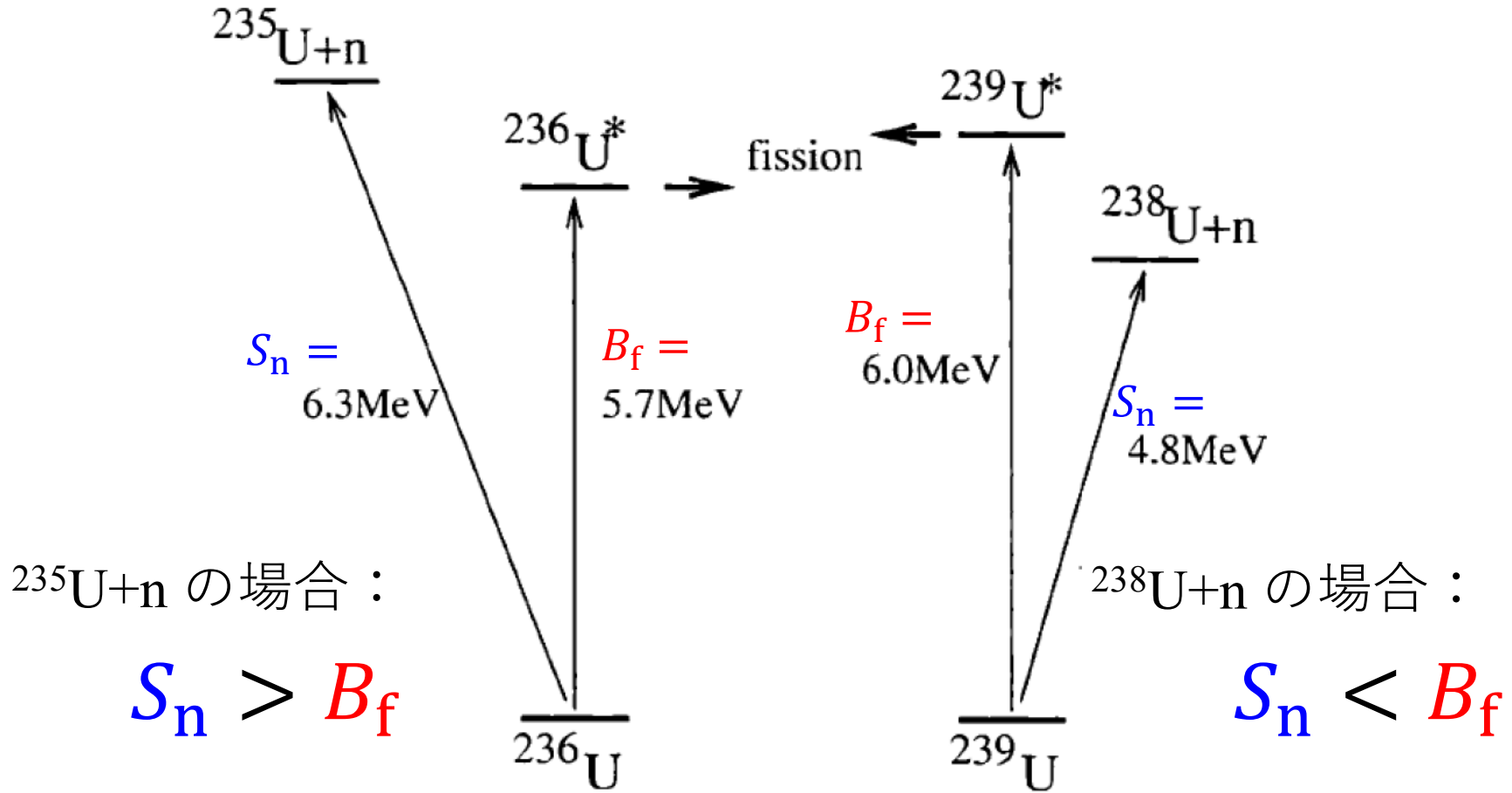
$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(N - Z)^2}{2A} - \Delta(A)$$

# 核分裂の種類

- 1. 自発核分裂 (Spontaneous fission)
  - 2. 誘起核分裂 { 中性子入射核分裂 (n-induced fission)  
γ線吸収 (photo-fission)  
β遅延核分裂 (β-delayed fission)
- } 2体分裂  
} 3体 (Ternary fission)



# なぜ<sup>235</sup>Uなのか



**Fig. 6.6.** Levels of the systems  $A = 236$  and  $A = 239$  involved in the fission of  $^{236}\text{U}$  and  $^{239}\text{U}$ . The addition of a motionless (or thermal) neutron to  $^{235}\text{U}$  can lead to the fission of  $^{236}\text{U}$ . On the other hand, fission of  $^{239}\text{U}$  requires the addition of a neutron of kinetic energy  $T_n = 6.0 - 4.8 = 1.2\text{MeV}$ .

# 原子核が変形した場合の殻構造

## Nilsson Model : 変形核の殻モデル

$$V_{\text{Nil}} = \frac{1}{2} m \omega_{\perp}^2 (x^2 + y^2) + \frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2 + Cl \cdot s + D(l^2 - \langle l^2 \rangle_N)$$

$$E(n_z, n_{\perp}) = \hbar \omega_z \left( n_z + \frac{1}{2} \right) + \hbar_{\perp} (n_{\perp} + 1)$$

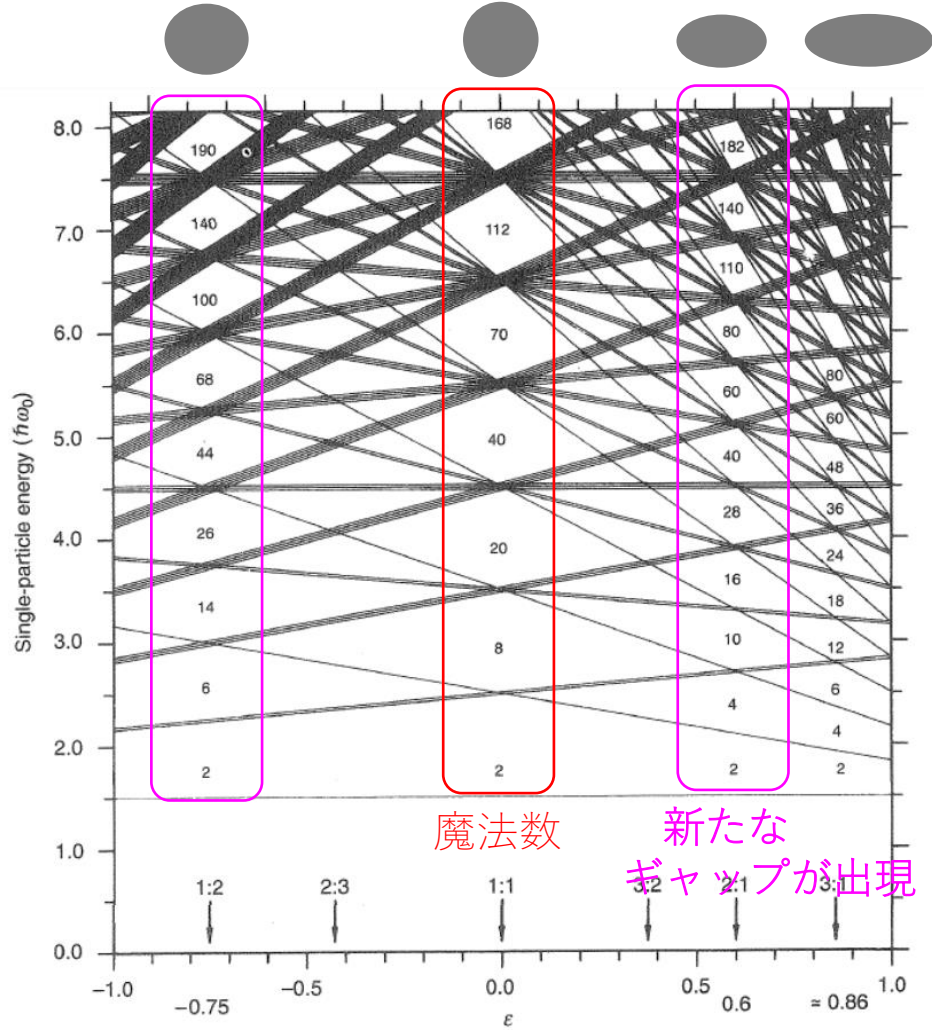
$$= \hbar \omega_0 \left( N + \frac{3}{2} + (n_{\perp} - 2n_z) \frac{\epsilon}{3} \right)$$

原子核が変形すると、ポテンシャルの形が変わり、エネルギー準位構造も変化する。

縮退が解けることで、 $\epsilon$ によって新たなギャップが生じる。

⇒ 変形魔法数

■ ニルソン図



S.G. Nilsson et al., Shapes and Shells in Nuclear Structure

# “殻エネルギー補正”をした後の核分裂障壁

## The Shell Correction Method (Strutinsky Hybrid Model)

$$E = E_{LDM} + E_{Shell}$$

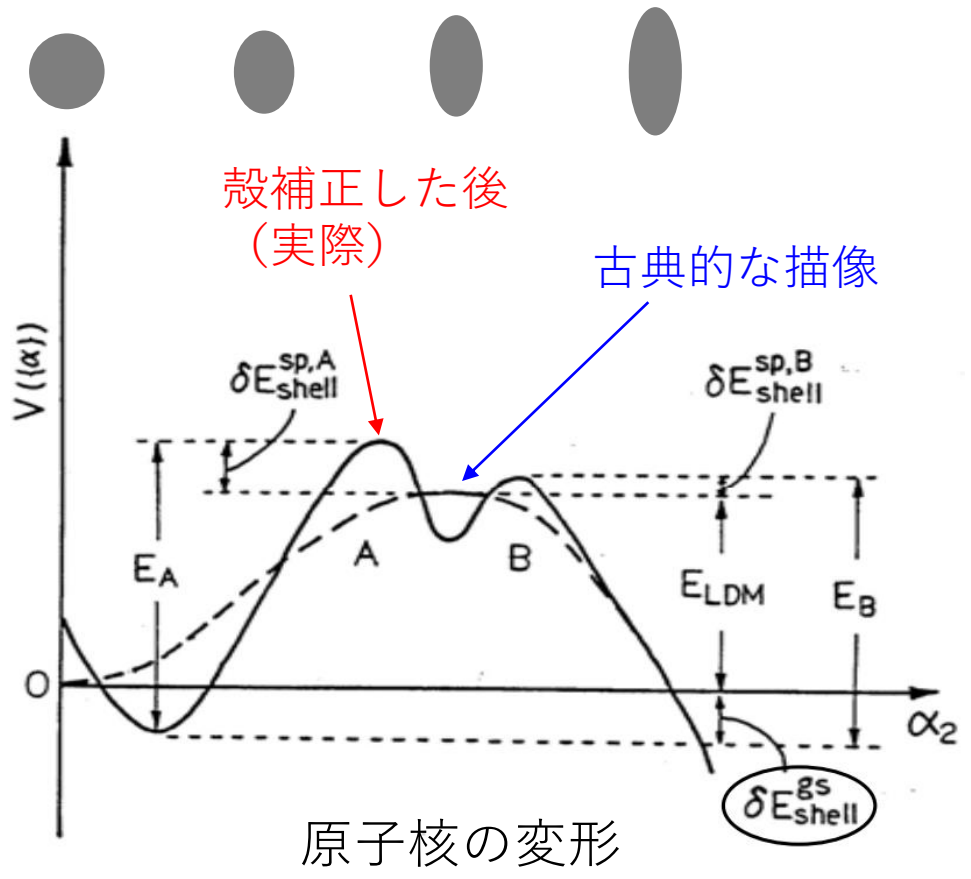
巨視的模型：液滴模型

微視的模型：殻模型

変形単一粒子ポテンシャルより準位を得、それに粒子を積み上げることにより一粒子準位密度を用いて原子核のエネルギーが計算される。

核分裂障壁は液滴模型から変化して、ふた山の構造となる。

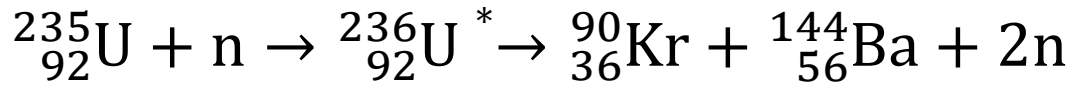
少し変形した所に安定点があり、核分裂異性体はこの谷間の状態と考えられる。



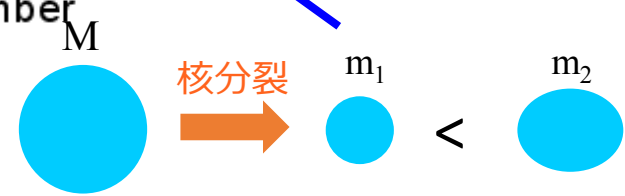
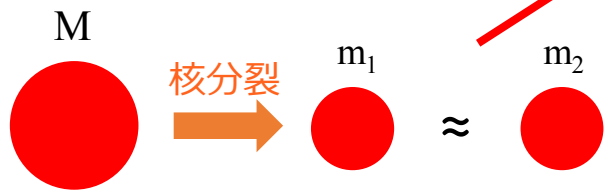
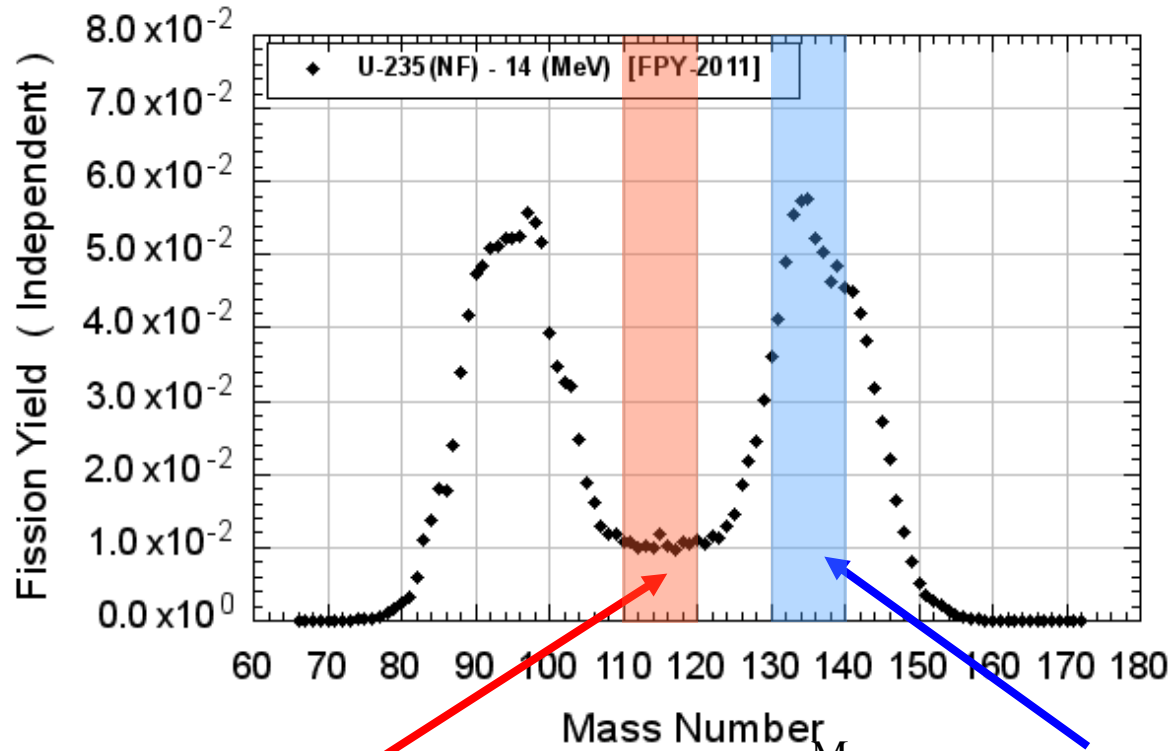
⇒核分裂においても原子核の殻構造が重要となる



# 核分裂片質量分布



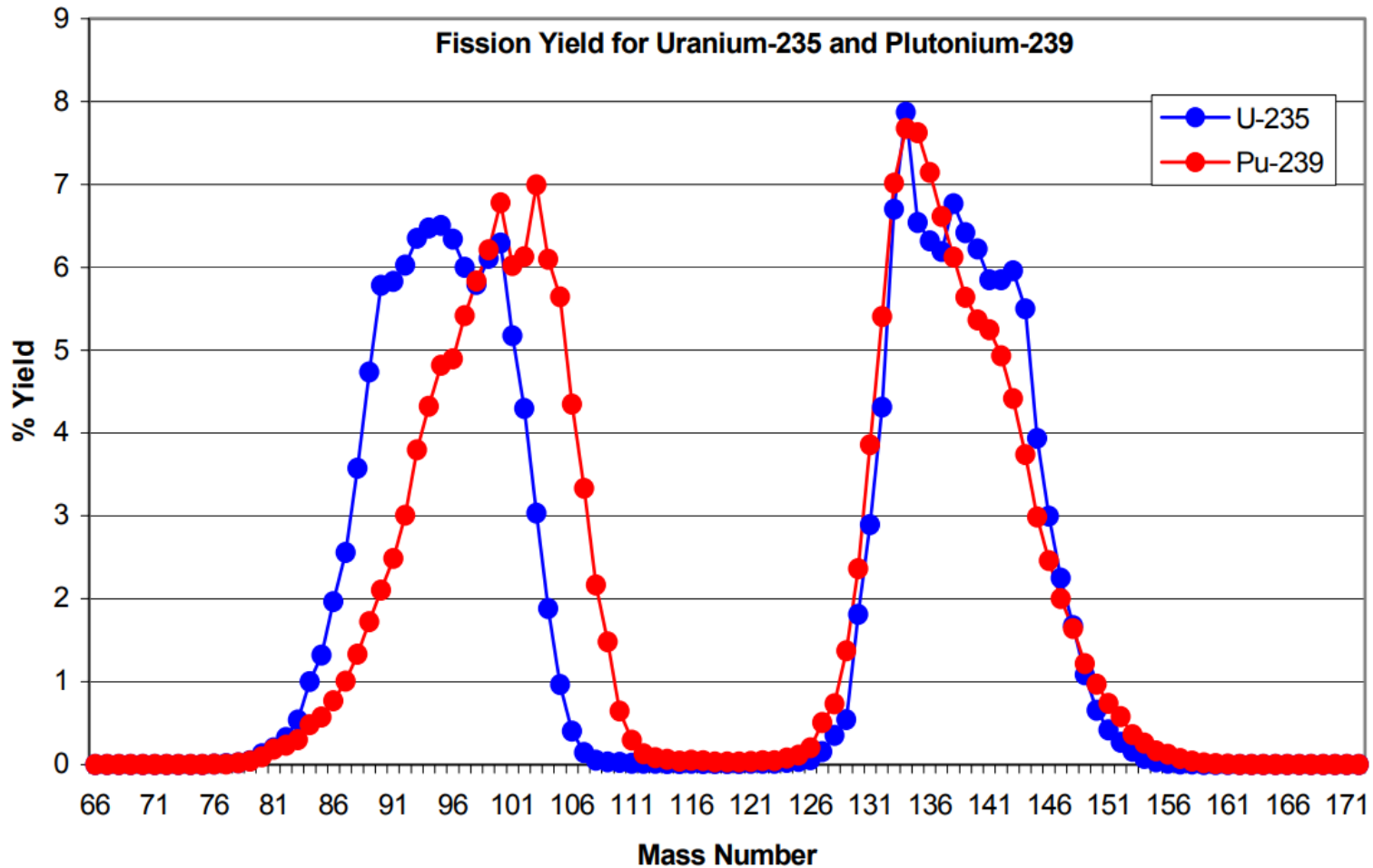
${}^{235}\text{U}$ の中性子入射核分裂では質量非対称分裂が優勢⇒ふた山分布



⇒大小異なる大きさの原子核が生成されるのはなぜ？

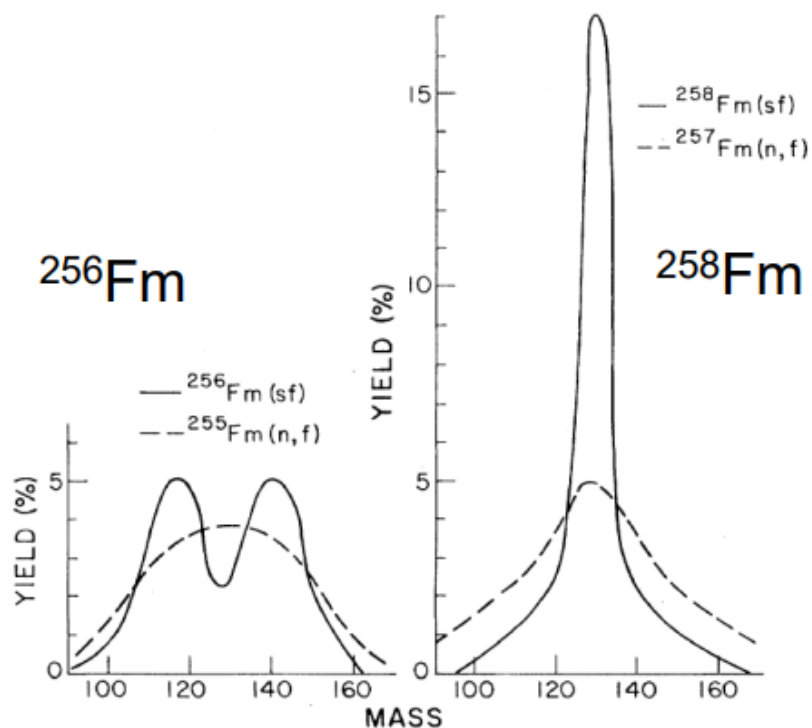
# 核分裂片質量分布の核種による変化

重い核分裂片のピークは変わらず、軽い核分裂片のピークが変化する。



P. E. Dresel, J.C. Evans, and O.T. Farmer, Pacific Northwest National Laboratory Report, PNNL-13763 (2002).

# 殻効果が顕著に表れる例



H.C. Britt et al., Phys. Rev. C **30**, 559 (1984).

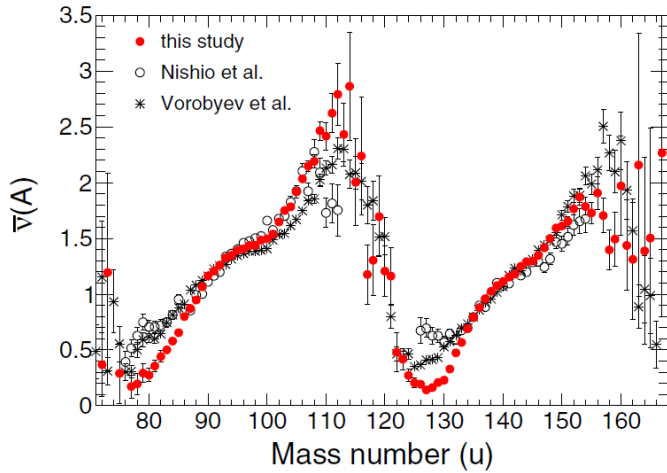
- 自発核分裂  
→非常に低い温度 ( $E^* \sim 0$  MeV)  
 $^{256}\text{Fm}$ : 二つのピーク、広い  
 $^{258}\text{Fm}$ : 単一のピーク、狭い
- 中性子誘導核分裂  
→低い温度 ( $E^* \sim 6$  MeV)

$^{258}\text{Fm}$ の狭い単一のピークは消失  
殻効果が小さくなる

殻効果が核分裂片質量分布に重要な役割を果たしている

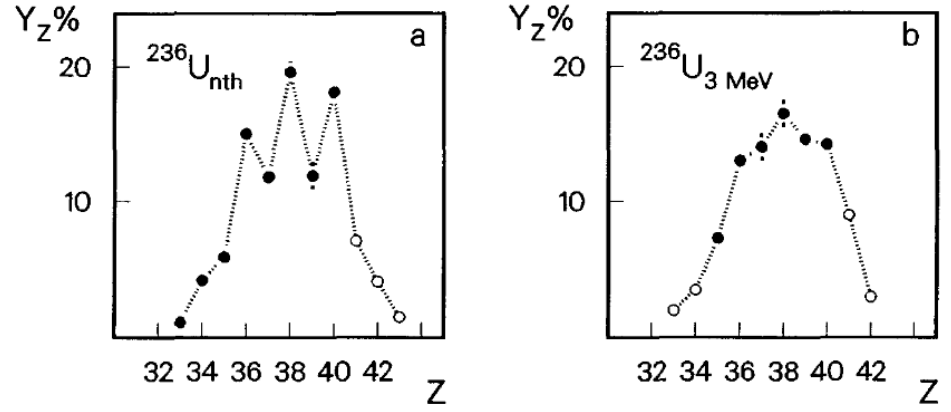
# 核分裂に関する重要な観測量

## ■ 即発中性子放出多重度



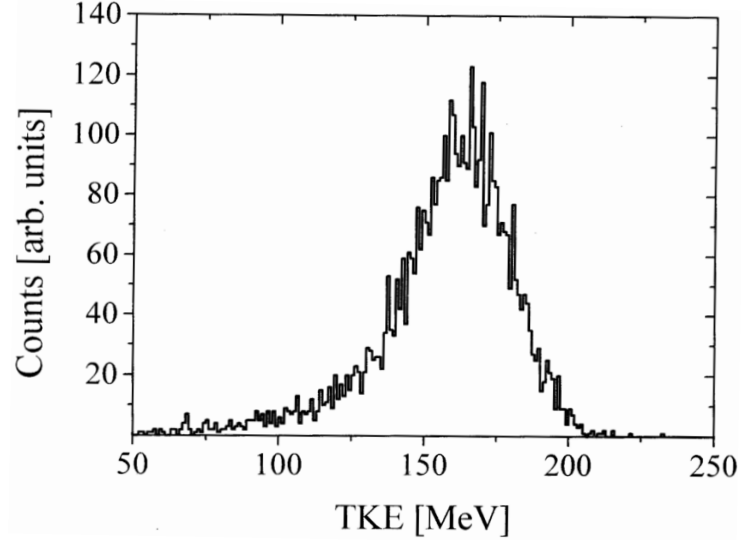
Alf Göök, Franz-Josef Hamsch, Stephan Oberstedt, and Marzio Vidali, Phys. Rev. C **98**, 044615 (2018).

## ■ 核分裂片電荷分布



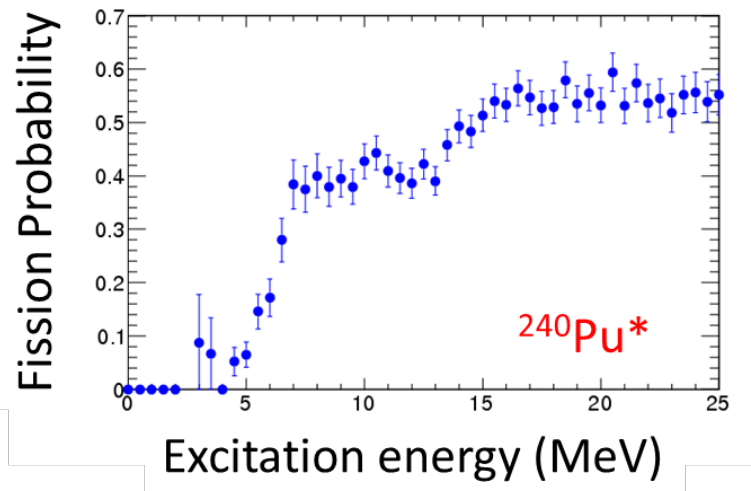
J.P. Bocquet, R. Brissot, Nucl. Phys. A **502**, 213 (1989).

## ■ 核分裂片の運動エネルギー



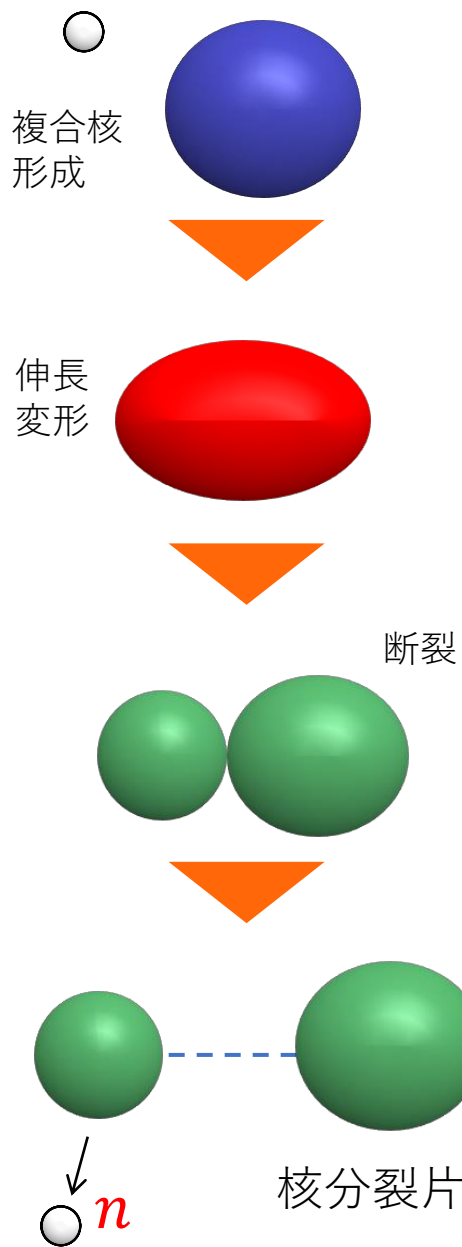
A.V. Kuznetsov et al., Z. Phys. A **354**, 287-291 (1996).

## ■ 核分裂確率と核分裂障壁



K. R. Kean, K. Nishio, K. Hirose, et al., Phys. Rev. C **100**, 014611 (2019). 35

# 様々な核分裂の理論模型



複合核形成: 光学模型、チャンネル結合法

分裂過程

- Dynamical Theory
- Random Walk
- Langevin equation
- TDGCM
- 5-dim. Cassini shape
- AMD

- Static Theory
- Fong, Wilkins
- Brosa
- HF-BCS
- RMF-BCS

Fission valley

• Finite-range liquid-drop model (FRLDM) + Strutinsky法 (Hartree-Fock-Bogoliubov calc., Bernar, Girod, Gogny)

質量分布の理論

(Fongの統計モデル、WilkinsらのScission-point model、Brosa model)

荷電偏極, Z分布: GCM+GOA, TDHF, ATDHF

統計崩壊

即発中性子放出・ $\gamma$ 線放出

CCONE, GEF, CGMF, CoH/BeOH, Freya, Fifrelin, HF<sup>3</sup>D

# 動力学モデルによる核分裂計算

# What we can obtain under the conditions

Phenomenalism

Dynamical Model based on Fluctuation-dissipation theory

(Langevin eq, Fokker-Plank eq, etc) ← Classical trajectory analysis

## ***We can obtain....***

*Fission, Synthesis of SHE*

Mass and TKE distribution of fission fragments

$A_{CN} : 200 \sim 300$

Neutron multiplicity

Charge distribution

Cross section (capture, mass symmetric fission, fusion)

Angle of ejected particle, Kinetic energy loss (← two body)

## ***Conditions***

Nuclear shape parameter

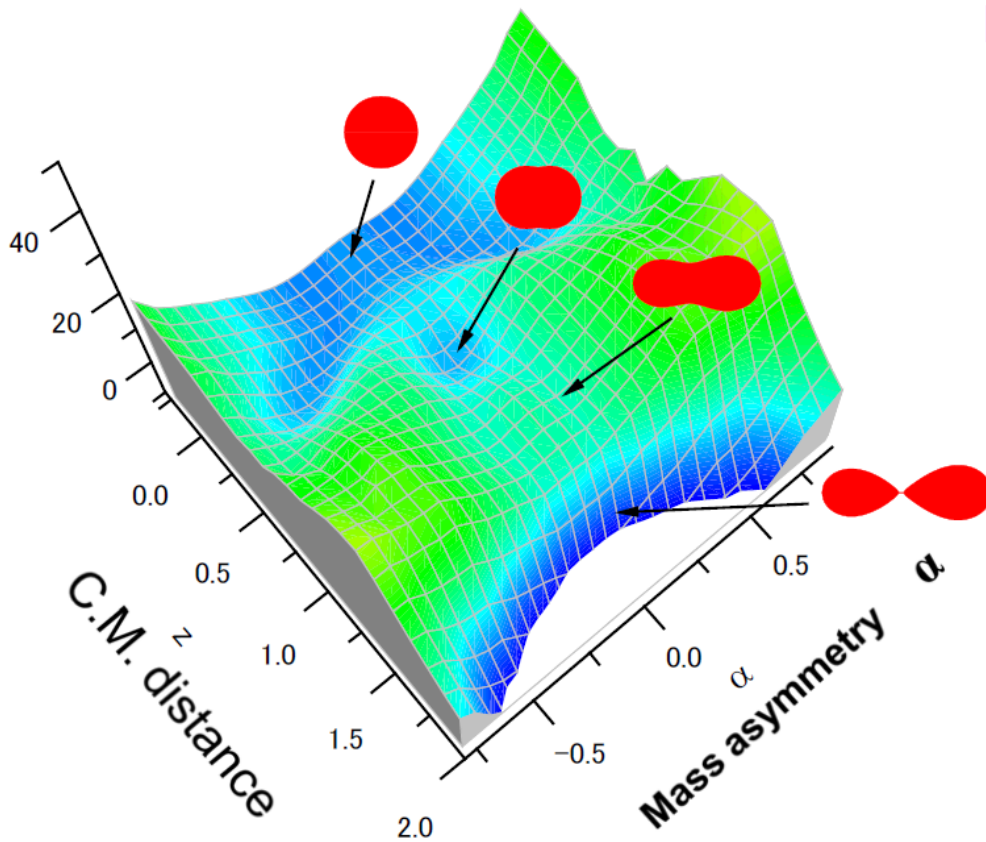
Potential energy surface (LDM, shell correction energy, LS force)

Transport coefficients (friction, inertia mass) ← Liner Response Theory

Dynamical equation (memory effect, Einstein relation)

# 理論模型

核分裂過程： $^{240}\text{U}$ ,  $E^* < 20 \text{ MeV}$



## Dynamical calculation

Time-evolution of nuclear shape  
in fission process

### *Two Items*

1. Potential energy surface
2. Trajectory ← described by  
Equation of Motion

*Trajectory on potential  
energy surface*



# Nuclear shape

## ■ Two-center parametrization

two-center parametrization  $q\{z, \delta, \alpha\}$

J. Maruhn and W. Greiner, Z. Phys. **251**, 431-457 (1972).

$$z = \frac{z_0}{BR}$$

$$B = \frac{3 + \delta}{3 - 2\delta}$$

$R$ : Radius of the spherical compound nucleus

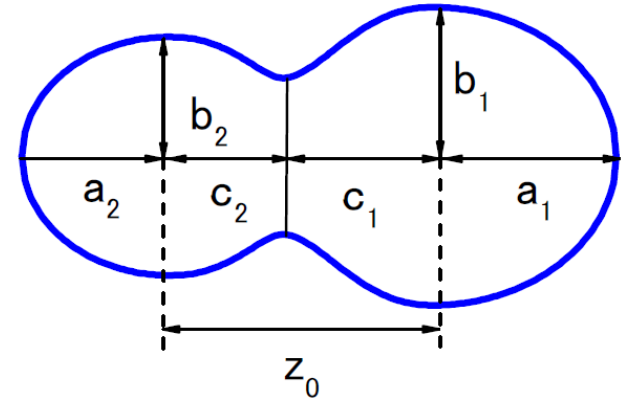
$$\delta = \frac{3(a - b)}{2a + b} \quad (\delta_1 = \delta_2)$$

$$\alpha = \frac{A_1 - A_2}{A_{CN}}$$

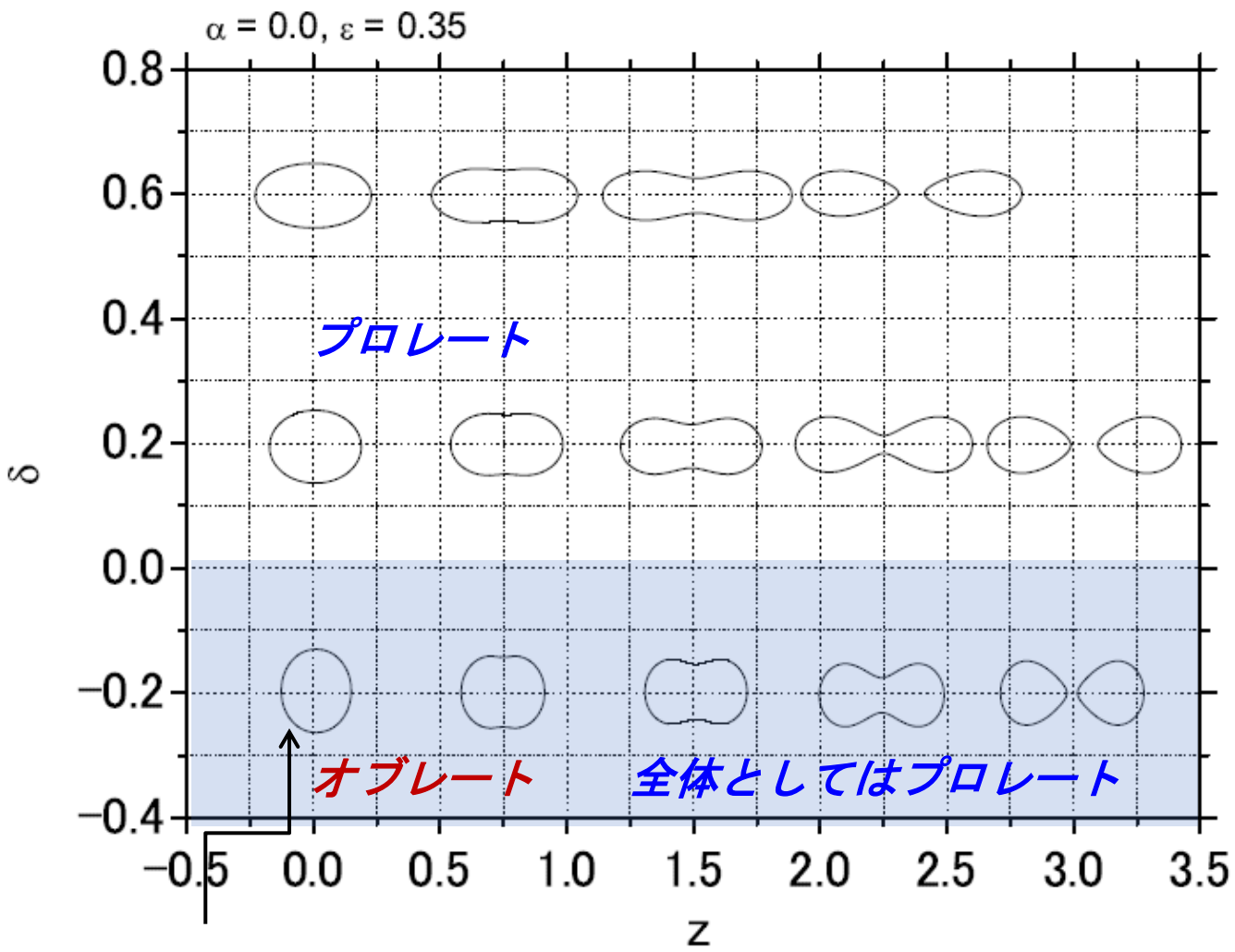
$z$ : Center of Mass Distance

$\delta$ : Deformation

$\alpha$ : Mass Asymmetry



# $z$ - $\delta$ 平面上の各点における原子核の形状



Curvature: negative

# Two Center Shell Model

$$H = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_0} + V(\rho, z) + V_{LS}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s}) + V_{L^2}(\mathbf{r}, \mathbf{l})$$

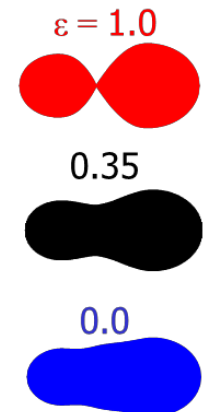
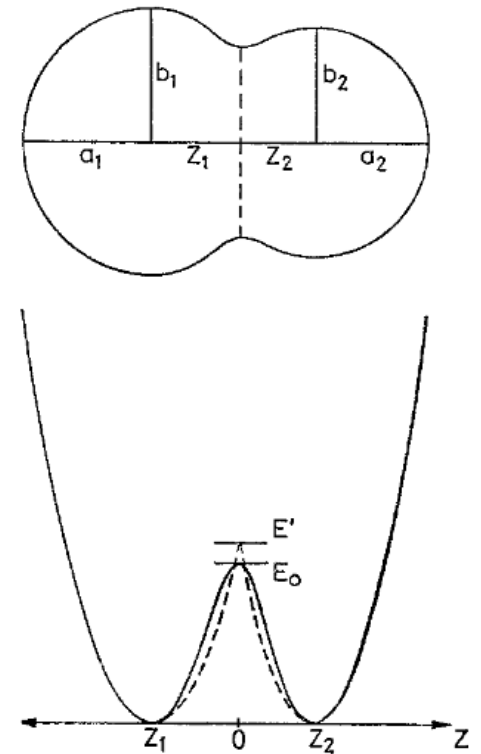
$$V(\rho, z) = \begin{cases} \frac{1}{2} m_0 \omega_{z_1}^2 z'^2 + \frac{1}{2} m_0 \omega_{\rho_1}^2 \rho^2, & z < z_1 \\ \frac{f_0}{2} m_0 \omega_{z_1}^2 z'^2 (1 + c_1 z' + d_1 z'^2) + \frac{1}{2} m_0 \omega_{\rho_1}^2 (1 + g_1 z'^2) \rho^2, & z_1 < z < 0 \\ \frac{f_0}{2} m_0 \omega_{z_2}^2 z'^2 (1 + c_2 z' + d_2 z'^2) + \frac{1}{2} m_0 \omega_{\rho_1}^2 (1 + g_2 z'^2) \rho^2, & 0 < z < z_2 \\ \frac{1}{2} m_0 \omega_{z_2}^2 z'^2 + \frac{1}{2} m_0 \omega_{\rho_2}^2 \rho^2, & z > z_2 \end{cases}$$

$$z' = \begin{cases} z - z_1, & z < 0 \\ z - z_2, & z > 0 \end{cases} \quad c = \frac{2 - 4\varepsilon/f_0}{z_0}, \quad d = \frac{1 - 3\varepsilon/f_0}{z_0}$$

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E'}$$

The **neck parameter** is the ratio of smoothed potential height to the original one where two harmonic oscillator potentials cross each other.

$$E' = \frac{1}{2} m_0 \omega^2 z_0^2 = \frac{1}{2} m_0 \omega_{z_1}^2 z_1^2 = \frac{1}{2} m_0 \omega_{z_2}^2 z_2^2$$



# Potential Energy

$$V(q, l, T) = V_{LD}(q) + V_{SH}(q, T)$$

$$V_{LDM}(q) = E_S(q) + E_C(q)$$

$$V_{SH}(q, T) = E_{shell}^0(q)\Phi(T)$$

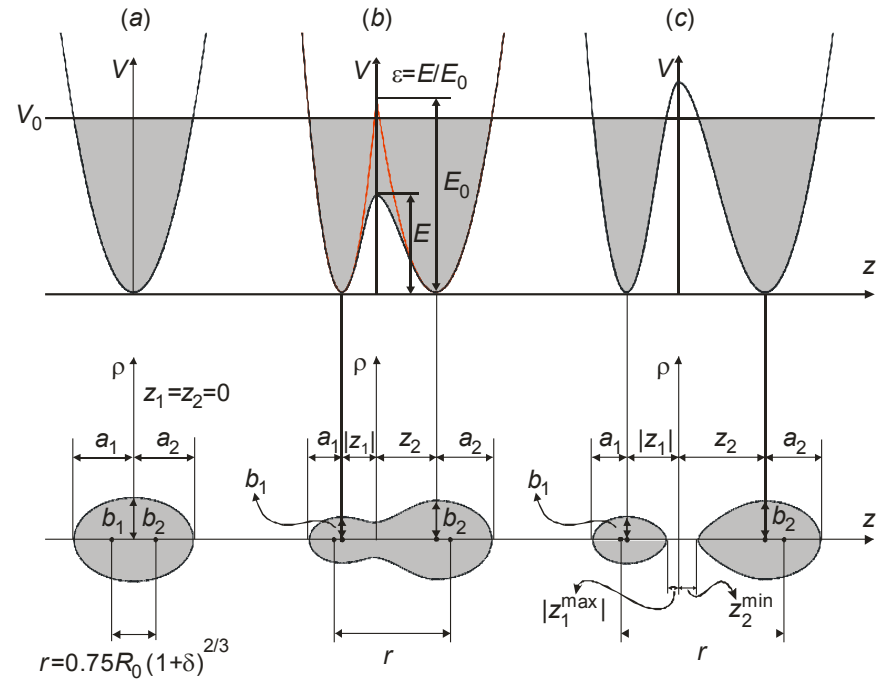
$$\Phi(T) = \exp\left(-\frac{aT^2}{E_d}\right)$$

$$E_d = 20 \text{ MeV}$$

$T$ : nuclear temperature

$$E^* = aT^2 \quad a: \text{level density parameter}$$

Toke and Swiatecki



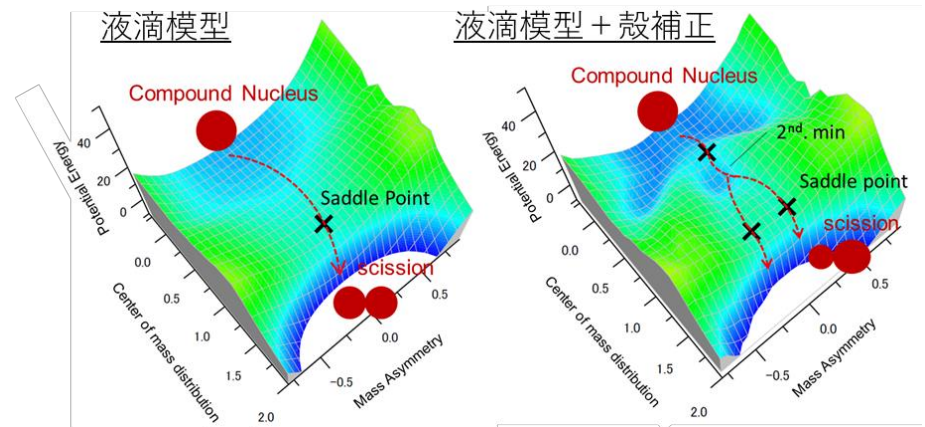
$E_S$ : Generalized surface energy (finite range effect)

$E_C$ : Coulomb repulsion for diffused surface

$E_{shell}^0$ : Shell correction energy at  $T=0$

$I$ : Moment of inertia for rigid body

$\Phi(T)$ : Temperature-dependent factor



# Brownian motion ブラウン運動

...,有機物中のみならず**無機物中にも活発な分子が一般に存在すること**、これら活発な分子は熱によっても明らかに壊れないこと...

*R. Brown, Philosophical Magazine, vol.4, 1828*

水上(水分子0.3nm)において、花粉(30-50 $\mu\text{m}$ )から流出した微粒子(0.3 $\mu\text{m}$ )の運動

微視的な運動 (水分子)



熱運動



相互作用



エネルギーの変換

巨視的な運動 (花粉から流出した微粒子)

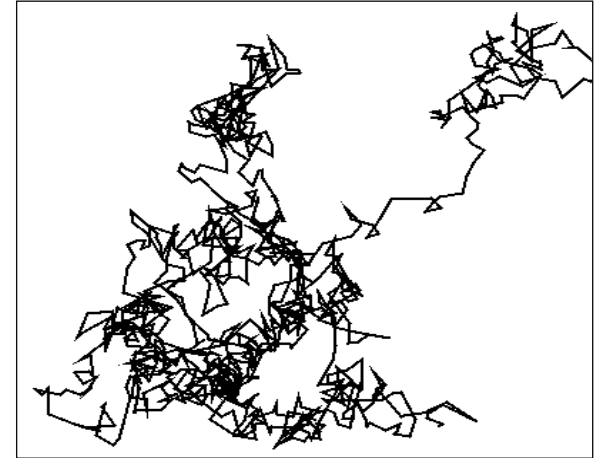
重要なのは両者のサイズの違い

■ ランジュバン方程式

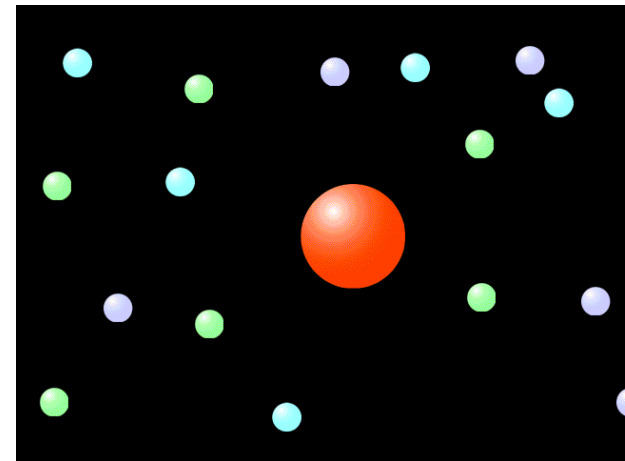
$$m \frac{dv}{dt} = -\gamma v + R(t)$$

アインシュタイン関係式

$$D = 4kT/\gamma$$



*Trajectory of a particle from pollen*



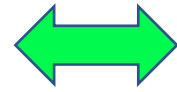
# ランジュバン方程式を用いた動力学模型

原子核で用いるランジュバン方程式の考え方

Kramers (1940)

集団運動  $\{q\}$   
重心間距離  $z$   
質量非対称度  $\alpha$   
変形度  $\delta$

Brownian motion

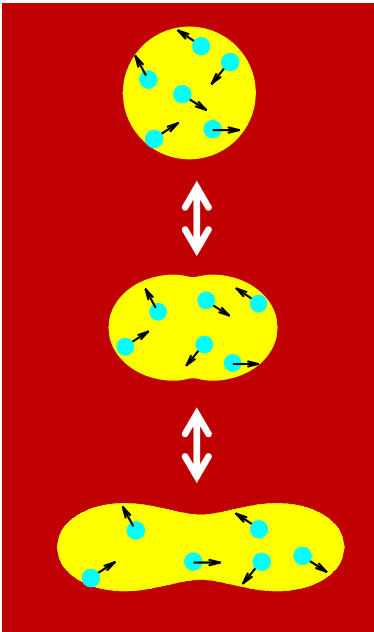


coupling

非集団運動  
核子の運動

Heat bath

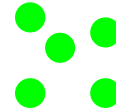
Shape fluctuation  
(thermal fluctuation)



$\{q\}$



散逸 (摩擦力)



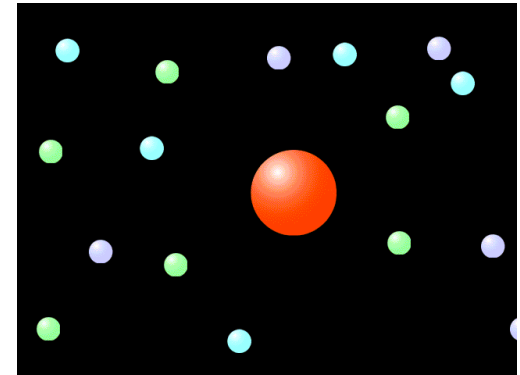
揺動 (ランダム力)

Time scale

nucleonic motion  $\sim 10^{-23}$  sec



collective motion  $\sim 10^{-22}$  sec



# Multi-dimensional Langevin Equation

$$\frac{dq_i}{dt} = (m^{-1})_{ij} p_j$$

摩擦力      ランダム力  
散逸          揺動

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} (m^{-1})_{jk} p_j p_k - \gamma_{ij} (m^{-1})_{jk} p_k + g_{ij} R_j(t)$$

$\langle R_i(t) \rangle = 0, \langle R_i(t_1) R_j(t_2) \rangle = 2\delta_{ij} \delta(t_1 - t_2)$  : white noise (Markovian process)

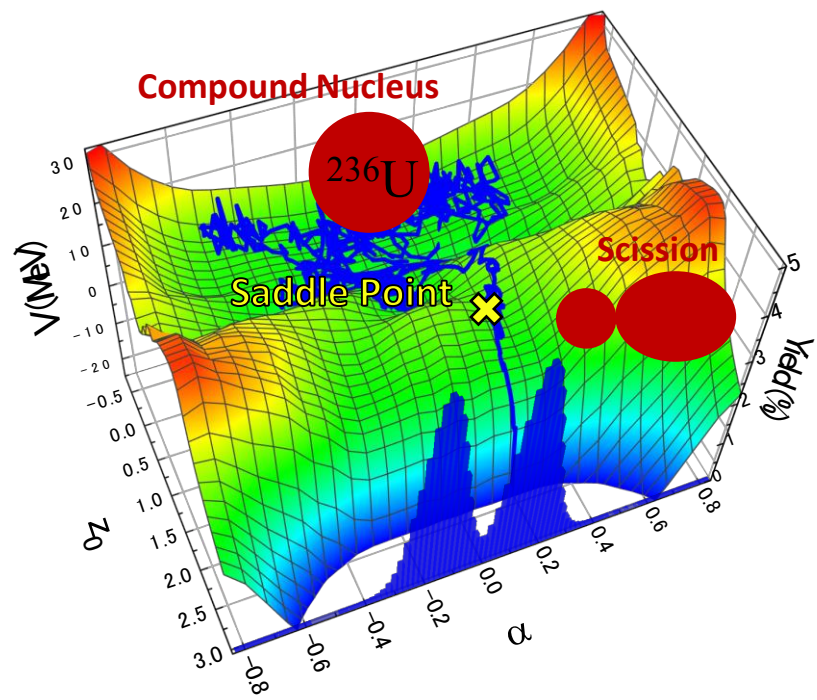
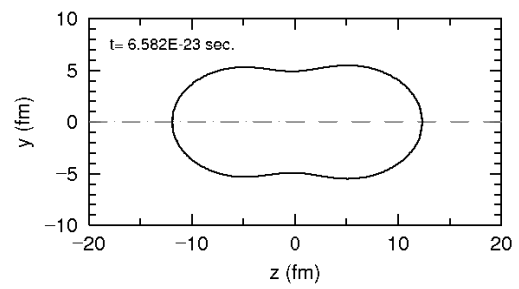
$$\sum_k g_{ik} g_{jk} = T \gamma_{ij} \text{ : Einstein relation}$$

$q_i$ : Deformation coordinate (nuclear shape)  
two-center parametrization

$p_i$ : Momentum

$m_{ij}$ : Hydrodynamical mass (inertia mass)  
(Werner-Wheeler近似による流体力学模型)

$\gamma_{ij}$ : Wall and Window (one-body) dissipation (friction)



# Transport coefficients (inertia mass and friction)

## Inertia Mass (Hydrodynamical mass)

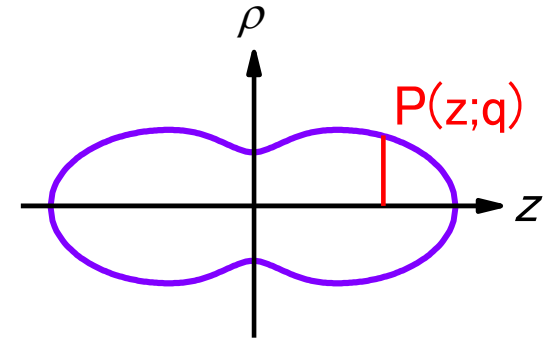
Total kinetic energy of system

$$T = \frac{1}{2} \rho_m \int v^2 d^3 r = \frac{1}{2} \sum m_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j$$

Werner-Wheeler approximation

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{Incompressible fluid}$$

$$\vec{v} = \dot{\rho} \vec{e}_\rho + \dot{z} \vec{e}_z \quad \text{Axially symmetric shape}$$



$$\dot{z} = \sum A_i(z; q) \dot{q}_i$$

$$\dot{\rho} = \frac{\rho}{P} \sum B_i(z; q) \dot{q}_i$$

$$P = P(z; q)$$

For an incompressible fluid the total (convective) time derivative of any fluid volume must vanish

$$m_{ij} = \pi \rho_m \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} P^2 \left( A_i A_j + \frac{1}{8} P^2 A_i' A_j' \right) dz$$

$$A_i(z; q) = \frac{1}{P^2(z; q)} \frac{\partial}{\partial q_i} \int_z^{z_{\max}} P^2(z'; q) dz'$$

$$A_i(z; q) = -\frac{1}{P^2(z; q)} \frac{\partial}{\partial q_i} \int_{z_{\min}}^z P^2(z'; q) dz'$$

$$B_i(z; q) = -\frac{1}{2} P \frac{\partial A_i}{\partial z}$$



# Transport coefficients (inertia mass and friction)

Friction (Two body friction)      Incompressible fluid

Rayleigh dissipation function

Total kinetic energy of system

$$F = \frac{1}{2} \mu \int \Phi(r) d^3 r = \frac{1}{2} \sum \eta_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j \longleftrightarrow T = \frac{1}{2} \rho_m \int v^2 d^3 r = \frac{1}{2} \sum m_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j$$

$$\Phi(r) = \nabla^2 v^2 + \omega^2 - 2\nabla(\vec{v} \times \vec{\omega})$$

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v}$$

$\mu$  Constant two-body viscosity coefficient

Two body friction

$$\eta_{ij} = \pi \mu \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} P^2 \left( 3 A_i' A_j' + \frac{1}{8} P^2 A_i'' A_j'' \right) dz$$

Euler-Lagrange equation

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i}$$

$$A_i(z; q) = \frac{1}{P^2(z; q)} \frac{\partial}{\partial q_i} \int_z^{z_{\max}} P^2(z'; q) dz'$$

$$A_i(z; q) = -\frac{1}{P^2(z; q)} \frac{\partial}{\partial q_i} \int_{z_{\min}}^z P^2(z'; q) dz'$$

$$B_i(z; q) = -\frac{1}{2} P \frac{\partial A_i}{\partial z}$$

# Transport coefficients (inertia mass and friction)

## Friction (One body friction)

### Rayleigh dissipation function

$$F = \frac{1}{2} \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \sum \gamma_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j$$

*Incompressible fluid*  
*constant two-body viscosity coefficient*

$$F = \frac{1}{2} \mu \int \Phi(r) d^3r = \frac{1}{2} \sum \eta_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j$$

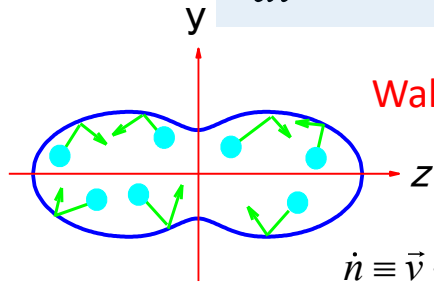
Loss of energy to particles inside the mean field at the rate

$$\frac{dE}{dt} = \rho_s \bar{v} \int \dot{n}^2 dS$$

$\rho_s = \rho_s(q, z)$  mass density of nucleus  
 $\bar{v}$  average nucleon speed  
 $\dot{n}$  relative normal velocity of the wall

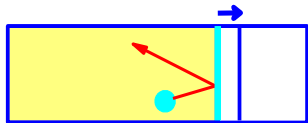
Euler-Lagrange equation

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i}$$



### Wall formula

$$\dot{n} \equiv \bar{v} \cdot \hat{n} = \frac{\partial \rho_s}{\partial t} \left[ 1 + \left( \frac{\partial \rho_s}{\partial z} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

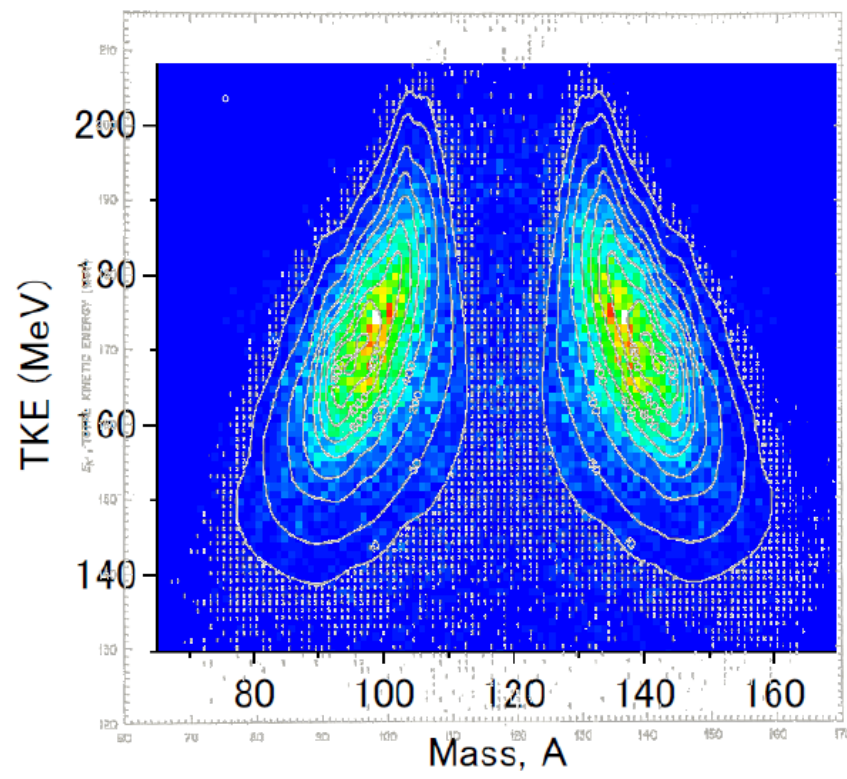
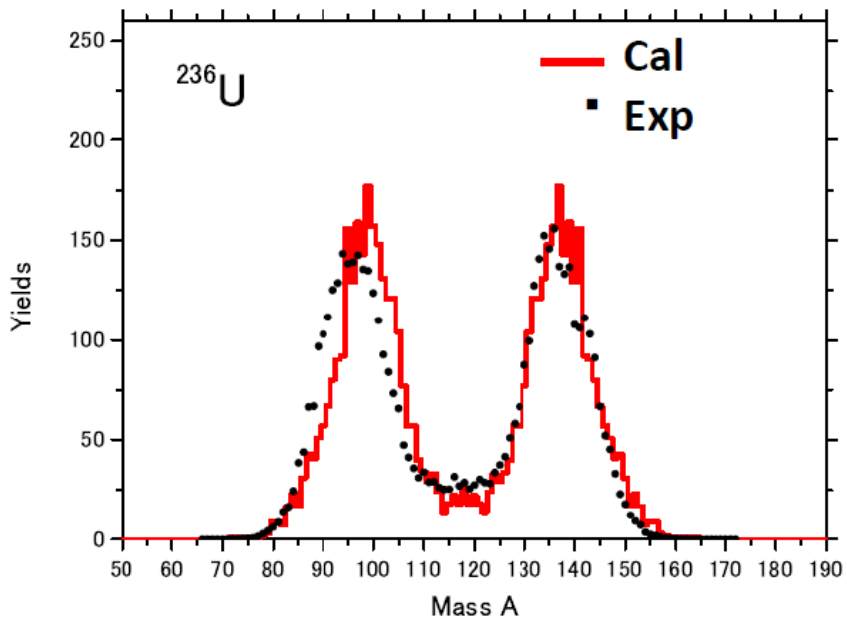


$$= \sum_i \dot{q}_i \rho_s \frac{\partial \rho_s}{\partial q_i} \left[ \rho_s^2 + \left( \rho_s \frac{\partial \rho_s}{\partial z} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\gamma_{ij} = \frac{\pi \rho_s \bar{v}}{2} \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} dz \frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_i} \frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_j} \left[ \rho_s^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

### One body friction (Wall formula)

# いくつかの計算結果



Experiment J.Katakura, JENDL FP Decay Data File 2011 and Fission Yields

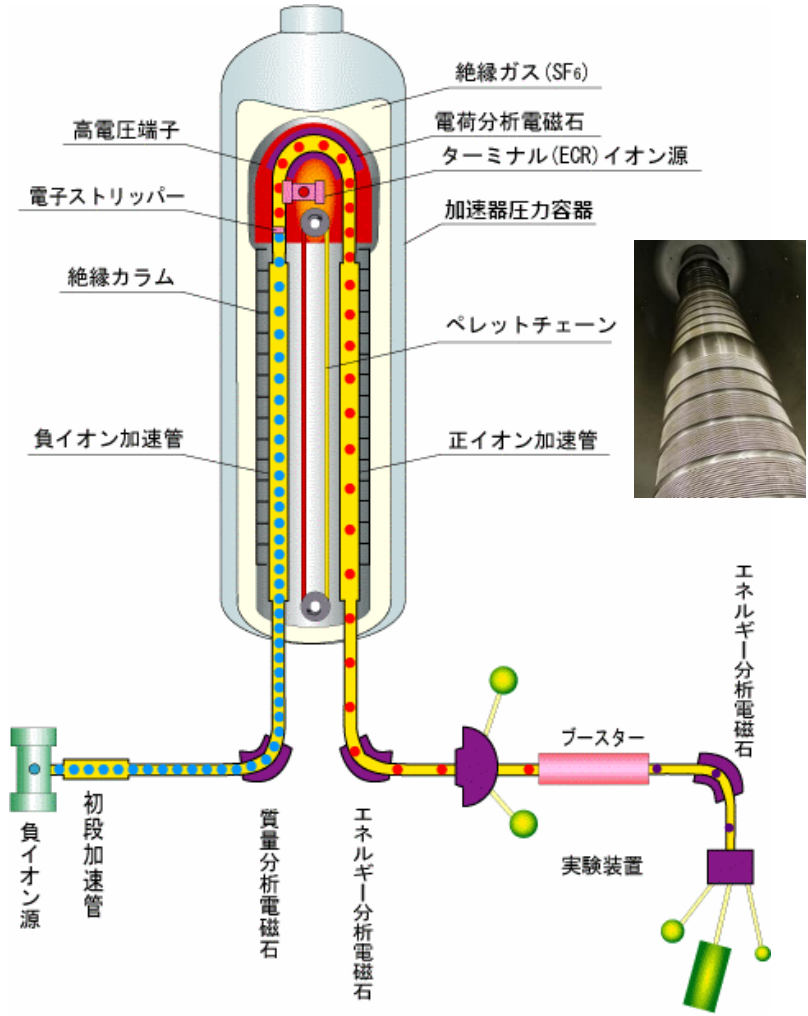
calculation Y. Aritomo and S. Chiba, PRC 88, 044614(2013)

Exp. Phys.Rev. **141**(1966)1146

# 実験

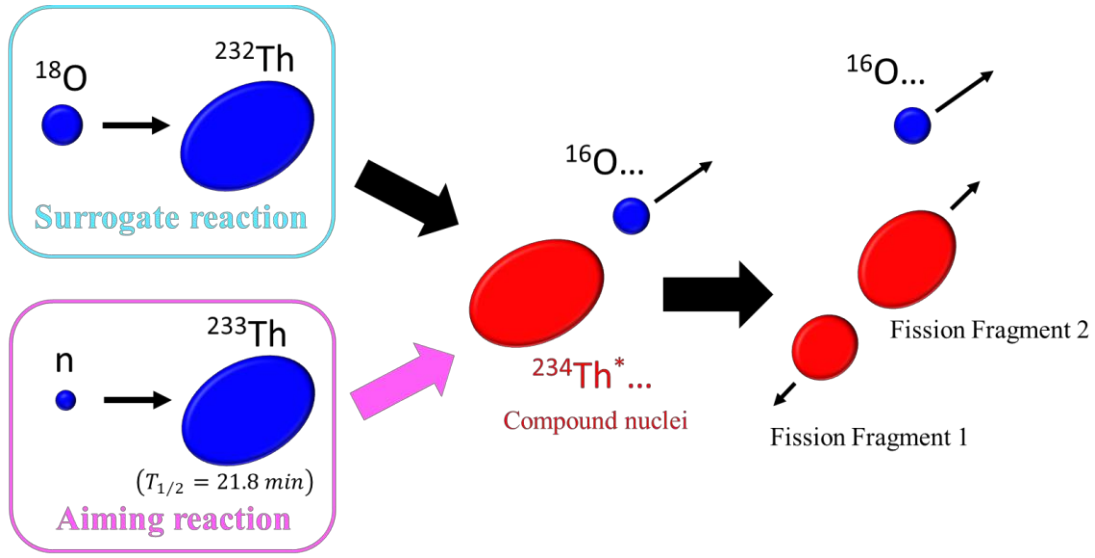
# 原子力機構・タンデム加速器

- ・ 東海タンデム加速器は、水素からビスマスまで加速できる静電型加速器であり、このタイプの加速器として世界最大の電圧を与える。
- ・ 加速イオンのエネルギー分解能が高く、新たな核分裂測手法が可能になった。
- ・ ビームの空間的な広がりが少ないため、直径1mmの薄膜標的、およそ0.1マイクロ・グラムの試料で実験ができる。

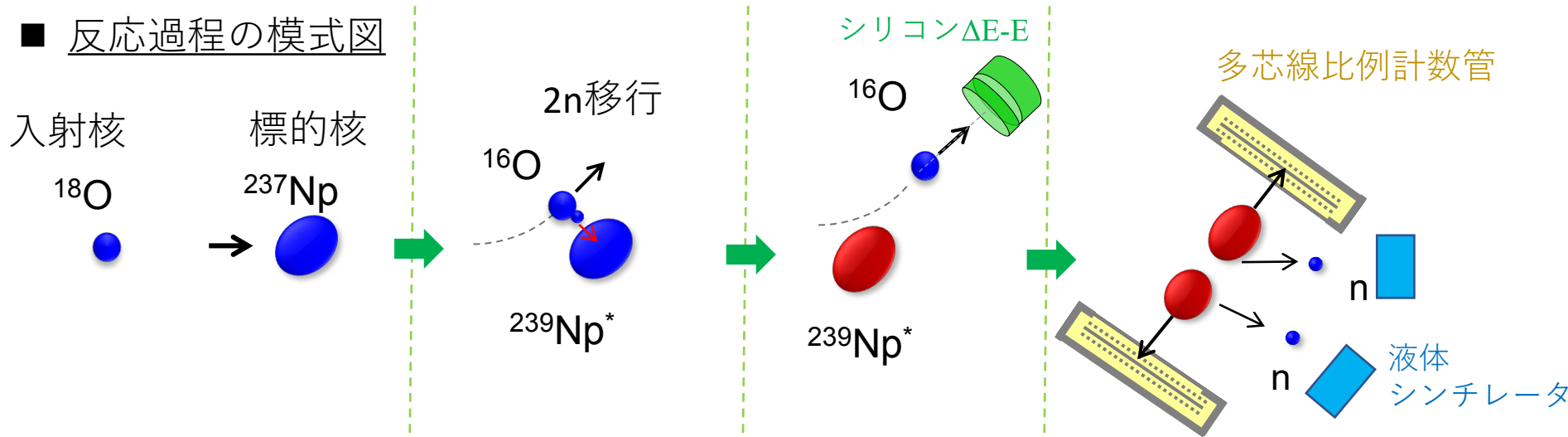


タンデム加速器棟の外観(実写に建家切断模型の画像を合成したもの)

# 多核子移行反応を用いた核分裂測定手法



## ■ 反応過程の模式図

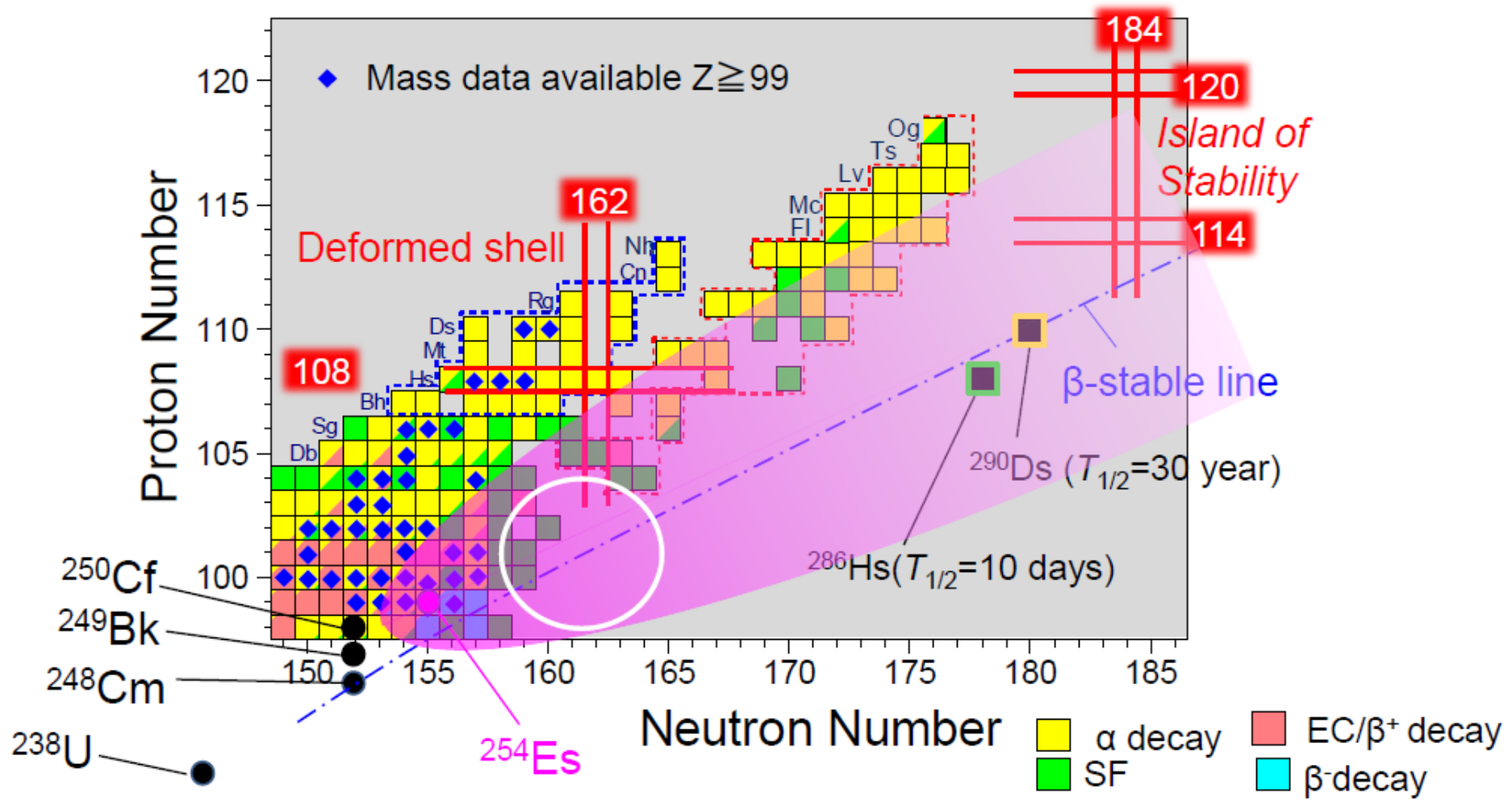


1. 標的へビーム入射
2. 核子移行
3. 複合核生成
4. 核分裂

多核子移行反応では中性子や陽子が移行するパターンは様々であり、多くの種類の複合核が生成される。

# 安定の島へのアプローチ

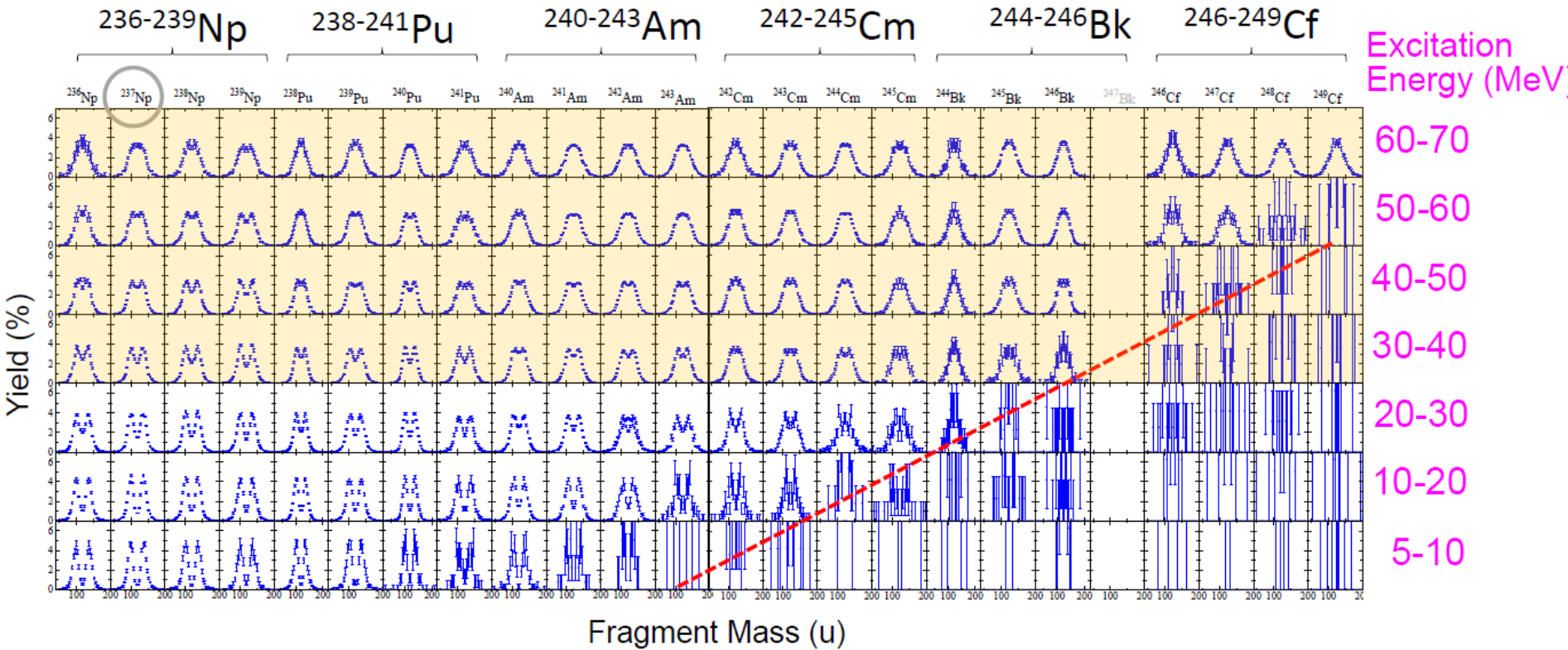
多核子移行反応は安定の島へと至るポテンシャルを秘めている。



# 多核子移行反応によって取得された実験データ

$^{18}\text{O}+^{237}\text{Np}$ における多核子移行反応によって得られた核分裂片質量分布。

一度の実験で23核種にわたる実験データを取得することに成功した。

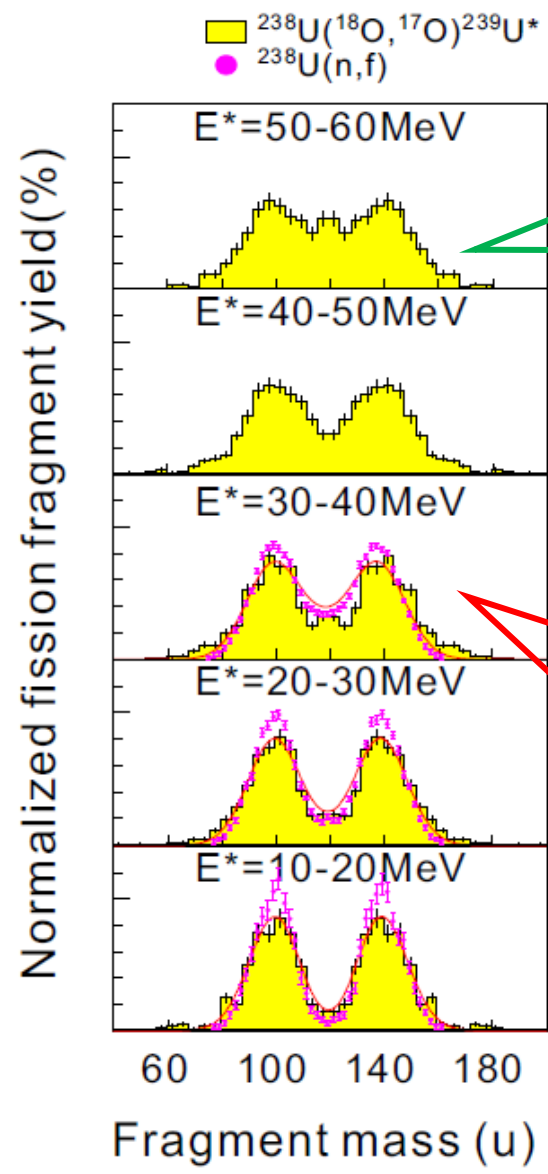


高いエネルギー領域における核分裂に注目

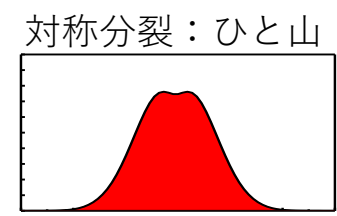
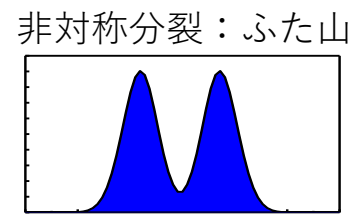


# マルチチャンネル核分裂

# 研究背景



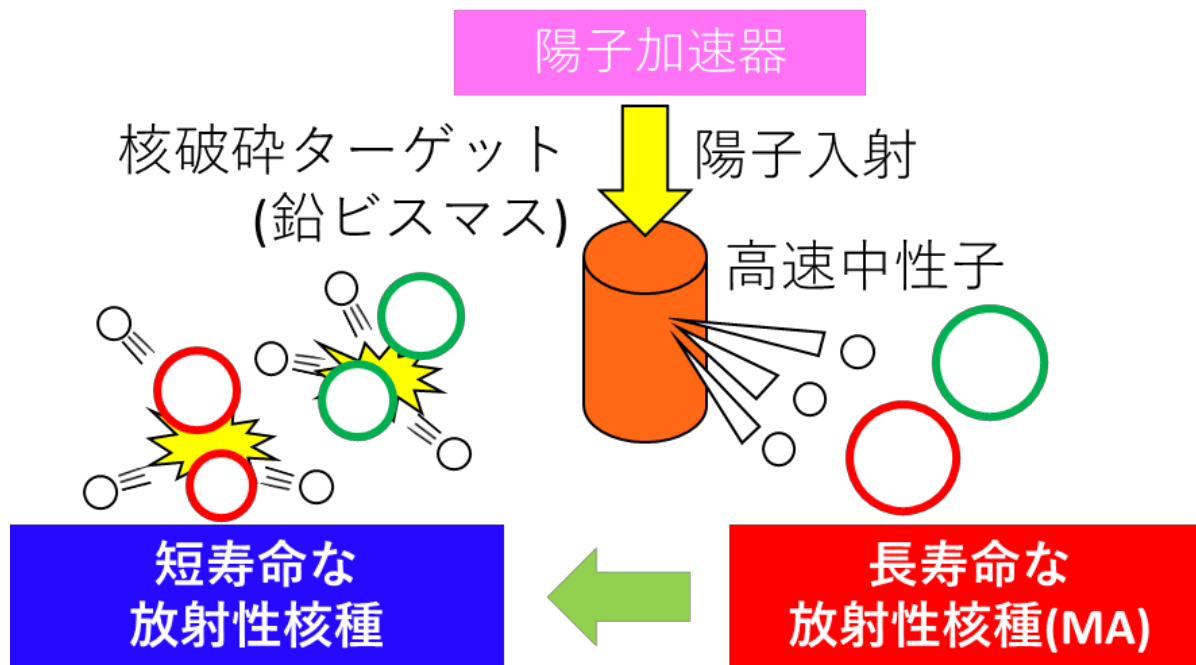
多核子移行反応を用いた核分裂測定実験で得られた核分裂片質量分布の一部。  
( $^{239}\text{U}$ の核分裂)



高い励起エネルギーにおいても非対称分裂が優勢な分布を示している。

原子核の温度が上昇した場合、準位状態が失われることにより殻構造が消失されるとい理論予測に反した傾向を示している。

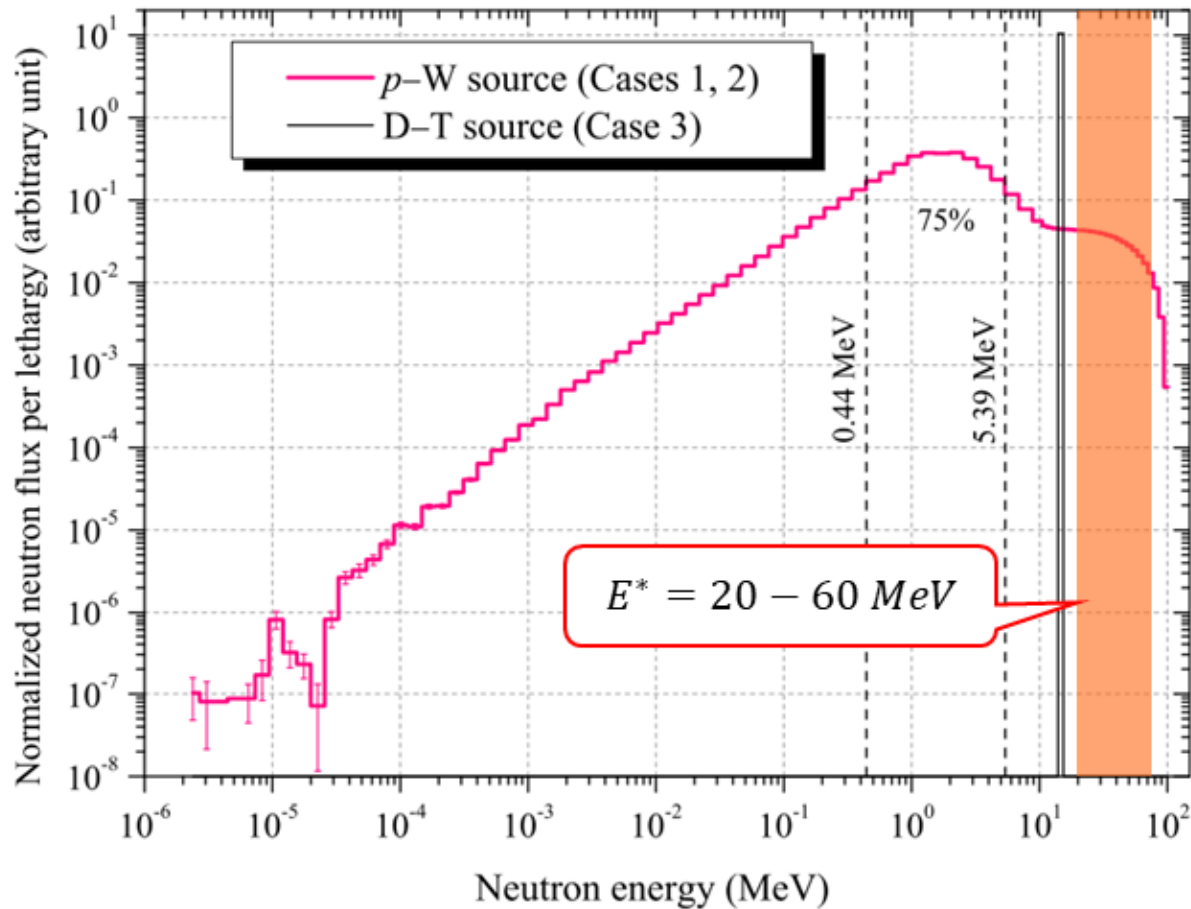
# 加速器駆動システム(ADS)



高レベル放射性廃棄物の処理・処分に関して加速器駆動システムを用いた核変換技術が注目されている。

ADSの開発には高いエネルギー領域での核分裂の理解が必要不可欠だが、その反応メカニズムは明らかになっていない。

# 加速器駆動システム(ADS)



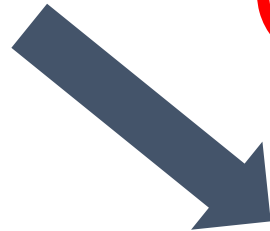
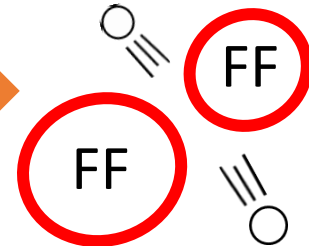
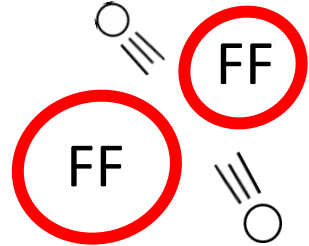
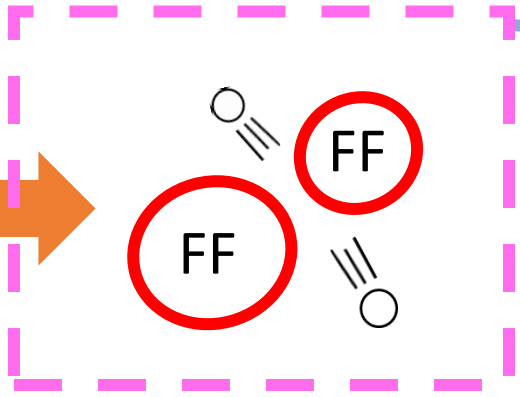
**Fig. 5.** Comparison between calculated neutron spectra at the target position in Cases 1, 2 and 3.

H. Shahbunder, C. H. Pyeon, T. Misawa, J. Lim, S. Shiroya, *Annals of Nuclear Energy* **37** (2010).

ADSの開発には高いエネルギー領域での核分裂の理解が必要不可欠だが、その反応メカニズムは明らかになっていない。

# 実験におけるマルチチャンス核分裂の影響

初期状態の複合核

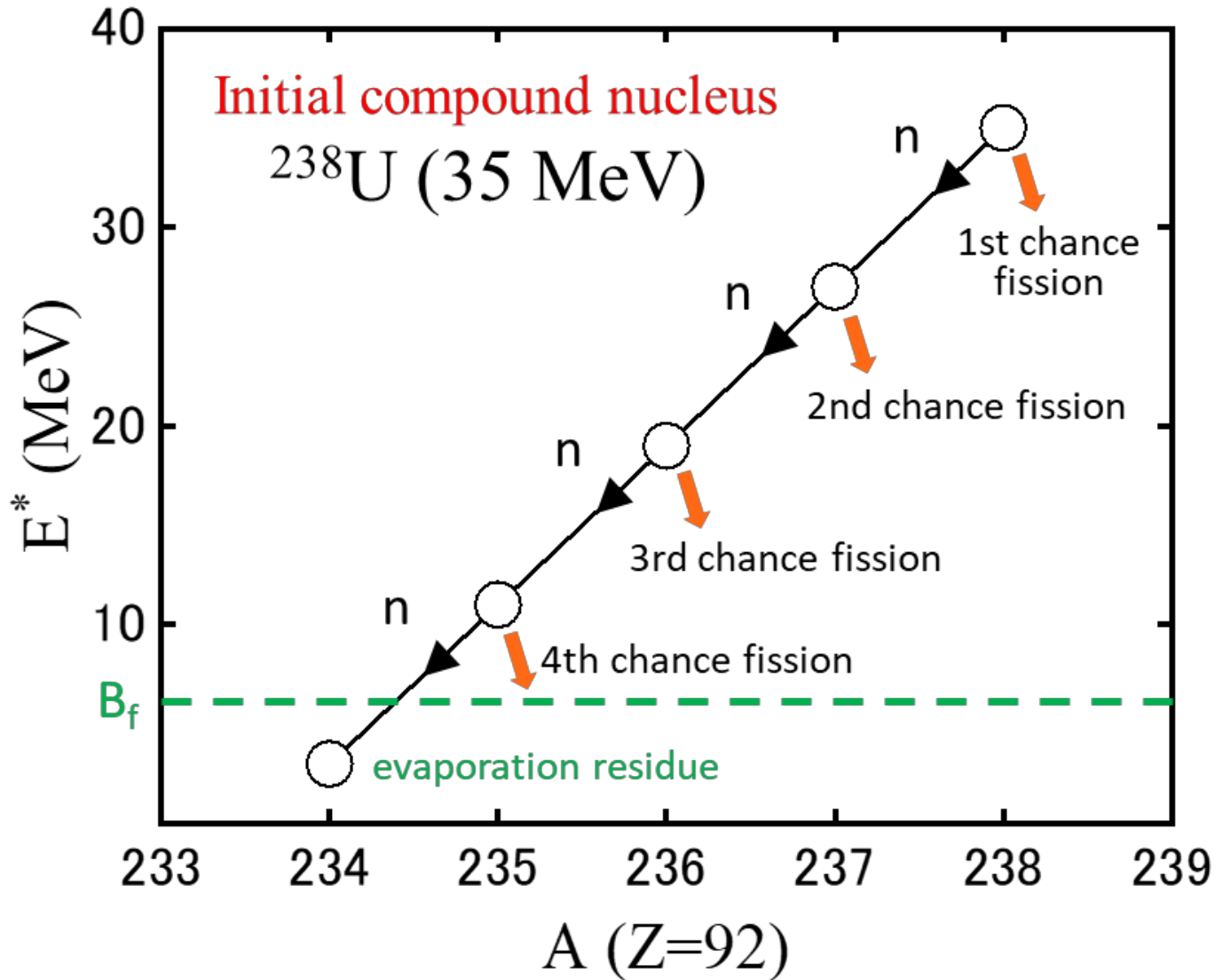


まとめて観測

分裂する前に放出される中性子の数で分離することが実験ではできない。

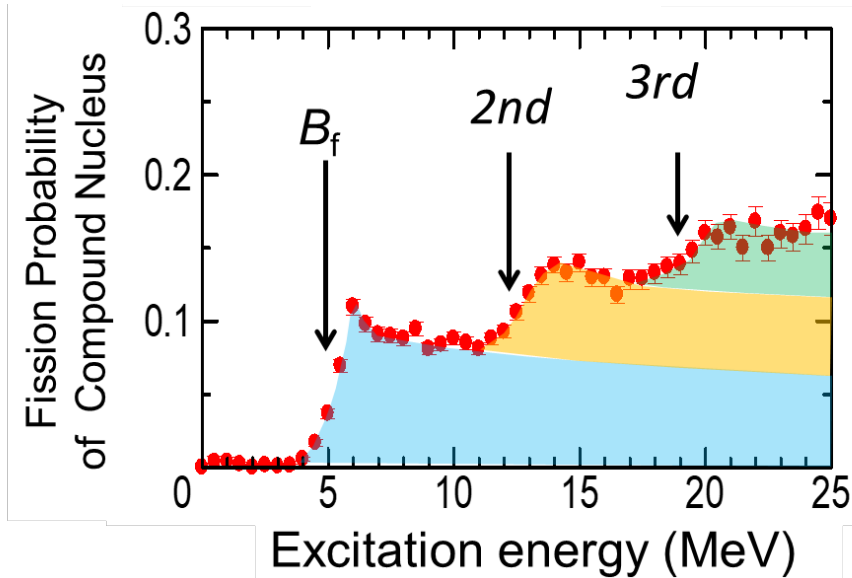
# マルチチャンス核分裂

A schematic representation of **multichance fission**



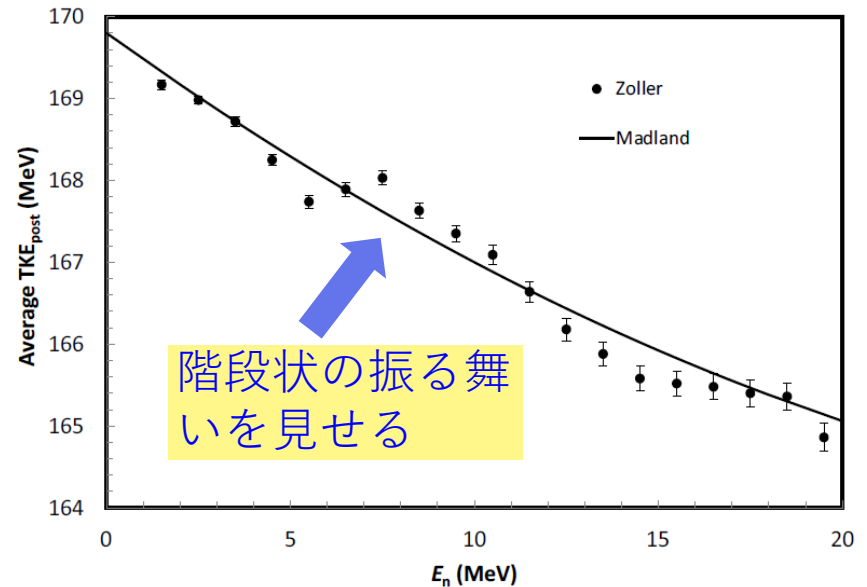
# マルチチャンス核分裂

(a) 核分裂確率:  $^{240}\text{U}^*$



K.R Kean et al., Phys. Rev. C, **100**, 014611 (2019).

(b) 分裂片の平均運動エネルギー:  $^{239}\text{U}$



J.P. Lestone, and T.T. Strother, Nuclear Data Sheets **118** (2014) 208-210.

- ◆ 中性子結合エネルギーをしきい値とした、階段状の遷移は中性子放出と核分裂の競合を示唆している。
- ◆ この効果はマルチチャンス核分裂として議論されており、高い励起エネルギー領域においては核分裂に関する種々の観測量に対して影響を与えている。

M. Sin, R. Capote, et al., Nuclear Data Sheets **139** (2017) 138–170

K. Hirose, K. Nishio, S. Tanaka, et al., Phys. Rev. Lett. **119**, 222501 (2017).

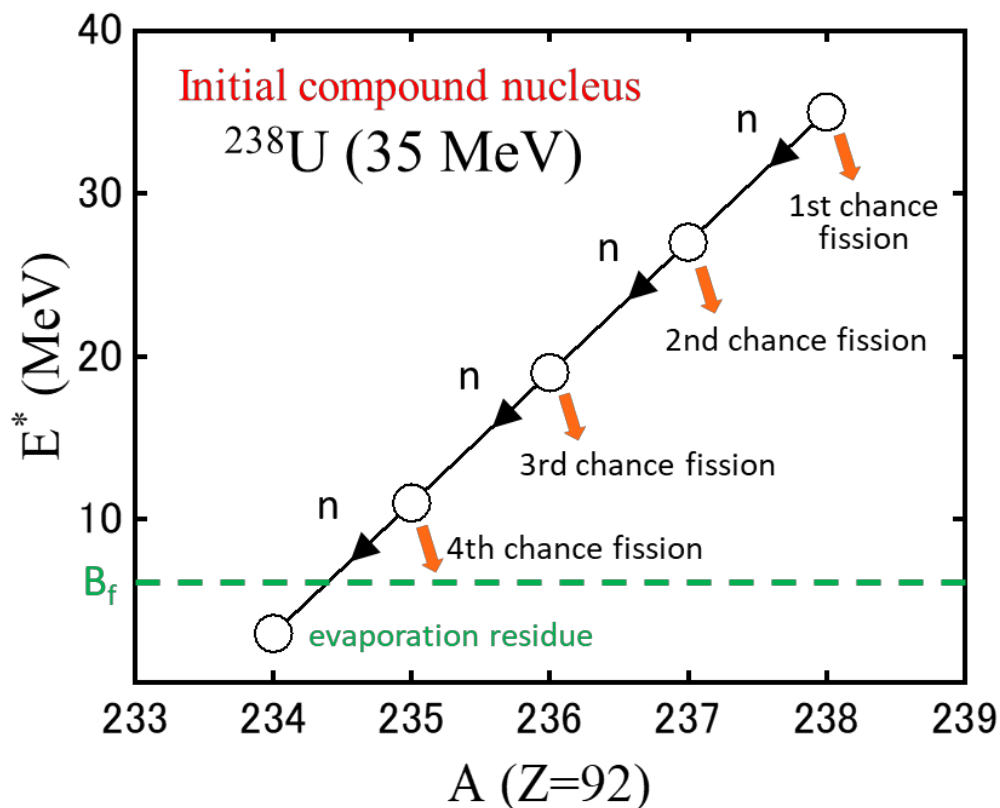
# 研究について

## ■ マルチチャンス核分裂の理論的研究

複合核の励起エネルギーが上昇した場合、従来の理論モデルでは説明できない核分裂現象が実験にて確認された。



マルチチャンス核分裂という概念を理論モデルへ導入することで、高励起状態における核分裂の理解を目指す。





# 理論模型

## 動力学模型：核分裂片質量分布の評価

多次元ランジュバン方程式

$$\frac{dq_i}{dt} = (m^{-1})_{ij} p_j$$

Friction      Random Force  
Dissipation    Fluctuation

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} (m^{-1})_{jk} p_j p_k - \gamma_{ij} (m^{-1})_{jk} p_k + g_{ij} R_j(t)$$

ポテンシャルエネルギー

$$V(q, l, T) = V_{LD}(q) + E_{shell}^0(q) \exp\left(-\frac{\alpha T^2}{E_d}\right)$$

## 統計模型：マルチチャンス核分裂確率の評価

中性子放出に対する崩壊幅

$$\Gamma_n^J = \frac{1}{2\pi\rho(E_{CN}^*, J)} \int_0^{E_f} \sum_{l'} \sum_{s'} T_l(\varepsilon) \rho(E_f - \varepsilon, l') d\varepsilon$$

核分裂に対する崩壊幅

$$\Gamma_f^J \approx \Gamma_f \exp\left[\frac{\hbar^2 J(J+1)}{2T_f} \left(\frac{1}{I^{sph}} - \frac{1}{I^{sad}}\right)\right], \quad \Gamma_f = \frac{1}{2\pi\rho(E_{CN}^*, J)} \int_0^{E_f} \rho(E_f - K, l') dK$$

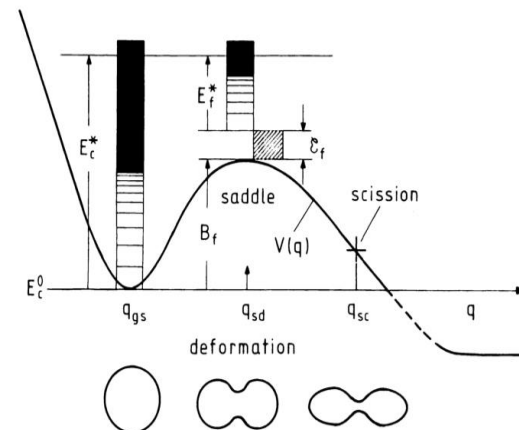
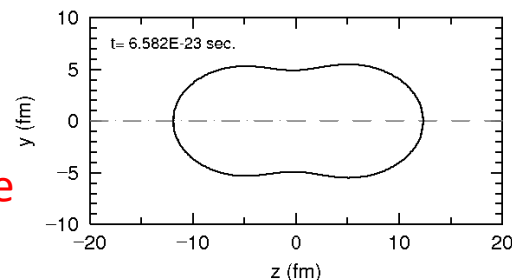


Figure 10.5 Schematic illustration of the fission mode of compound-nucleus decay. See text for a description.

# 質量分布の励起エネルギー依存性

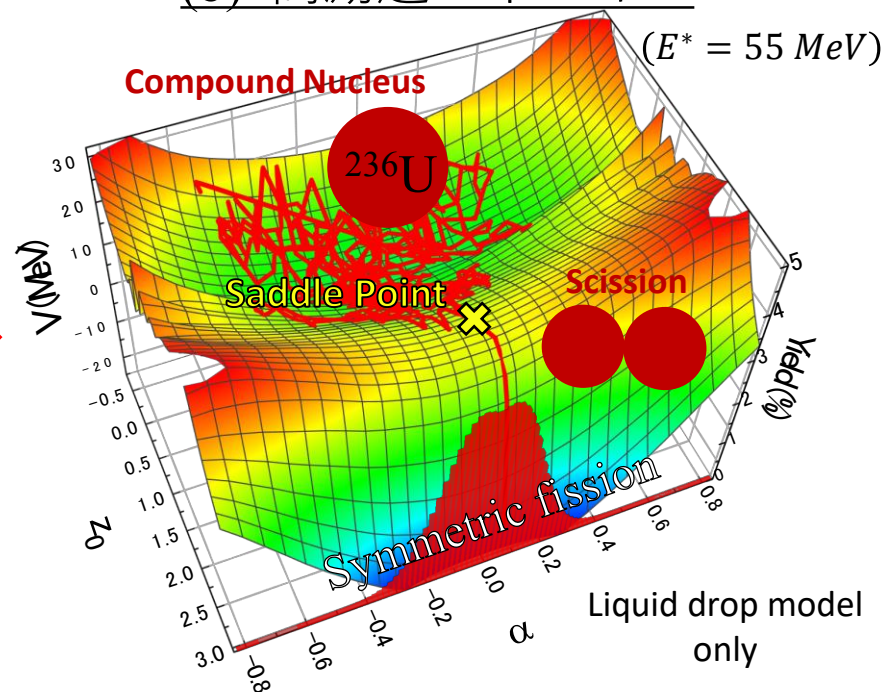
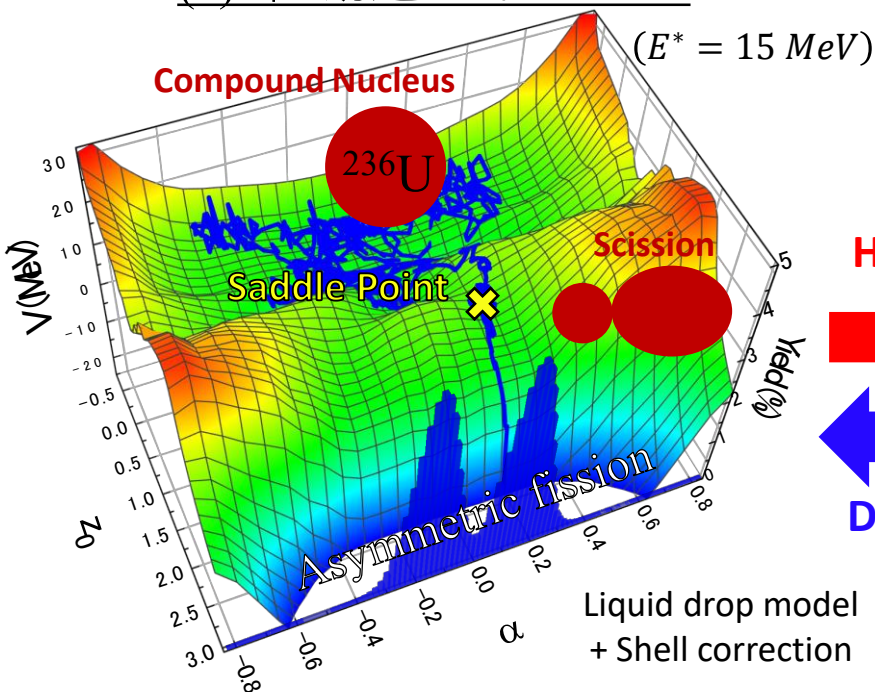
ポテンシャルエネルギー

$$V(q, l, T) = V_{LD}(q) + E_{shell}^0(q) \exp\left(-\frac{aT^2}{E_d}\right)$$

Shell damping energy:  
 $E_d = 20 \text{ MeV}$

(a) 低励起エネルギー

(b) 高励起エネルギー

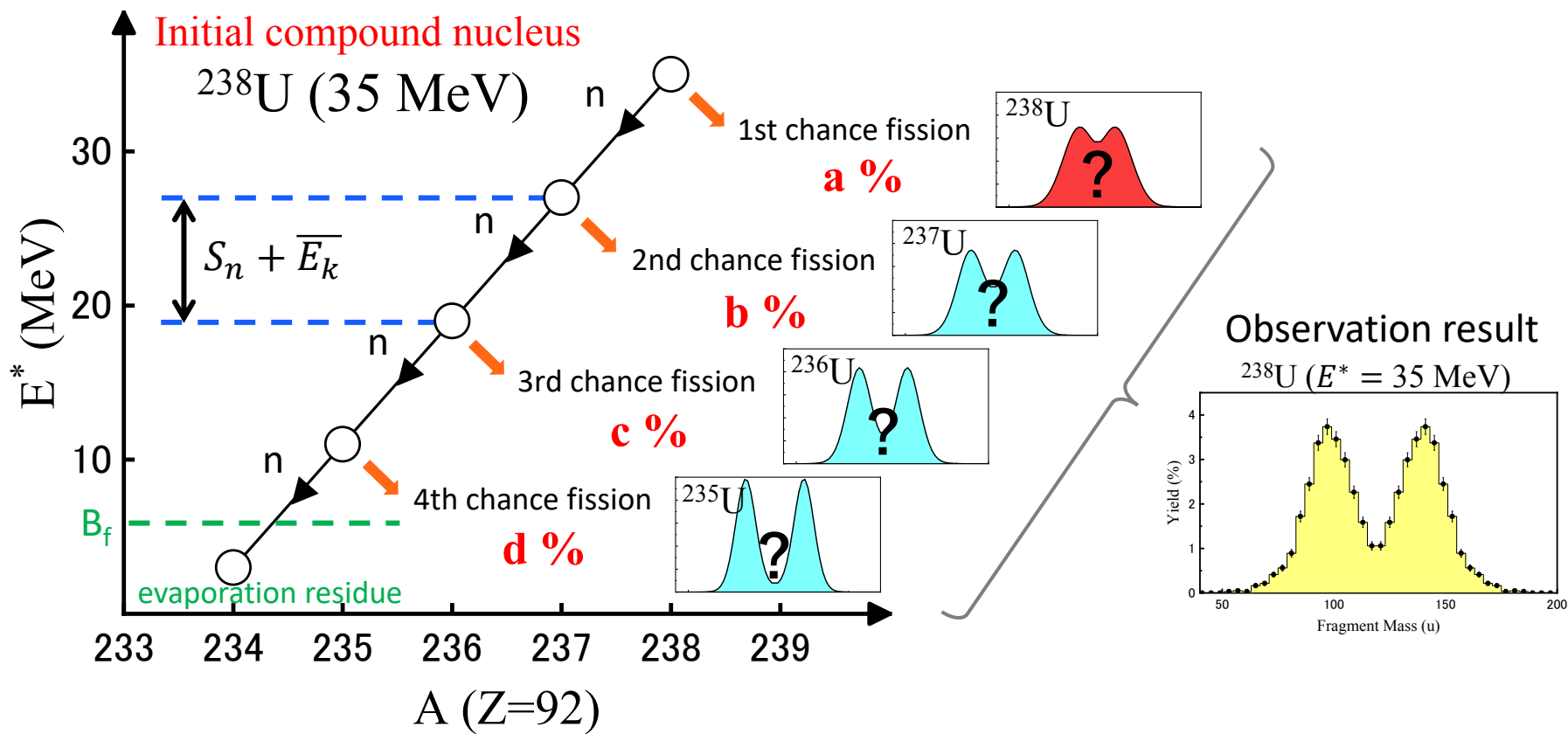


原子核のエネルギーが変化することで、核分裂の様相も変化する。

- エネルギーが低い場合 → 質量非対称分裂 = ふた山分布
- エネルギーが高い場合 → 質量対称分裂 = ひとつ山分布

# 計算結果

# 計算手法



1. それぞれのチャンス核分裂の確率を統計模型を用いて評価する。
2. それぞれのチャンス核分裂における質量分布を動力学模型を用いて評価する。

各チャンス核分裂の質量分布(2)に確率(1)で重みをかけて足し合わせることで、実験データと比較可能な計算結果が得られる。

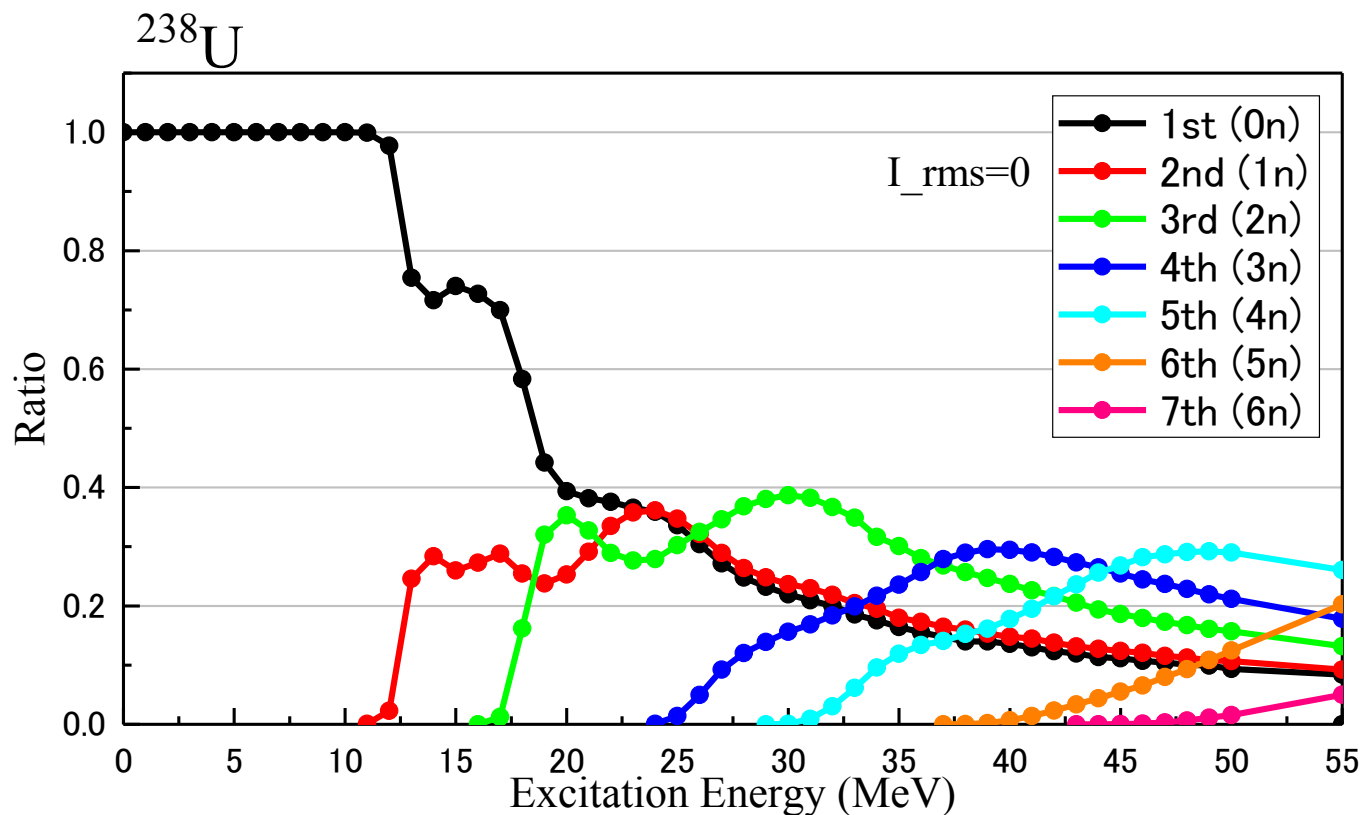
K.-H. Schmidt, B. Jurado, C. Amouroux and C. Schmitt Nuclear Data Sheets 131 (2016).

$\bar{E}_k = 1.9$  MeV (Calculated by PACE2 code) A. Gavron, Phys. Rev. C 21, 230 (1980).

Mass table: P. Möller, A.J. Sierk, T. Ichikawa, H. Sagawa Atomic Data and Nuclear Data Tables 109–110 (2016) 1–204

# マルチチャンス核分裂のエネルギー依存性

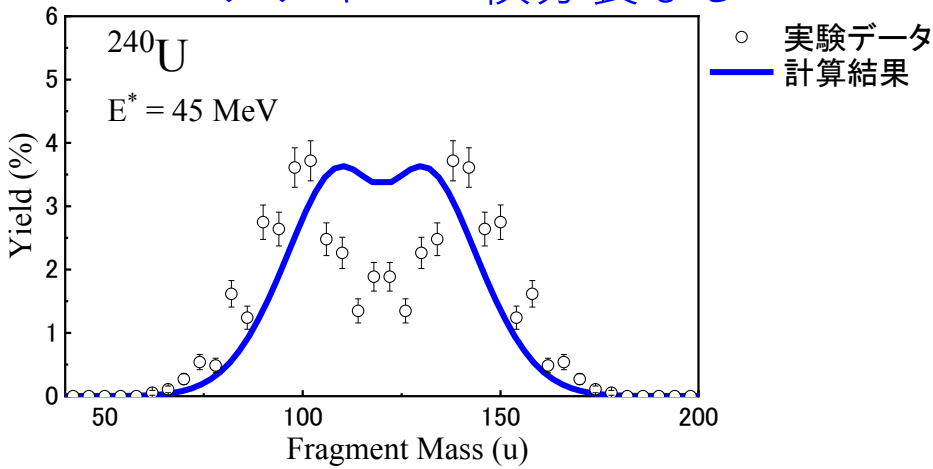
GEFコードによって計算された $^{238}\text{U}$ における各チャンス核分裂の発生割合



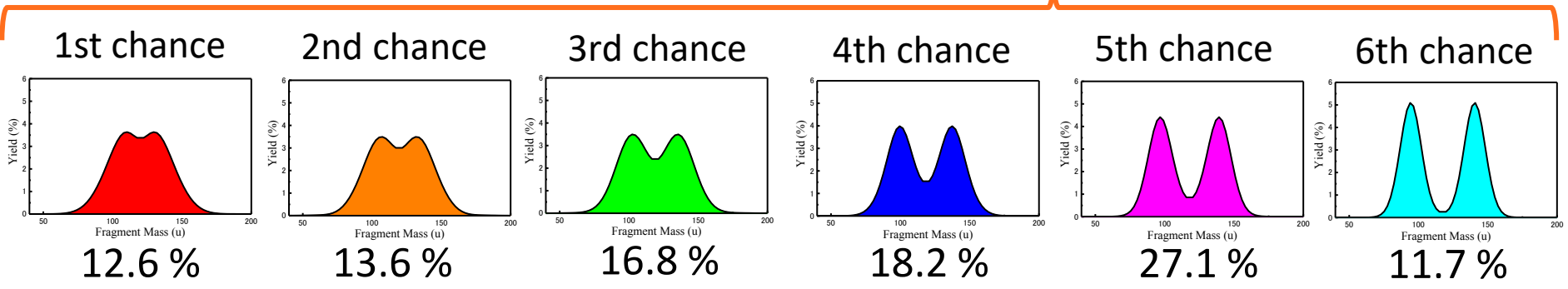
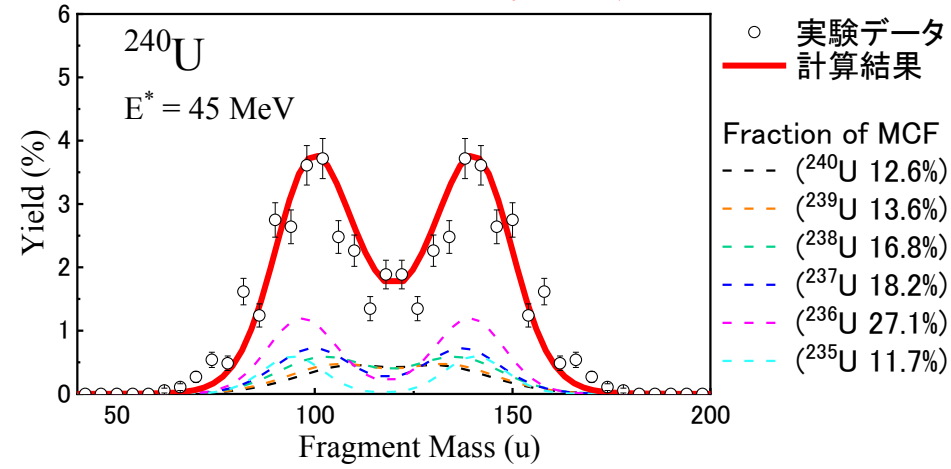
K.-H. Schmidt, B. Jurado, C. Amouroux and C. Schmitt Nuclear Data Sheets **131** (2016).

# 核分裂片質量分布への影響

(a) 従来の計算手法による結果  
マルチチャンス核分裂なし



(b) 本研究の計算結果  
マルチチャンス核分裂あり



従来手法では高励起エネルギーでの質量分布の形状を再現できなかったが、理論計算（ランジュバン模型）に中性子放出との競合を導入することで再現することに成功した。

K. Hirose, K. Nishio, S. Tanaka, R. Léguillon, H. Makii, I. Nishinaka, R. Orlandi, K. Tsukada et.al, Phys. Rev. Lett. **119**, 222501 (2017).  
S. Tanaka, Y. Aritomo, Y. Miyamoto, K. Hirose, and K. Nishio, Phys. Rev. C **100**, 064605 (2019).

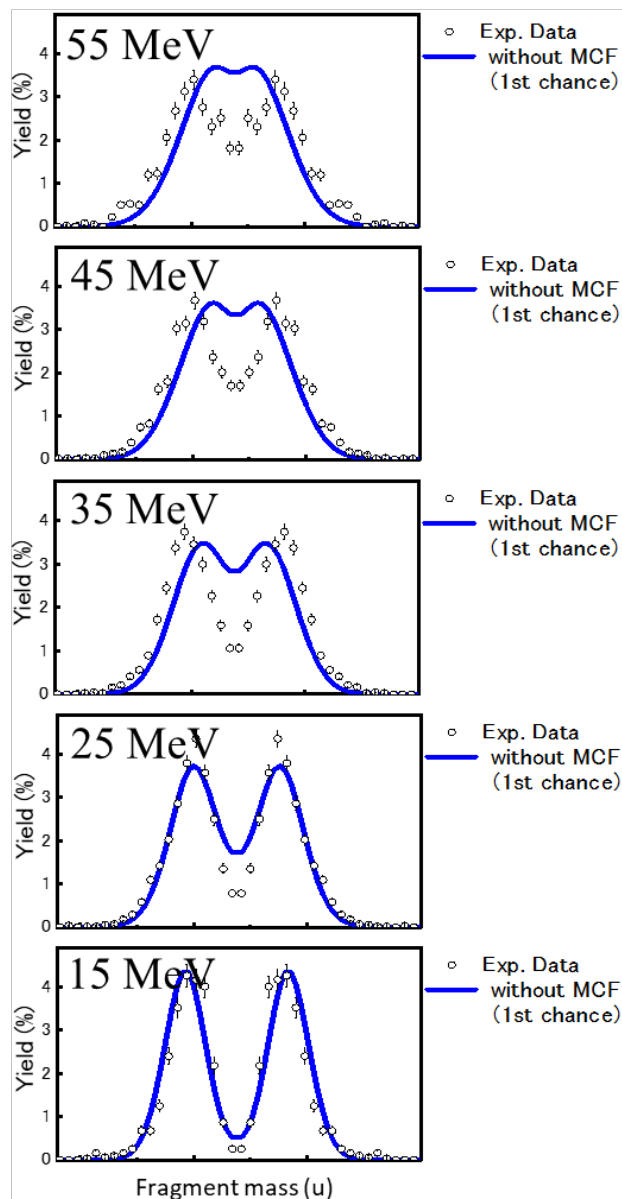
# 計算結果

\* 励起エネルギー依存性

$$^{238}\text{U } E^* = 15 - 55 \text{ MeV}$$

中性子放出なし

Excitation energy (MeV)



55 MeV

45 MeV

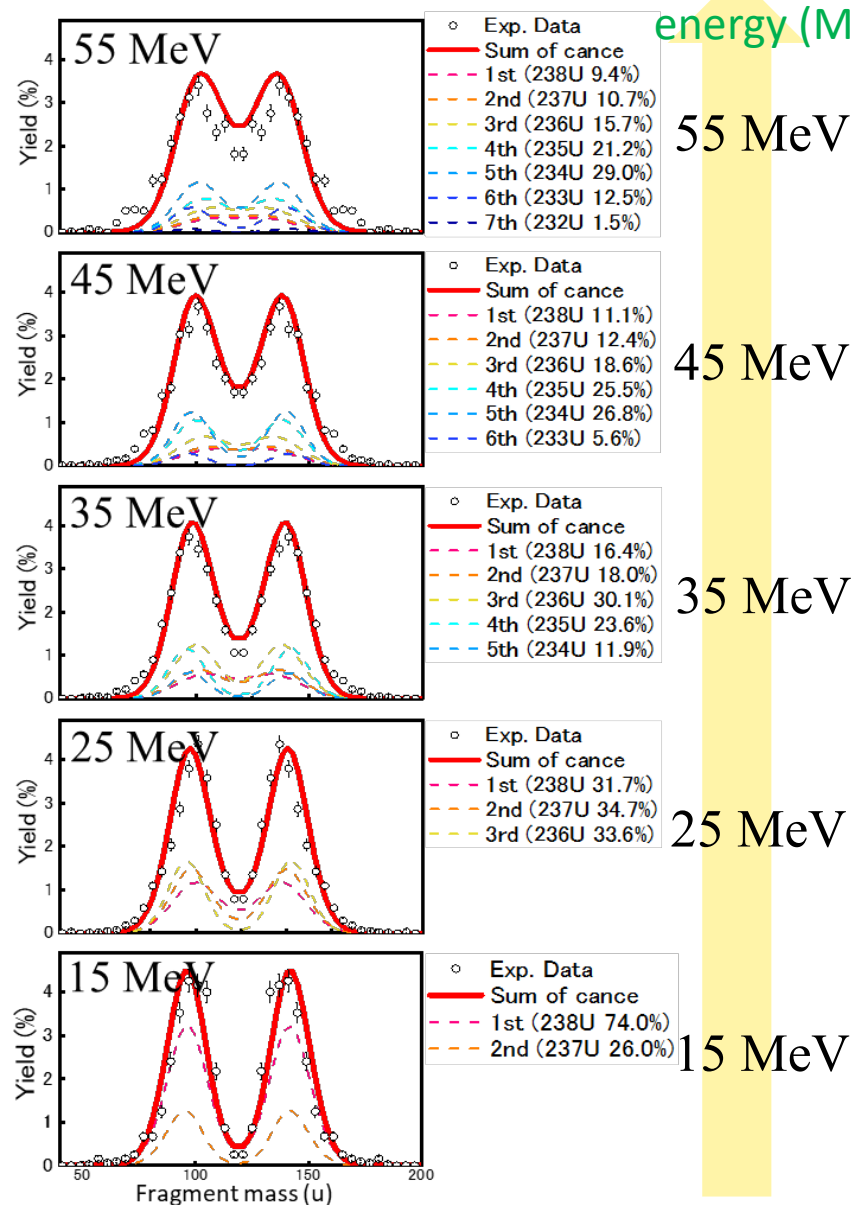
35 MeV

25 MeV

15 MeV

中性子放出あり

Excitation energy (MeV)



55 MeV

45 MeV

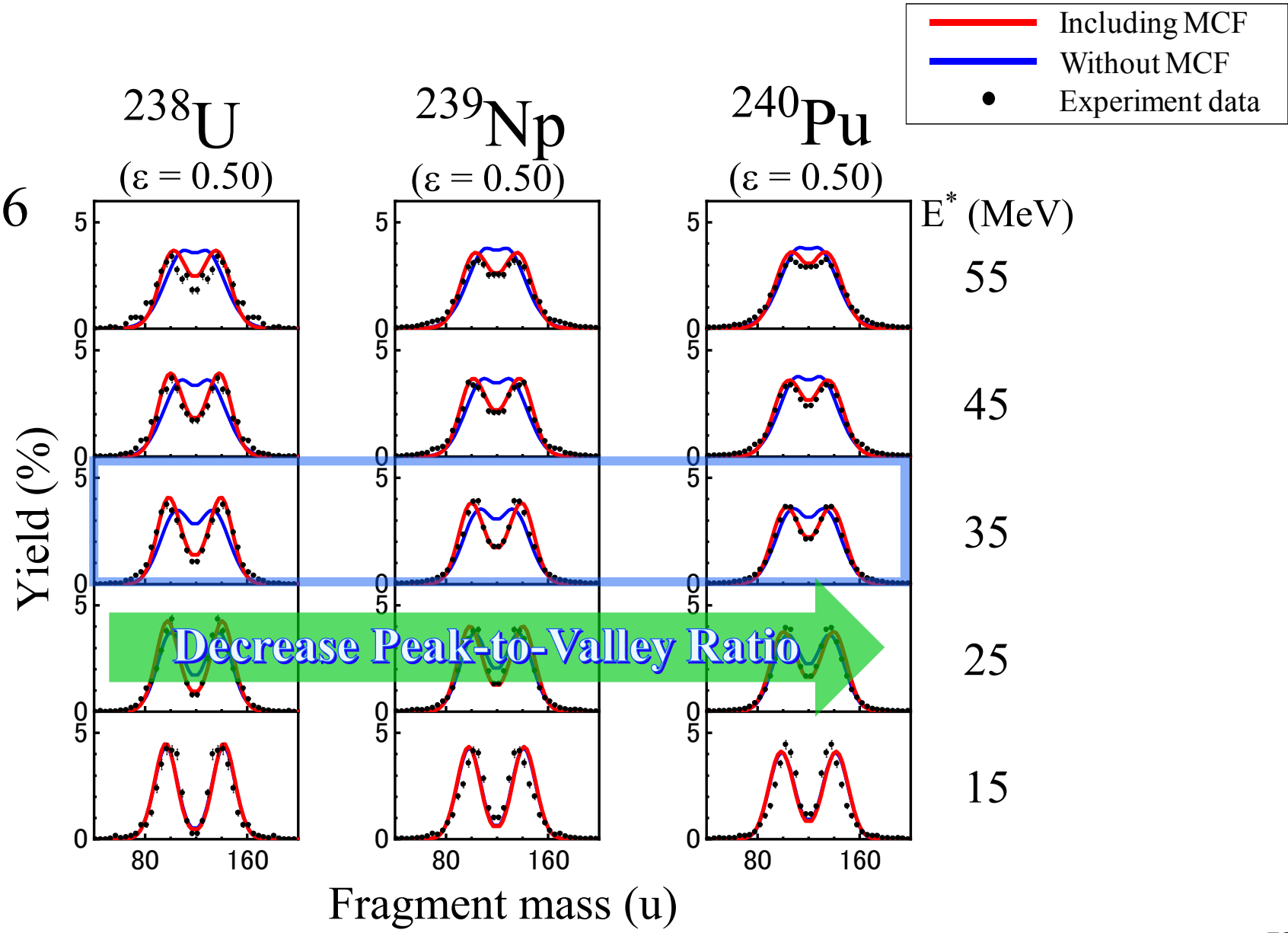
35 MeV

25 MeV

15 MeV

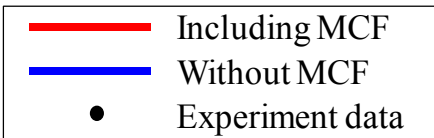
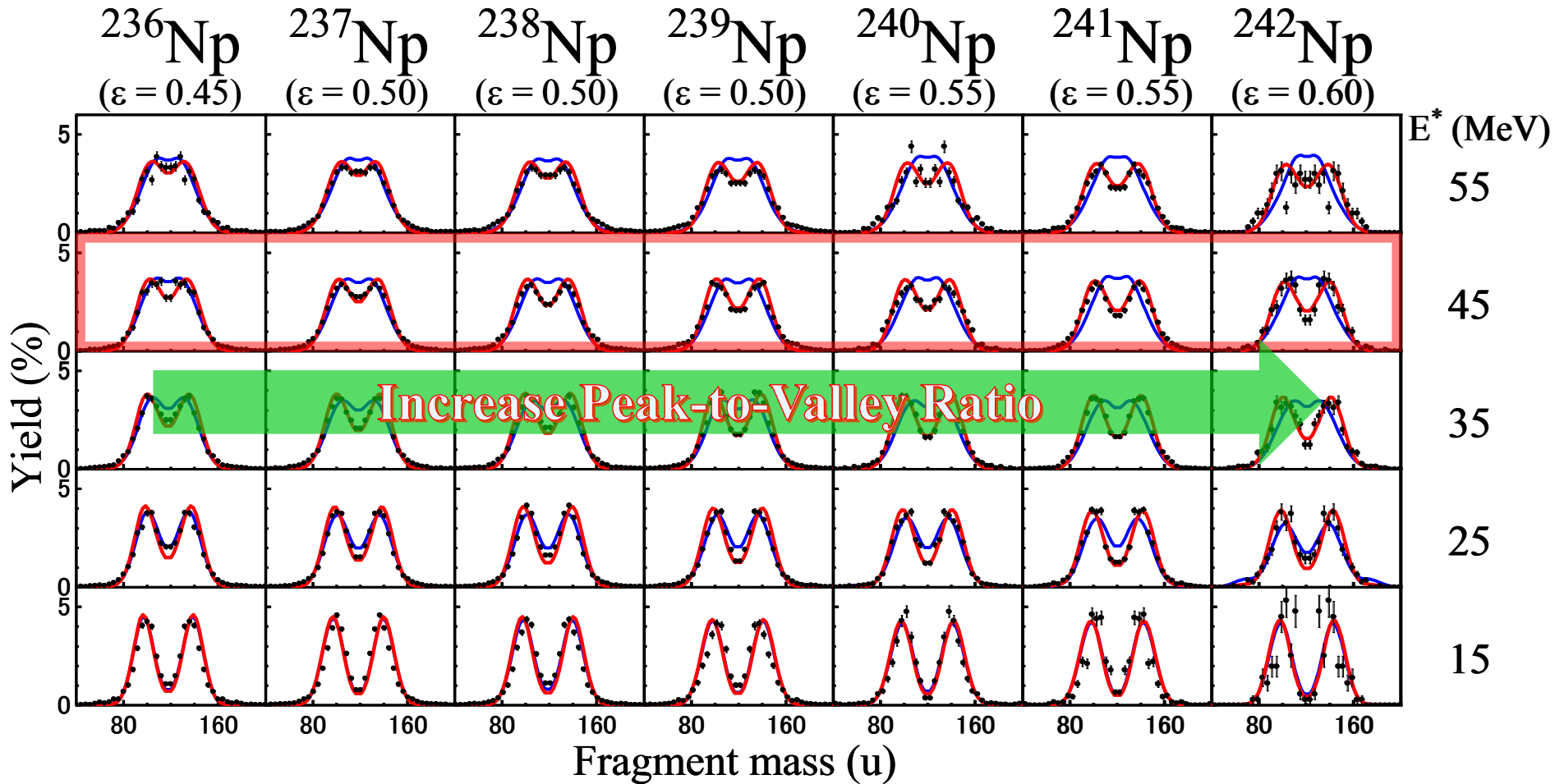
# 陽子数依存性

N=146





# 中性子数依存性



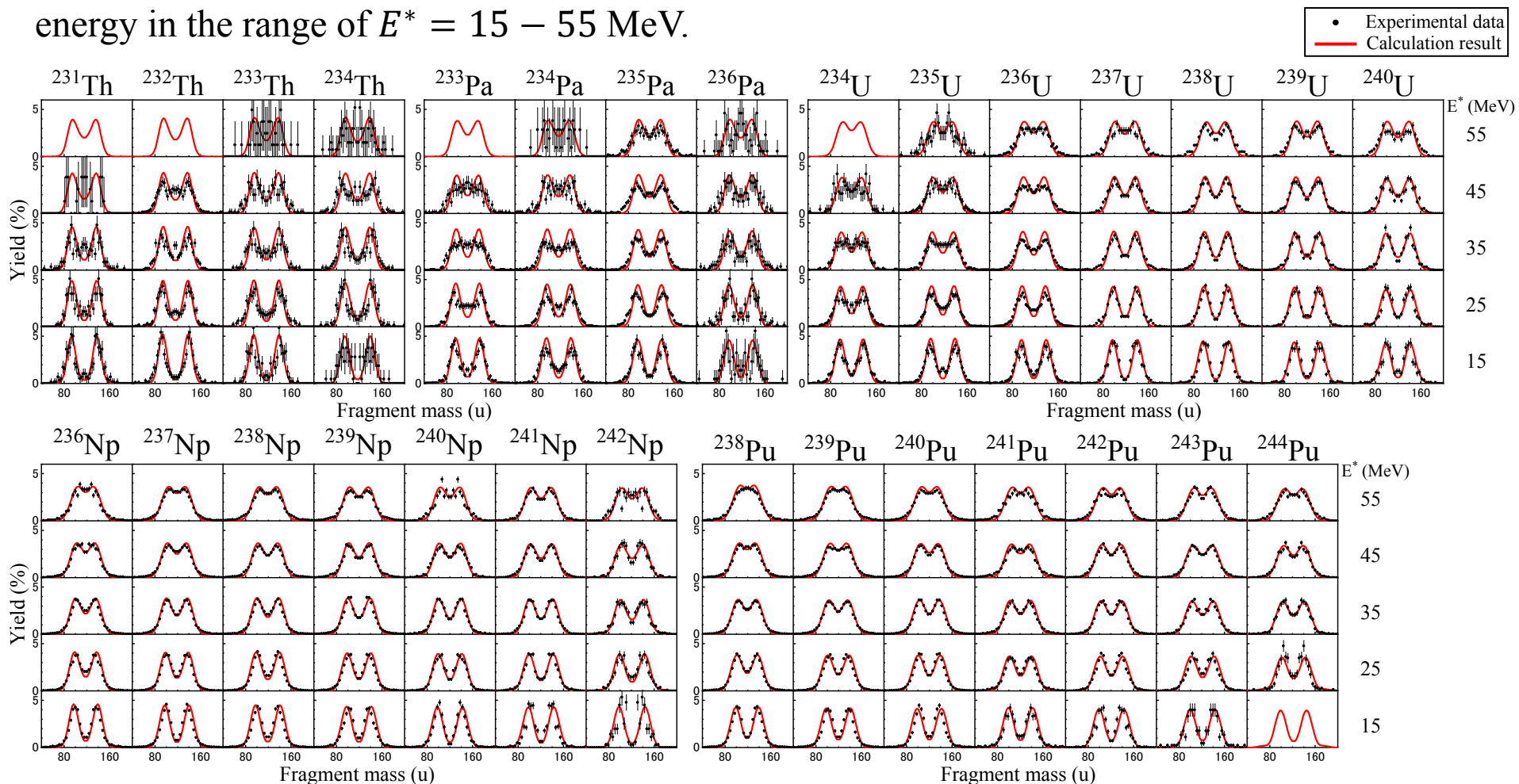
At lowest excitation energy, neutron number dependence of FFMD is not observed, however, at high excitation energy region, peak-to-valley ratio of FFMD is increased with increasing neutron number.

# 2 中性子結合エネルギーと中性子放出数

Z	A(N)	S <sub>2n</sub>	B <sub>f</sub>	E*	(ν <sub>pre</sub> )	Z	A(N)	S <sub>2n</sub>	B <sub>f</sub>	E*	(ν <sub>pre</sub> )	Z	A(N)	S <sub>2n</sub>	B <sub>f</sub>	E*	(ν <sub>pre</sub> )
92	234(142)	12.60	5.69 <sup>1</sup>	15	0.16	93	236(143)	12.66	6.08 <sup>1</sup>	15	0.16	94	238(144)	12.88	5.65 <sup>1</sup>	15	0.09
				25	0.69					25	0.57					25	0.45
				35	1.22					35	1.04					35	0.90
				45	1.72					45	1.51					45	1.35
				55	2.20					55	1.96					55	1.81
	235(143)	12.14	5.95 <sup>1</sup>	15	0.29	237(144)	12.30	5.70 <sup>1</sup>	15	0.14	239(145)	12.65	6.08 <sup>1</sup>	15	0.17		
				25	0.87				25	0.65				25	0.61		
				35	1.47				35	1.19				35	1.10		
				45	2.00				45	1.69				45	1.60		
				55	2.52				55	2.20				55	2.08		
	236(144)	11.84	5.76 <sup>1</sup>	15	0.26	238(145)	12.11	6.19 <sup>1</sup>	15	0.29	240(146)	12.18	5.70 <sup>1</sup>	15	0.12		
				25	0.92				25	0.83				25	0.61		
				35	1.61				35	1.42				35	1.19		
				45	2.21				45	1.97				45	1.74		
				55	2.75				55	2.48				55	2.26		
	237(145)	11.67	6.06 <sup>2</sup>	15	0.41	239(146)	11.70	5.68 <sup>1</sup>	15	0.14	241(147)	11.77	5.97 <sup>1</sup>	15	0.22		
				25	1.14				25	0.78				25	0.75		
				35	1.85				35	1.51				35	1.37		
				45	2.49				45	2.10				45	1.96		
				55	3.06				55	2.66				55	2.51		
238(146)	11.28	5.71 <sup>2</sup>	15	0.26	240(147)	11.38	5.97 <sup>1</sup>	15	0.25	242(148)	11.55	5.61 <sup>1</sup>	15	0.14			
			25	0.99				25	0.94				25	0.73			
			35	1.97				35	1.62				35	1.43			
			45	2.61				45	2.30				45	2.06			
			55	3.25				55	2.90				55	2.65			
239(147)	10.96	5.94 <sup>2</sup>	15	0.35	241(148)	11.19	5.63 <sup>1</sup>	15	0.22	243(149)	11.34	5.89 <sup>1</sup>	15	0.24			
			25	1.29				25	0.88				25	0.92			
			35	1.97				35	1.71				35	1.57			
			45	2.80				45	2.37				45	2.24			
			55	3.48				55	3.03				55	2.87			
240(148)	10.73	5.59 <sup>2</sup>	15	0.25	242(149)	10.94	5.98 <sup>1</sup>	15	0.35	244(150)	11.05	5.49 <sup>1</sup>	15	0.14			
			25	0.79				25	1.27				25	0.80			
			35	1.95				35	1.80				35	1.61			
			45	2.69				45	2.53				45	2.27			
			55	3.53				55	3.23				55	2.94			

# 計算結果のまとめ

Calculated FFMDs of the Th, Pa, U, Np, and Pu isotopes and their dependence of excitation energy in the range of  $E^* = 15 - 55$  MeV.



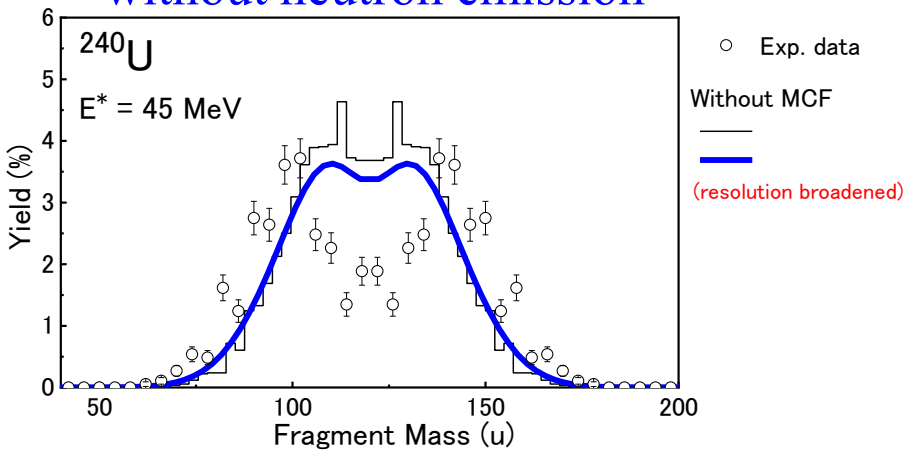
The calculation **taking into account the MCF (red curves)** shows good agreement with the experimental data for mass asymmetry and peak-to-valley (P/V) ratio.

All experimental data are observed in tandem accelerator facility at Japan Atomic Energy Agency [5,6].

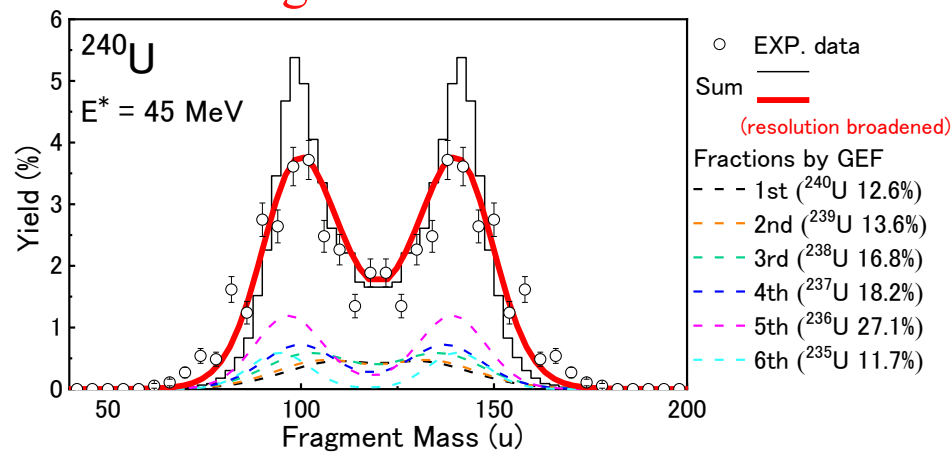
# 核分裂片質量分布の真の描像

FFMDs is affected by MCF and this shape is drastically changed.

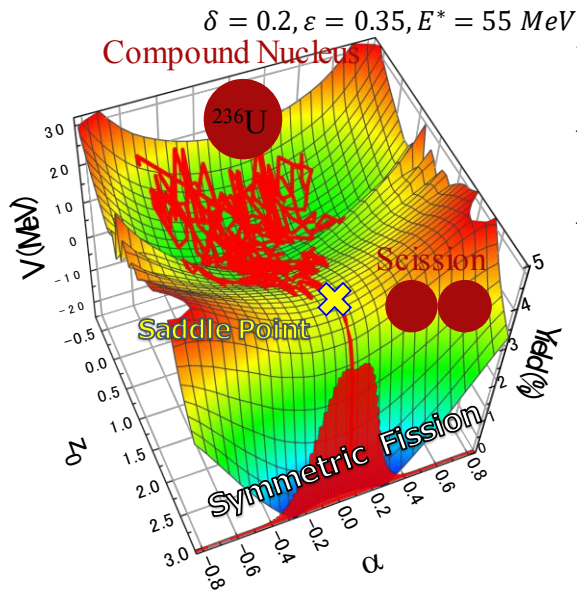
(a) Conventional calculation result  
without neutron emission



(b) This study calculation result  
including Multi-chance Fission



This figure shows FFMD of 1st-chance fission which is originated from true event of 240U at E\*=45 MeV.



$$V(q, l, T) = V_{LD}(q) + V_{SH}(q, T)$$

$$V_{LD}(q) = E_S(q) + E_C(q)$$

$$V_{SH}(q, T) = E_{shell}^0(q)\Phi(T)$$

Ignatyuk type function

$$\Phi(T) = \exp\left(-\frac{aT^2}{E_d}\right)$$

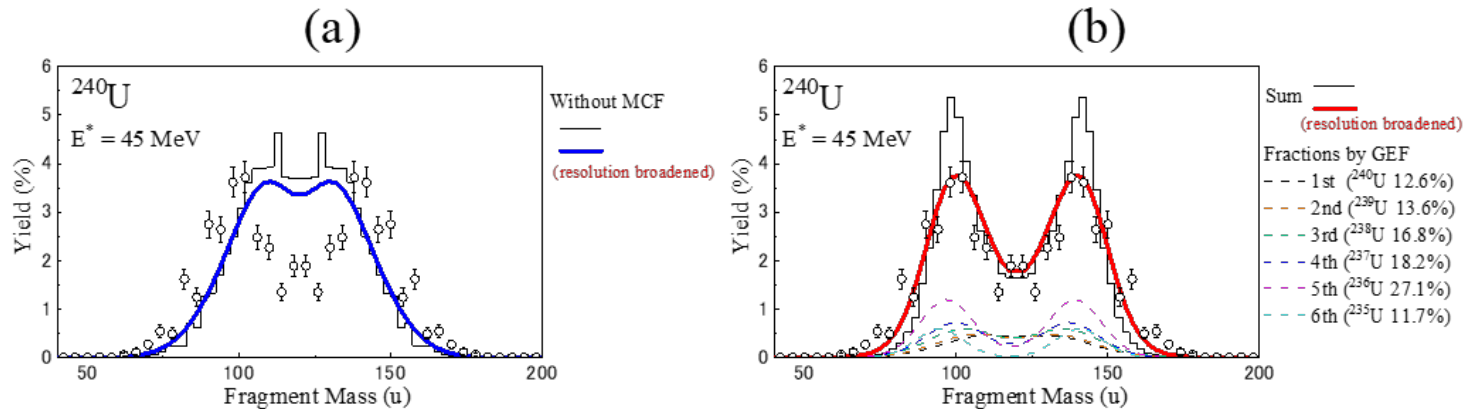
Shell damping energy:  $E_d = 20 \text{ MeV}$

# マルチチャンス核分裂研究のまとめ

- マルチチャンス核分裂(MCF)の研究はFission probabilityやTotal kinetic energyの観測によって示唆されてきたが、核分裂片質量分布に対する評価は行われてこなかった。

これは実験データの不足によるものだが、原子力機構の多核子移行反応を用いた実験によって幅広い系と励起エネルギーでの実験データが取得できるようになり解決された。

- 動力学モデルと統計モデルを用いた理論計算によってMCFを導入した核分裂片質量分布を評価し、MCFが核分裂片質量分布に与える影響を示した。



- 高励起複合核で維持される核分裂片質量分布のふた山構造は最初の原子核の殻構造が残っているのではなく、MCFの効果によって励起エネルギーの下がったものを観測していることが分かった。
- この結果から高励起複合核の核分裂においてMCFの効果は大きなものであり、他の観測量においても考慮されるべき効果である。

# 他の研究に関する紹介

## ■ マルチチャンス核分裂

Role of Multichance Fission in the Description of Fission-Fragment Mass Distributions at High Energies

K. Hirose, K. Nishio, S. Tanaka et al., Phys. Rev. Lett. **119**, 222501 (2017).

Effects of multichance fission on isotope dependence of fission fragment mass distributions at high energies

S. Tanaka, Y. Aritomo, Y. Miyamoto et al., Phys. Rev. C **100**, 064605 (2019).

## ■ 核分裂片の異方性

Angular momentum transfer in multinucleon transfer channels of  $^{18}\text{O}+^{237}\text{Np}$

S. Tanaka, K. Hirose, K. Nishio et al., Phys. Rev. C **105**, L021602 (2022).

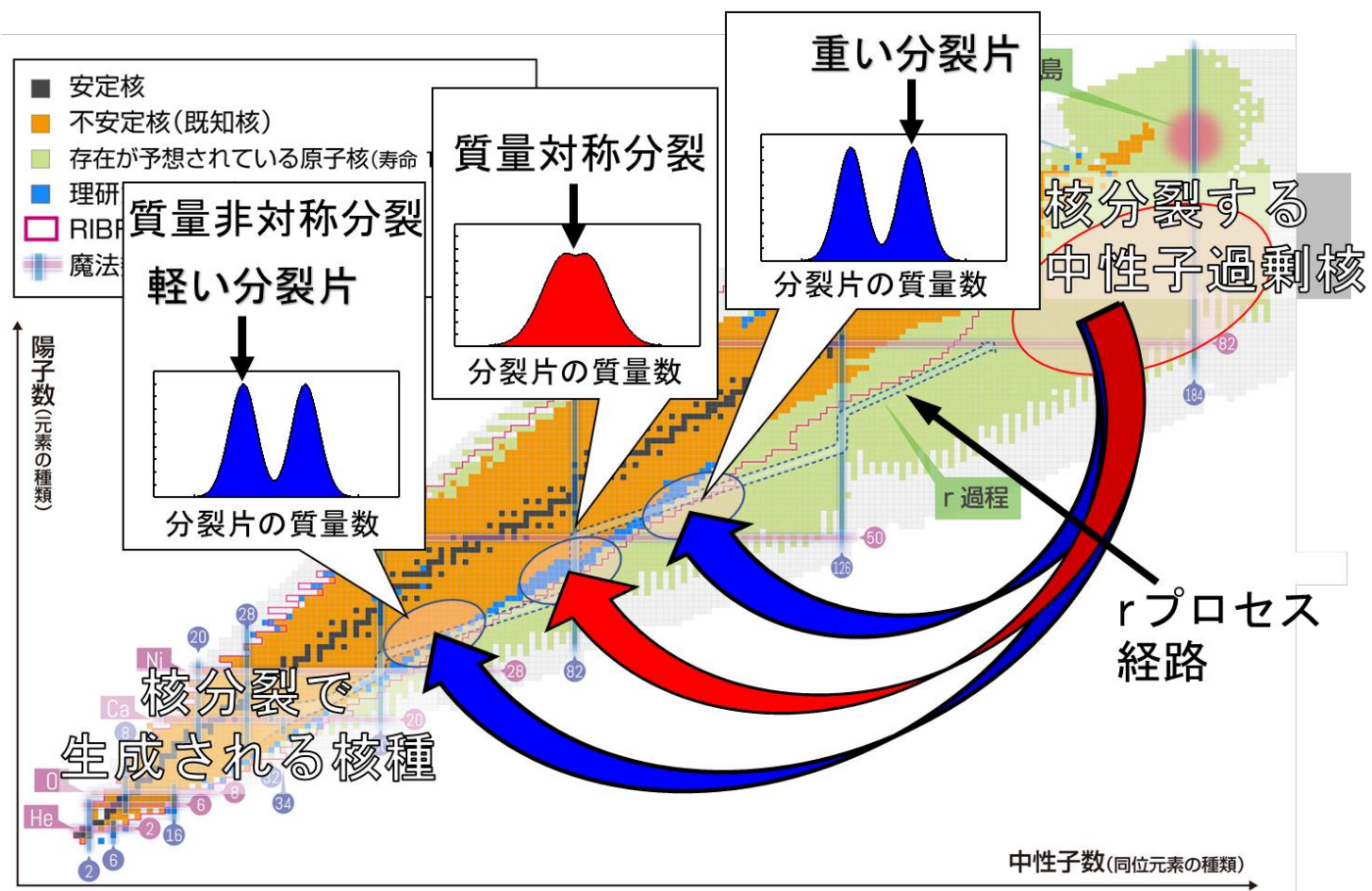
## ■ 中性子過剰核の核分裂

Origin of the dramatic change of fission mode in fermium isotopes investigated using Langevin equations

Y. Miyamoto, Y. Aritomo, S. Tanaka, K. Hirose, and K. Nishio, Phys. Rev. C **99**, 051601(R) (2019).

# rプロセスにおける核分裂の役割

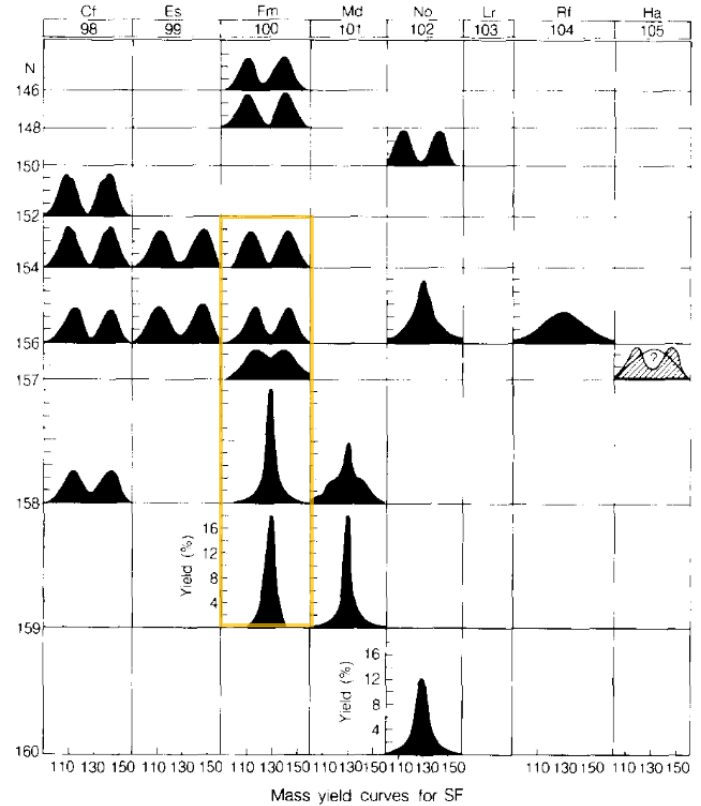
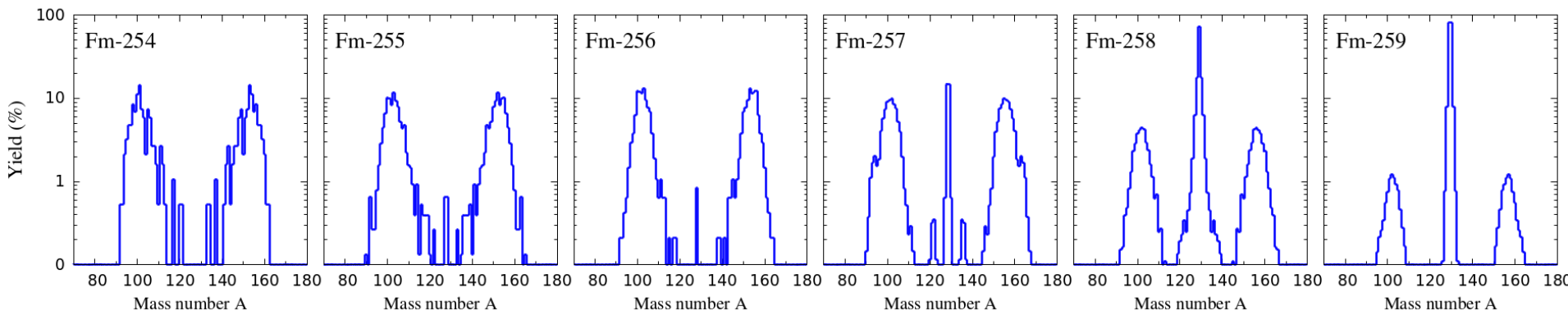
核分裂はrプロセスの終端を決め、核分裂リサイクルによって分裂後の核分布（質量数100から150付近）が最終的な元素組成へ影響を与え、その崩壊熱はキロノヴァの主要な熱源の一つであるなど、元素合成にて重要な役割を果たす。



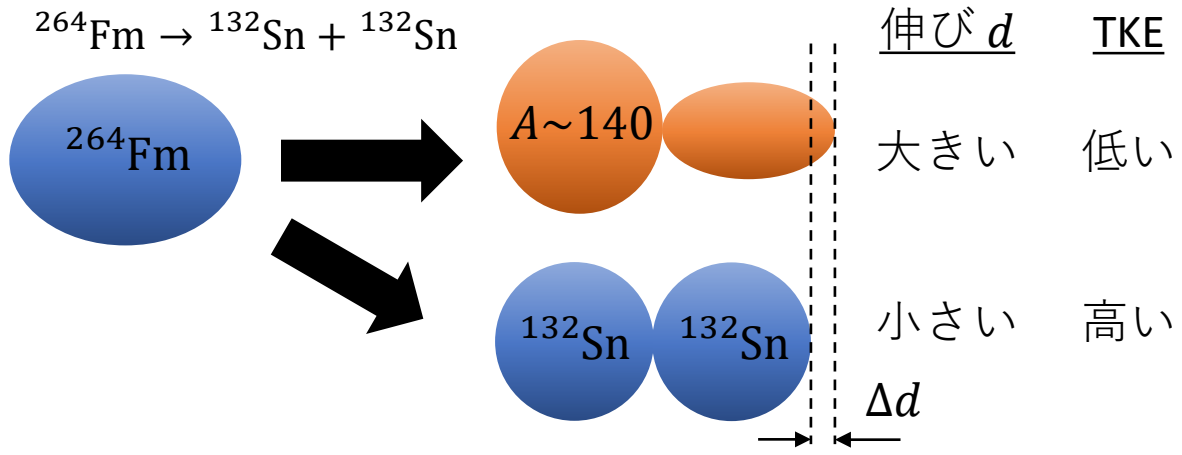
質量対称か非対称に分裂するかが重要となる。

# Fm分裂モード変化の評価

■  $^{254-259}\text{Fm}$ における核分裂片質量分布 (Fission fragment mass distribution)



通常のアクチノイド領域と同様の質量非対称分裂へ向かう分裂経路

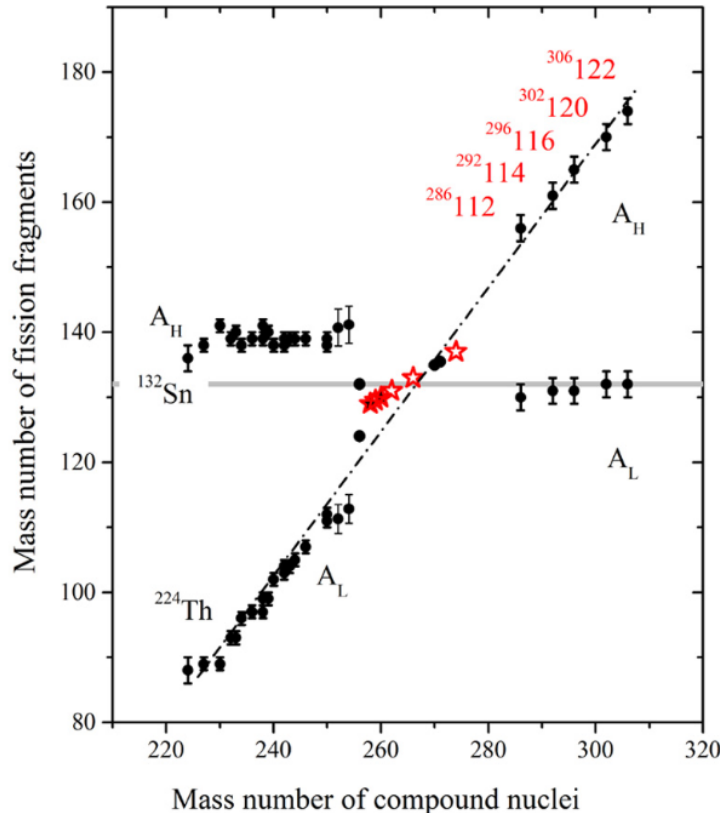
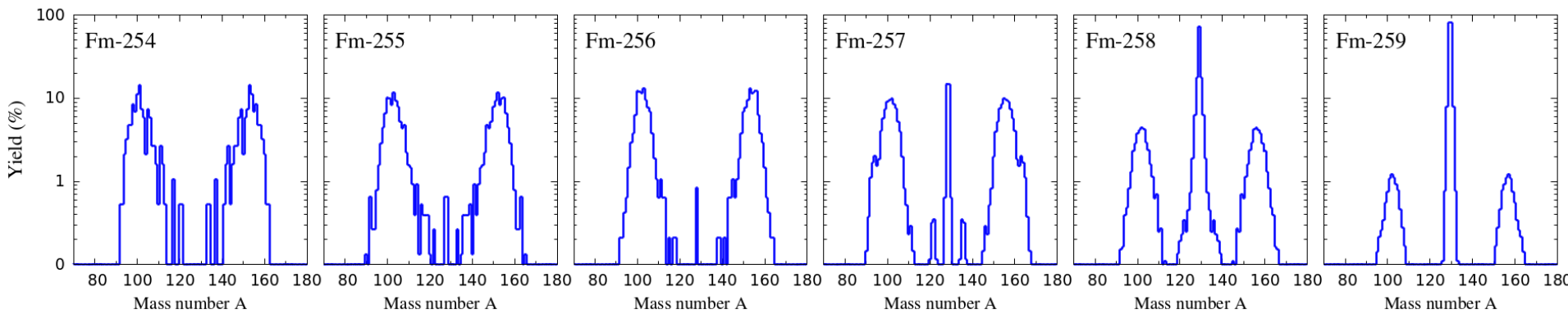


非常にコンパクトな質量対称の分裂経路が現れる

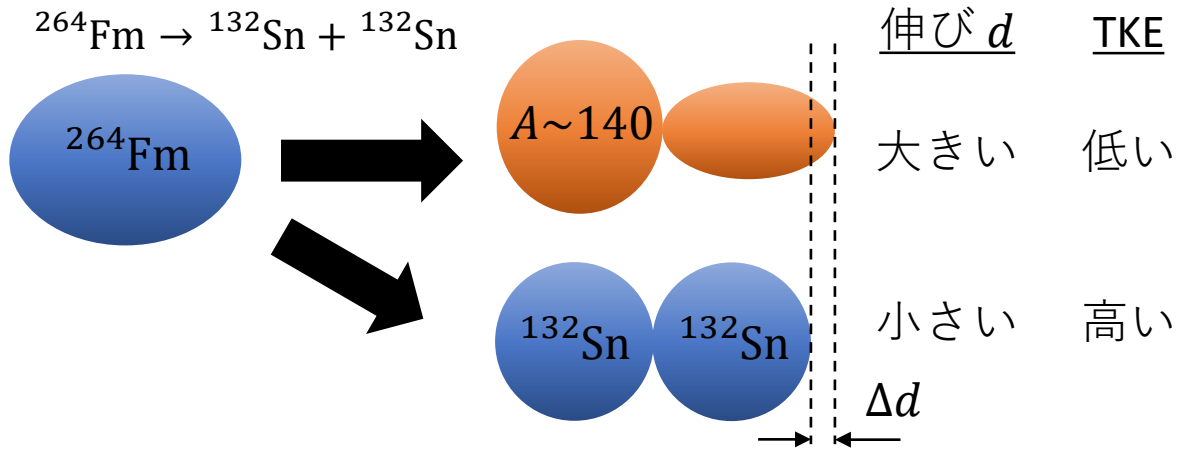


# Fm分裂モード変化の評価

■  $^{254-259}\text{Fm}$ における核分裂片質量分布 (Fission fragment mass distribution)



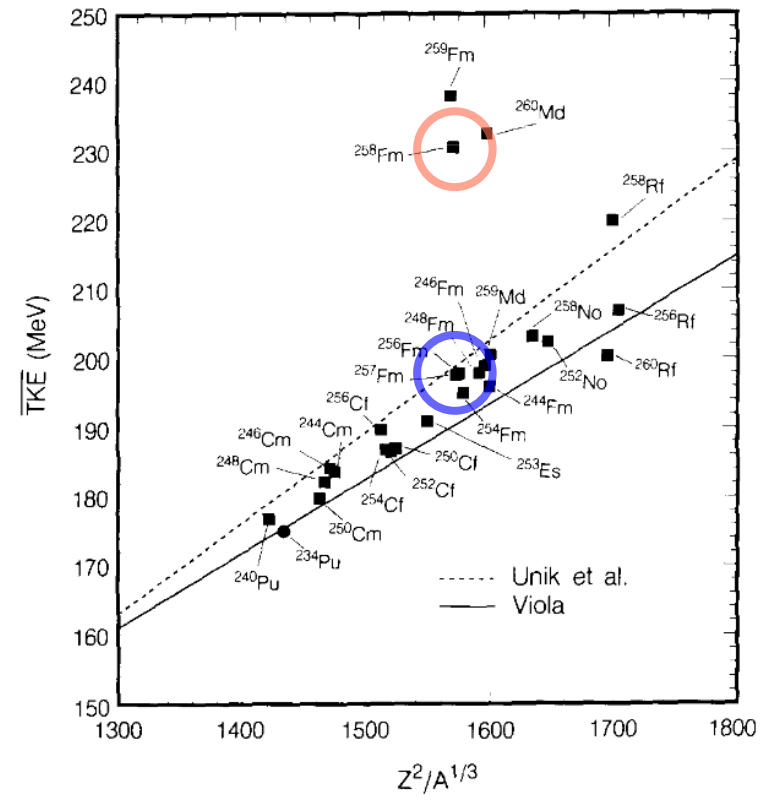
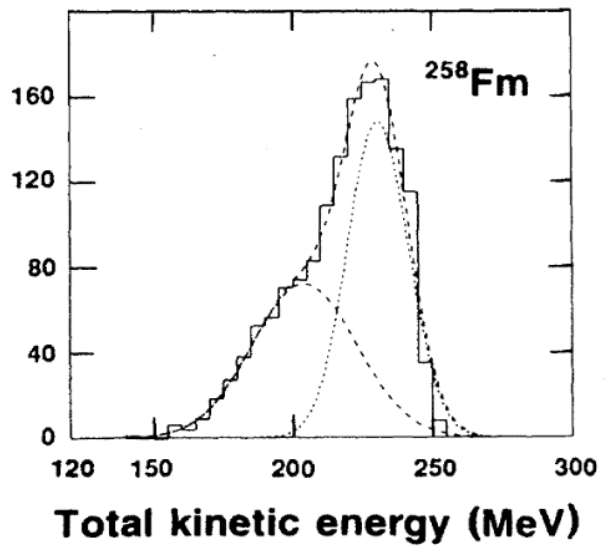
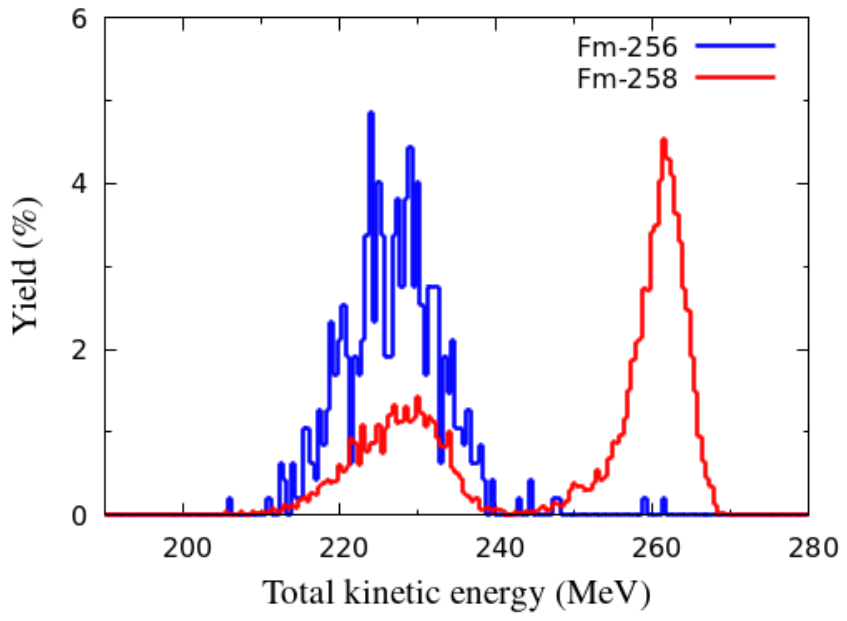
通常のアクチノイド領域と同様の質量非対称分裂へ向かう分裂経路



非常にコンパクトな質量対称の分裂経路が現れる

# 全運動エネルギー分布

■  $^{256,257}\text{Fm}$ における計算結果



D. C. Hoffman et al., Nuclear Physics A502 (1989).

$$E_{TKE} \propto 1/d$$

定性的に分裂モードの変化が結果に表れているが、実験データと比べてエネルギーのピークが異なる。

# ポテンシャルエネルギー上における原子核変形経路の違い

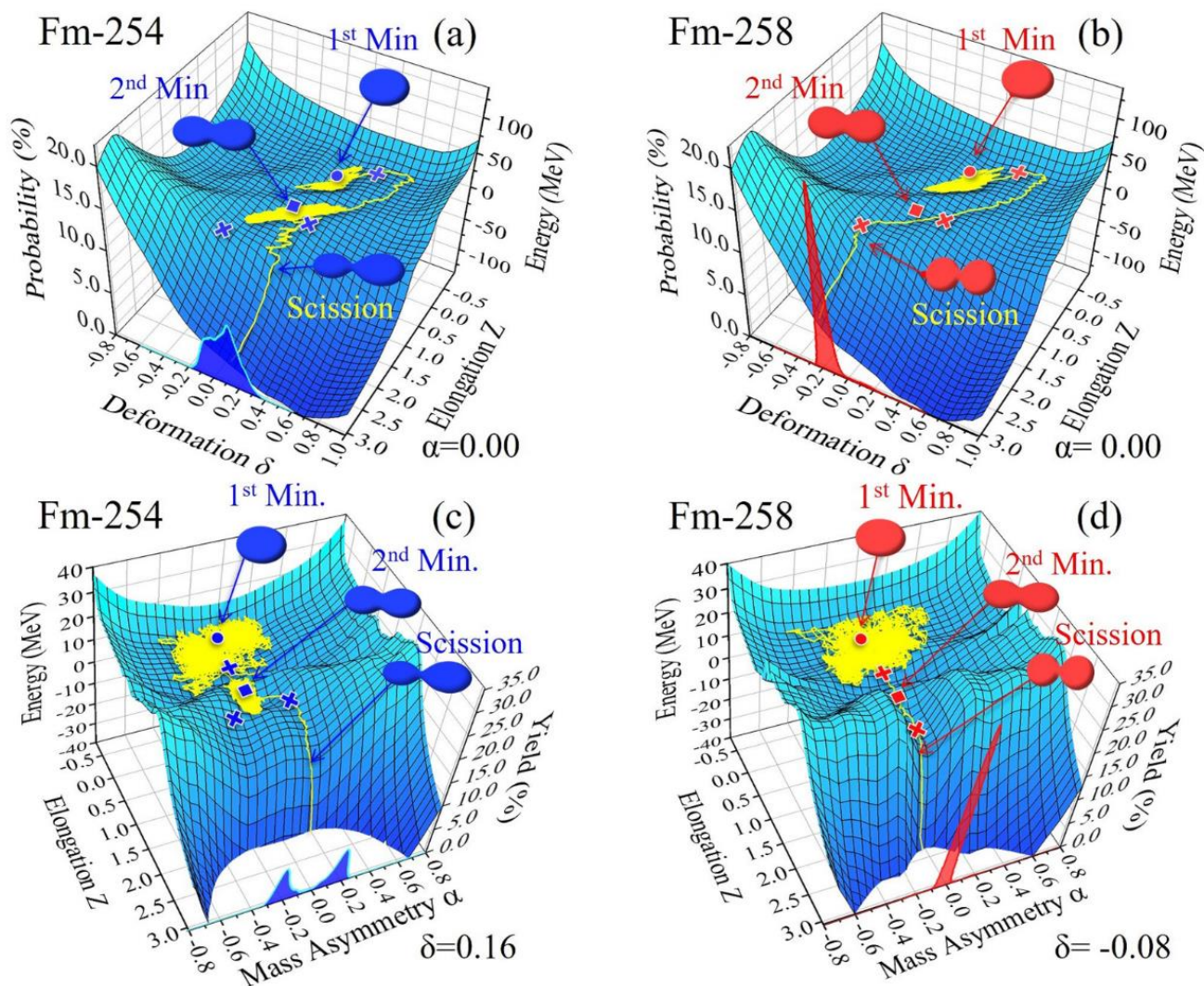


Fig. Potential energy on the  $z$ - $\delta$  plane for (a)  $^{254}\text{Fm}$  and (b)  $^{258}\text{Fm}$ , obtained at a fixed mass asymmetry  $\alpha = 0$ . A sample shape trajectory is shown for each nucleus. The trajectories are also shown on the  $z$ - $\alpha$  plane for (c)  $^{254}\text{Fm}$  and (d)  $^{258}\text{Fm}$  as well as the potential energy at a fixed  $\delta$  value, 0.16 for  $^{254}\text{Fm}$  and  $-0.08$  for  $^{258}\text{Fm}$ , respectively.

# ポテンシャルエネルギー上における原子核変形経路の違い

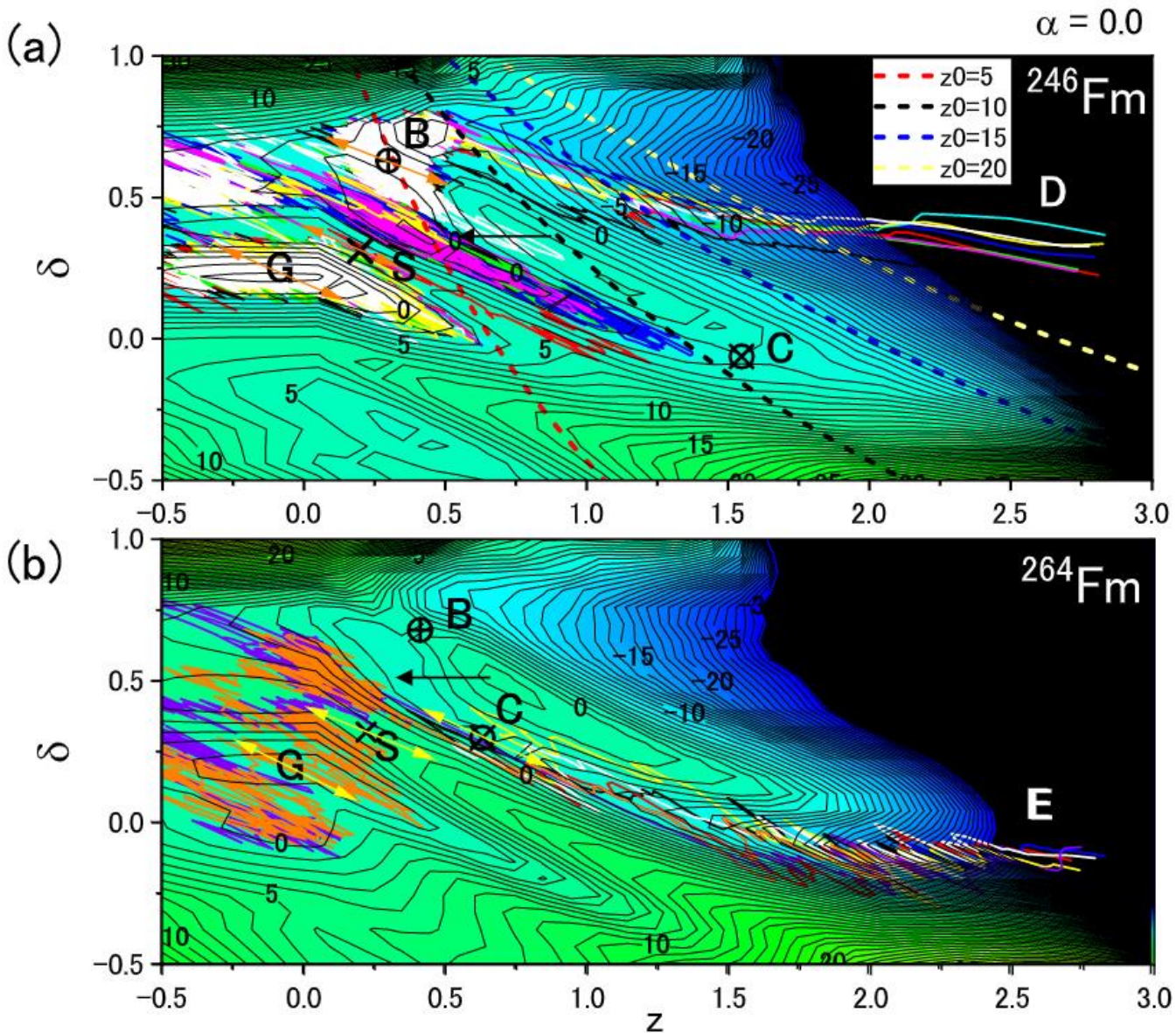


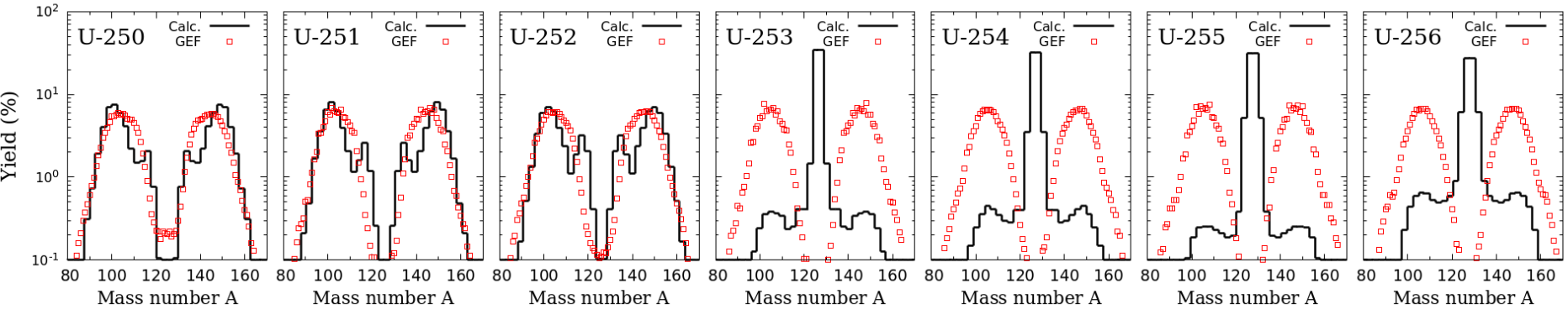
TABLE I. Elements of the friction tensor in the  $(z, \delta)$  space and their eigenvalues for the  $^{246}\text{Fm}$  and  $^{264}\text{Fm}$  cases. The region of the deformation space where the friction tensors analyzed are indicated in the first column; g.s., first, and second saddles. They imply the region around the ground state, the first saddle, and the second saddle point, respectively. As the friction tensor is symmetric, one of the off-diagonal elements is listed. The large differences between the two eigenvalues  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  are observed as noted in the text. The rotation angles  $\theta$  derived from the transformation matrix [by Eqs. (27) and (28)] and the slope angles of the directional oscillation of the trajectories in Fig. 2,  $\theta_{measure}$ , are presented in the last two columns. The consistency can be observed in these two angles.

position	$\gamma_{zz}$ [/ $\hbar$ ]	$\gamma_{\delta\delta}$ [/ $\hbar$ ]	$\gamma_{z\delta}$ [/ $\hbar$ ]	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_2/\lambda_1$	$\theta$ [deg]	$\theta_{measure}$ [deg]
$^{246}\text{Fm}$								
g.s.	$0.172 \times 10^3$	$0.686 \times 10^3$	$0.327 \times 10^3$	$0.128 \times 10^2$	$0.845 \times 10^3$	$0.657 \times 10^2$	-25.93	-23.0
First	$0.242 \times 10^3$	$0.120 \times 10^4$	$0.512 \times 10^3$	$0.194 \times 10^2$	$0.142 \times 10^4$	$0.732 \times 10^2$	-23.46	-21.0
Second	$0.123 \times 10^3$	$0.474 \times 10^3$	$0.231 \times 10^3$	$0.863 \times 10$	$0.588 \times 10^3$	$0.682 \times 10^2$	-26.38	-24.0
$^{264}\text{Fm}$								
g.s.	$0.189 \times 10^3$	$0.754 \times 10^3$	$0.360 \times 10^3$	$0.141 \times 10^2$	$0.930 \times 10^3$	$0.657 \times 10^2$	-25.94	-24.0
First	$0.352 \times 10^3$	$0.165 \times 10^4$	$0.707 \times 10^3$	$0.424 \times 10^2$	$0.196 \times 10^4$	$0.463 \times 10^2$	-23.69	-22.0
Second	$0.276 \times 10^3$	$0.103 \times 10^4$	$0.503 \times 10^3$	$0.238 \times 10^2$	$0.128 \times 10^4$	$0.537 \times 10^2$	-26.65	-27.0

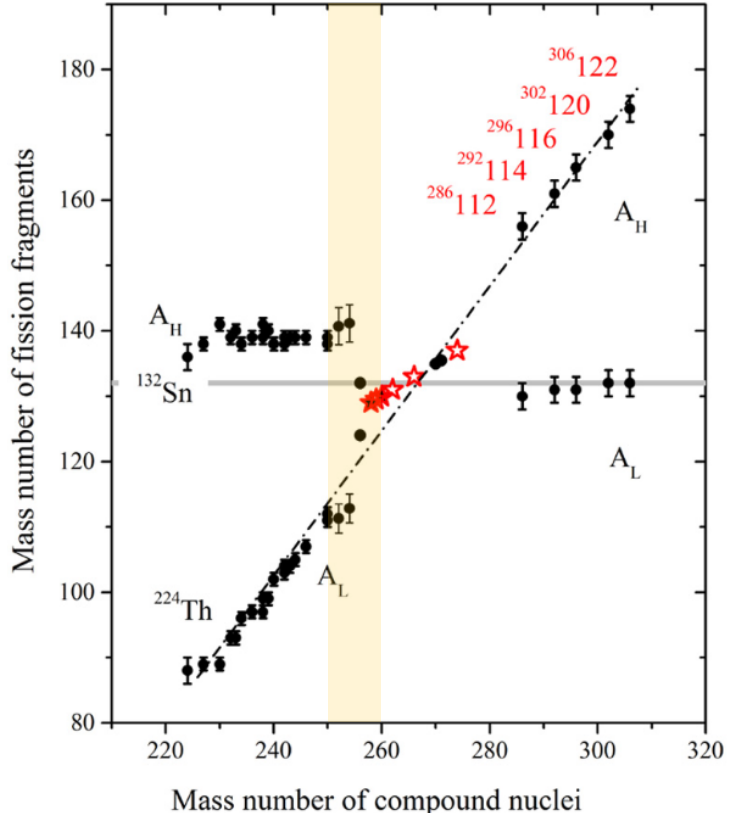
Y. Aritomo, A. Iwamoto, K. Nishio, and M. Ohta, Phys. Rev. C **105**, 034604 (2022).

# 中性子過剰領域におけるウラン同位体の核分裂

■  $^{250-256}\text{U}$ の核分裂片質量分布の計算結果およびGEFモデルとの比較 ( $E^*=7\text{ MeV}$ )。



GEF code [K.-H. Schmidt et al., Nucl. Data Sheets **131**, 107 (2016)].



ウラン同位体でもFmと同様に中性子数が増えると質量非対称分裂から質量対称分裂へと変化する傾向がみられる。  
比較として載せているGEFコードによる計算結果では分裂モードの変化は見られなかった。

# 分裂片の電荷分布

We determined charge distributions with UCD (Unchanged Charge Distribution) assumption and Gaussian fitting.

## ◆UCD assumption

*a simple assumption*

*, which the charge asymmetry equals the mass asymmetry*

mass asymmetry  $\alpha_A$

from Langevin calculation

$$\alpha_A = \frac{A_1 - A_2}{A_{CN}}$$

$$\alpha_Z = \alpha_A \quad (\text{UCD})$$

## ◆Results : Z distributions

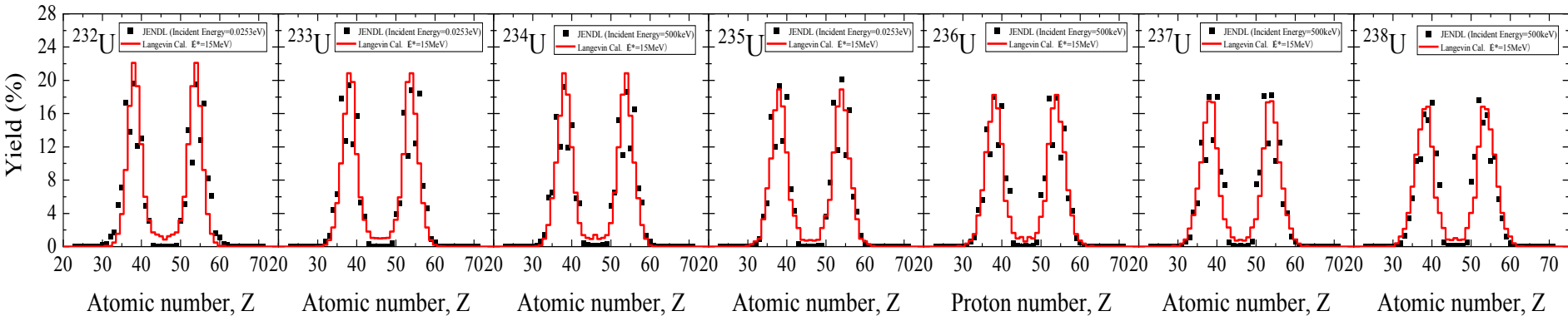
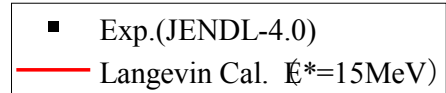


Fig. The calculation results of Z distributions for  $^{232}\text{U}$  to  $^{238}\text{U}$  with the excitation energy of  $E^*=15$  MeV. The present work (red line) is compared with the data from JENDL-4.0 [K. Shibata, O. Iwamoto, et al.: "JENDL-4.0: A New Library for Nuclear Science and Engineering," J. Nucl. Sci. Technol. 48(1), 1-30 (2011)].

# 分裂片のN-Z分布

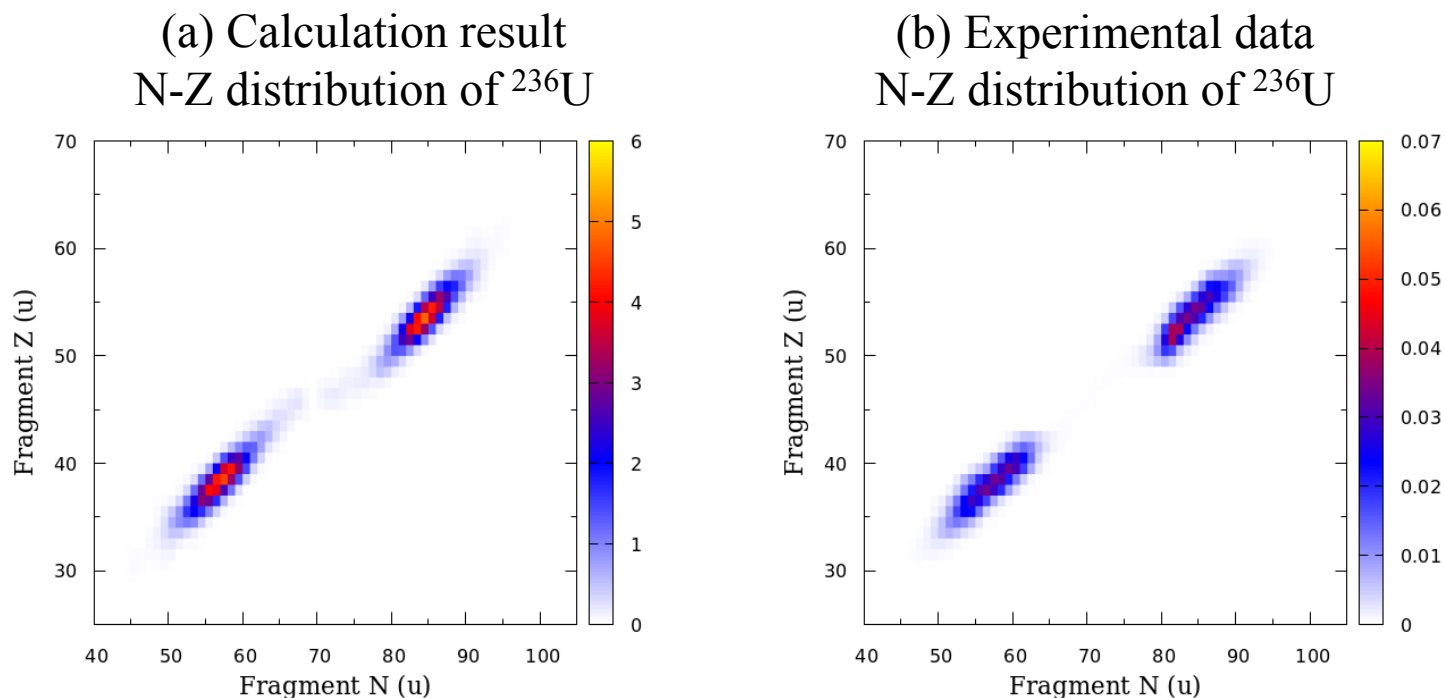


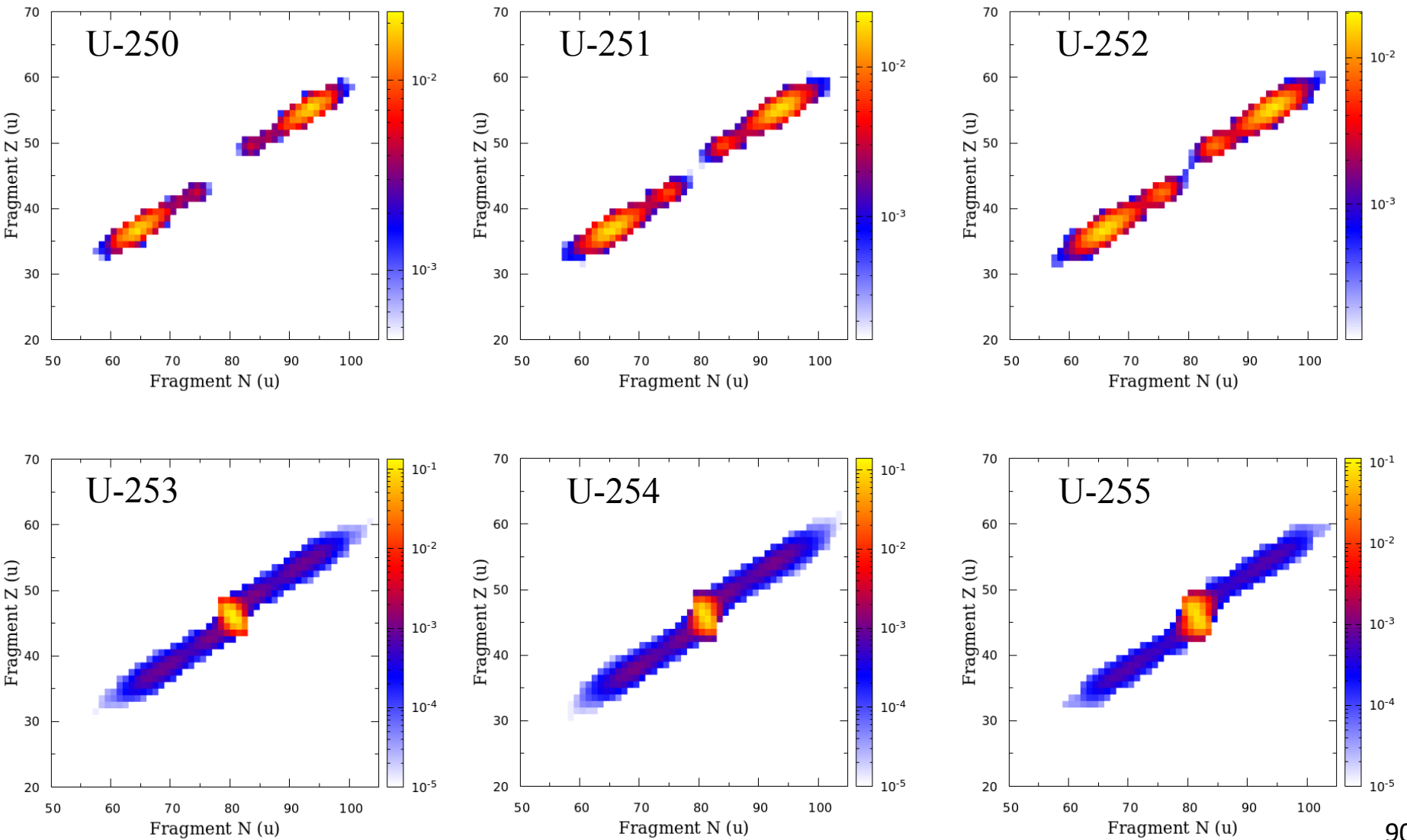
Fig. (a) The calculation result of fission fragment distribution on the N-Z plane for U-236 ( $E^*=10$  MeV) is plotted. The calculation result is compared with the experimental data of U-235 neutron-induced fission ( $E_k=500$  KeV) from JENDL-4.0.

実験データにおける  $Z_{\text{CN}}/A_{\text{CN}}$  からのずれを再現するために、幅を持たせているガウス分布の平均値  $\mu$  を  $^{132}\text{Sn}$  に寄るように補正している。



# 250-255Uにおける分裂片の電荷分布

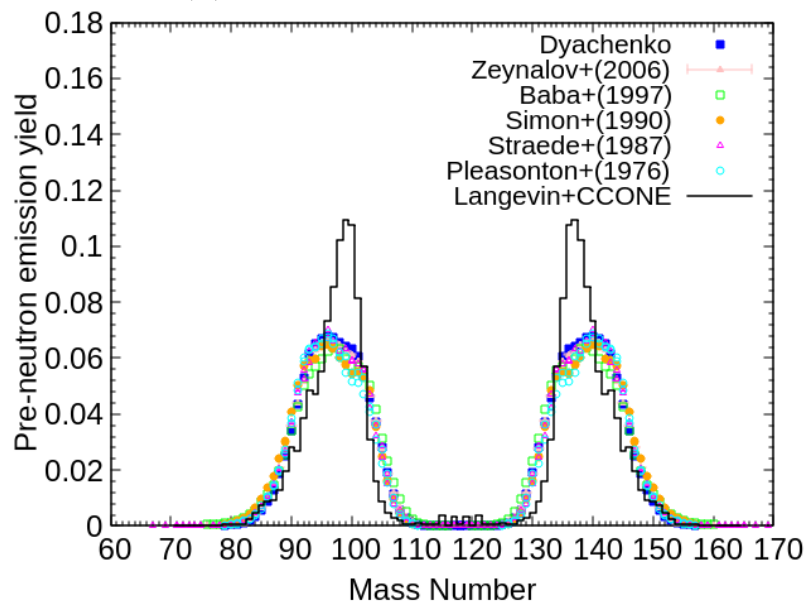
The calculation results of fission fragment distribution on the N-Z plane for uranium isotopes ( $E^*=7$  MeV) are plotted.



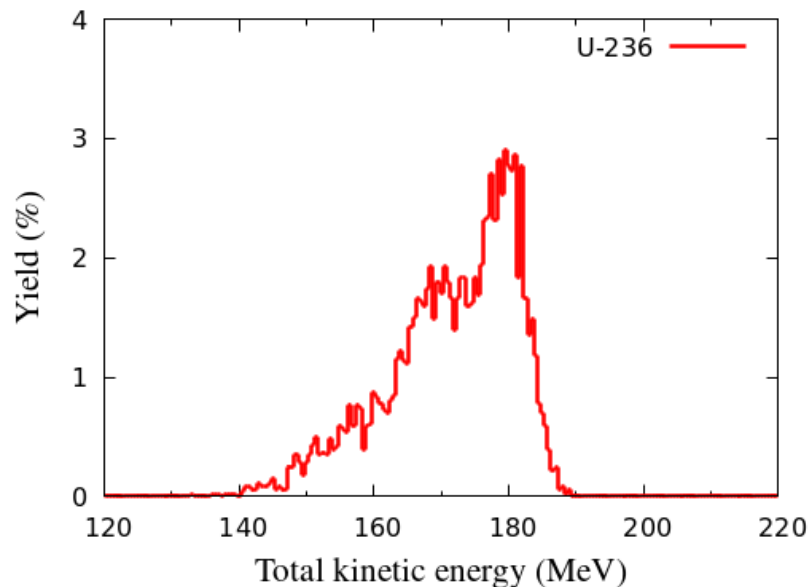
# CCONEによる即発中性子放出計算

## ■ $^{235}\text{U}$ の中性子入射核分裂

(a) 核分裂片質量分布



(b) 分裂片の全運動エネルギー分布



By combining Langevin calculations with a statistical model implemented in the CCONE [O. Iwamoto, N. Iwamoto, S. Kunieda, F. Minato, K. Shibata, Nuclear Data Sheets, Volume **131**, pp. 159-288 (2016)], we calculated independent yields and prompt neutron emissions.

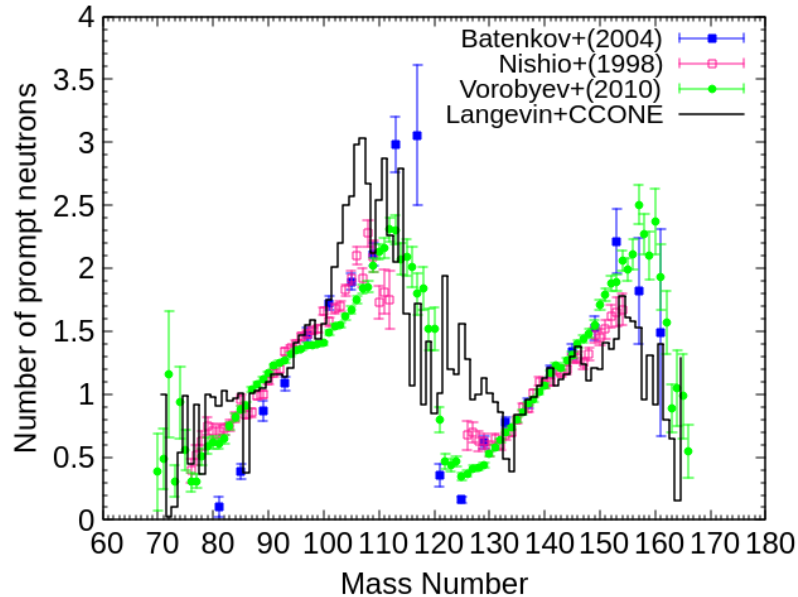
Excitation energy partitions for two fragments are determined by the anisothermal model.

$$TXE(Z_l, A_l, Z_h, A_h) = E_{inc} + B_n + [M_n(Z_{CN}, A_{CN}) - M_n(Z_l, A_l) - M_n(Z_{CN}, A_h)] c^2 - TKE(Z_l, A_l, Z_h, A_h) \quad R_T = \frac{T_l}{T_h} = \sqrt{\frac{U_l a_h(U_h)}{U_h a_l(U_l)}}$$

# 中性子放出の計算結果

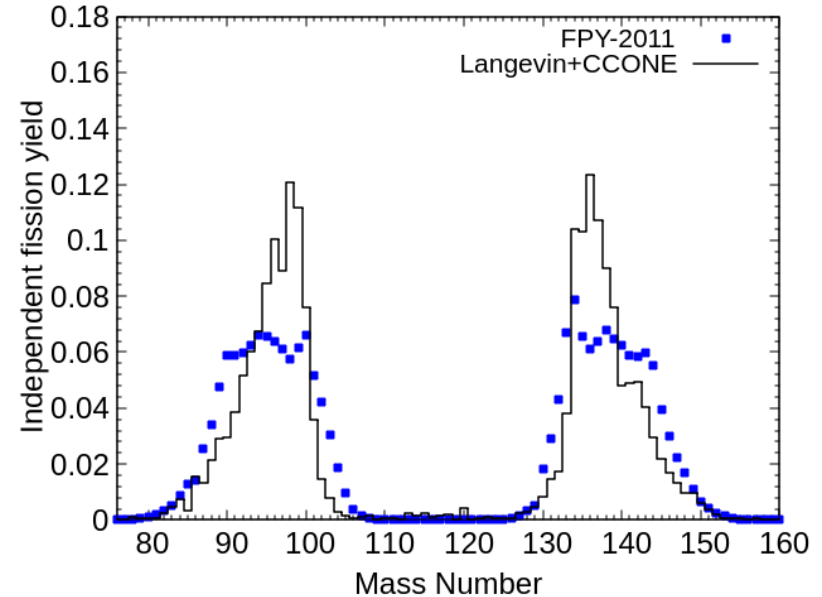
## ■ $^{235}\text{U}$ の中性子入射核分裂

(c) 即発中性子放出多重度



平均中性子放出数： $\langle \nu_n \rangle = 2.517$

(d) 即発中性子放出後の核分裂収率



The prompt neutron emission multiplicity was calculated using the CCONE code with the results of the Langevin calculation as input data. The result reasonably reproduces the sawtooth structure of experiment data. The calculated average number of the prompt neutron was 2.517, which is in good agreement with the experimental value of 2.43

[K. Nishio, Y. Nakagome, H. Yamamoto, I. Kimura, Nucl. Phys. A 632, 540 (1998)].

# 独立収率の計算結果

赤点：計算結果

黒点：実験データ [Rudstam G, Aagaard P, Ekström B, et al., Radiochimica Acta. 1990;49(4):155–192.]

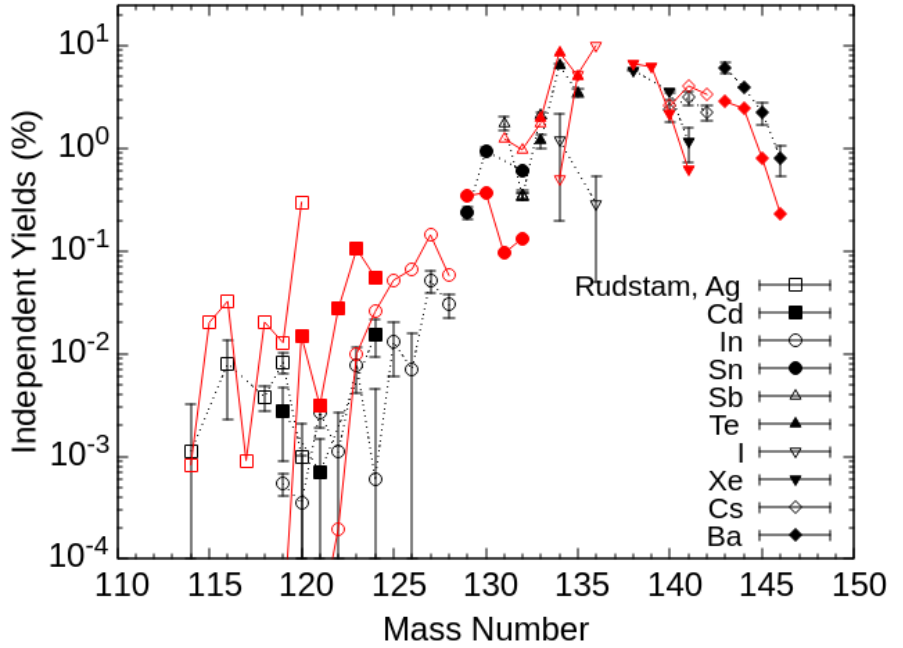
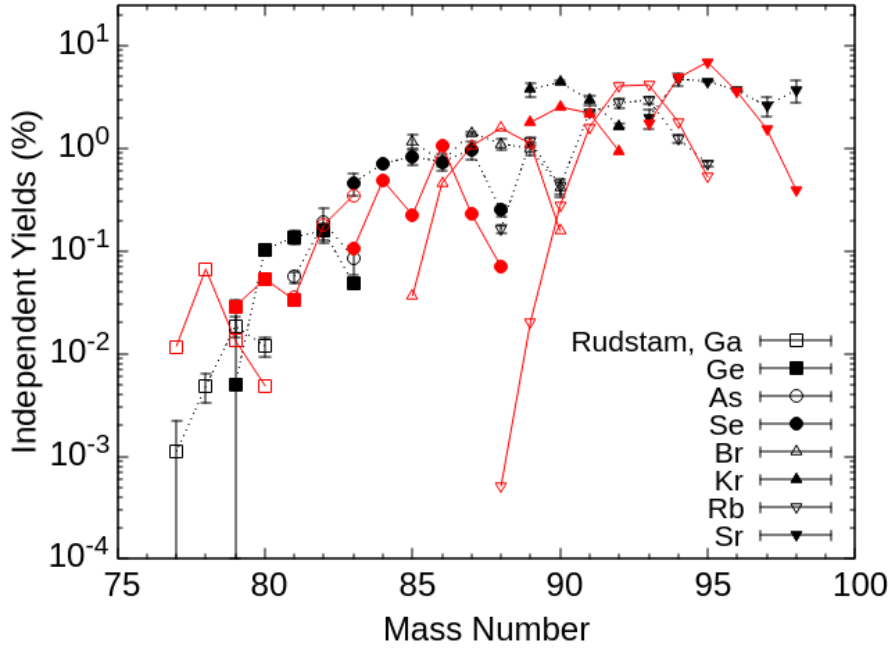


Fig. Comparison of the calculated independent yield  $Y_I(Z, A)$  with the experimental data.

核分裂によってどのような核種が生成されたかを評価することに成功した。

# 他の研究に関する紹介

## ■ マルチチャンス核分裂

Role of Multichance Fission in the Description of Fission-Fragment Mass Distributions at High Energies

K. Hirose, K. Nishio, S. Tanaka et al., Phys. Rev. Lett. **119**, 222501 (2017).

Effects of multichance fission on isotope dependence of fission fragment mass distributions at high energies

S. Tanaka, Y. Aritomo, Y. Miyamoto et al., Phys. Rev. C **100**, 064605 (2019).

## ■ 核分裂片の異方性

Angular momentum transfer in multinucleon transfer channels of  $^{18}\text{O}+^{237}\text{Np}$

S. Tanaka, K. Hirose, K. Nishio et al., Phys. Rev. C **105**, L021602 (2022).

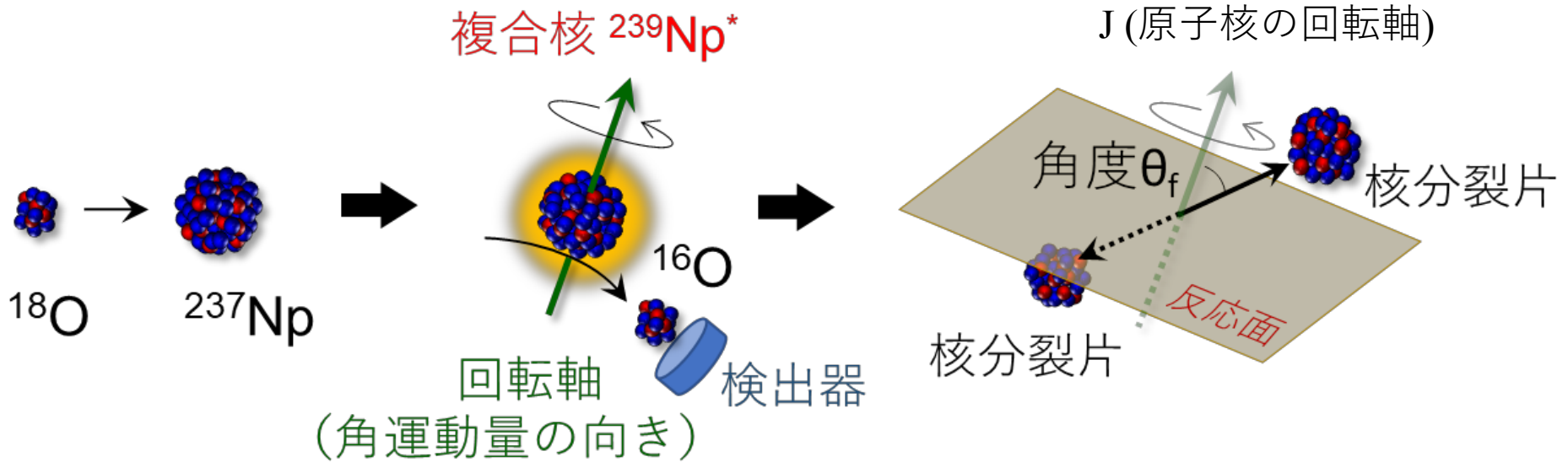
## ■ 中性子過剰核の核分裂

Origin of the dramatic change of fission mode in fermium isotopes investigated using Langevin equations

Y. Miyamoto, Y. Aritomo, S. Tanaka, K. Hirose, and K. Nishio, Phys. Rev. C **99**, 051601(R) (2019).

# Evaluation method of angular momentum

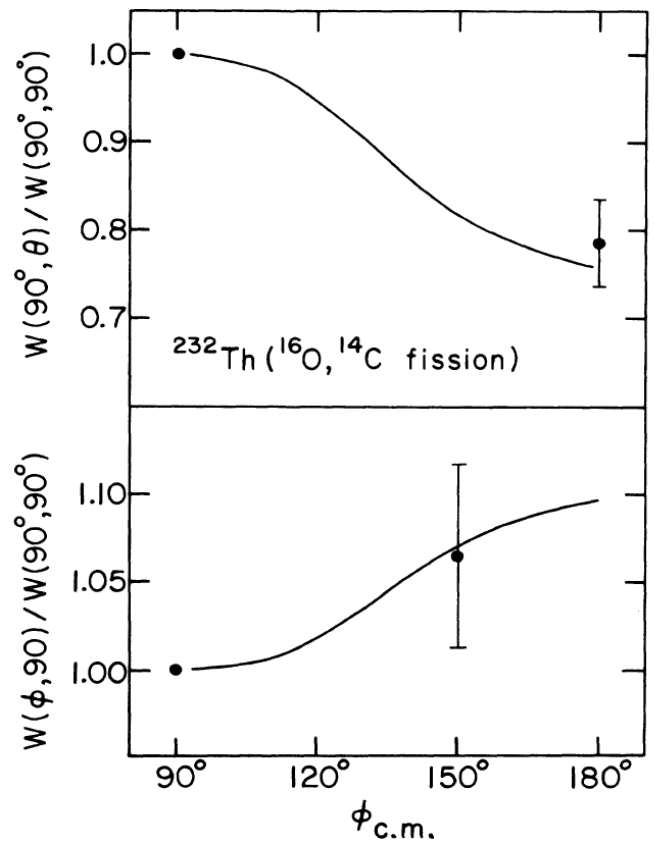
## ■ 核分裂片角度分布による角運動量の評価



- 回転軸に対する核分裂片の放出角度 $\theta_f$ を測定する。
- 複合核が回転していると反応面( $\theta_f = 90^\circ$ )上に優先的に放出される。
- 核分裂片角度分布はTransition State Modelで評価可能なため、実験データを最も再現する角運動量を見つけることで複合核の角運動量を決定する。

# Previous study

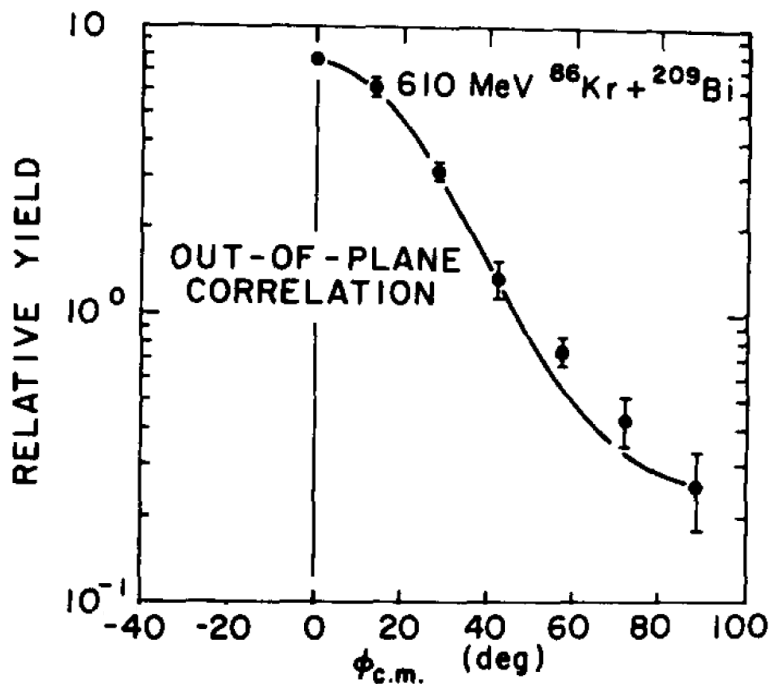
(a)  $^{16}\text{O}+^{232}\text{Th}$  ( $E_{\text{beam}}=105$  MeV)



F. Videbaek et al., Phys. Rev. C **35** 6 (1987).

データ点が2点しかない。

(b)  $^{86}\text{Kr}+^{209}\text{Bi}$  ( $E_{\text{beam}}=610$  MeV)



P. Dyer et al., Nucl. Phys. A **322** 205 (1979).

移行チャンネルごとにイベントを分離できていない。

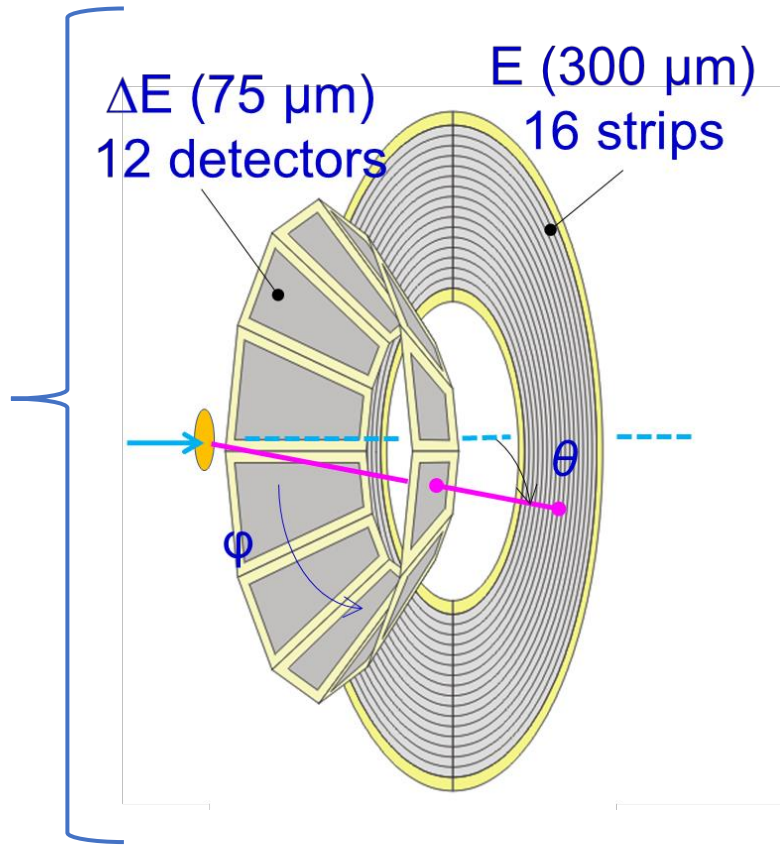
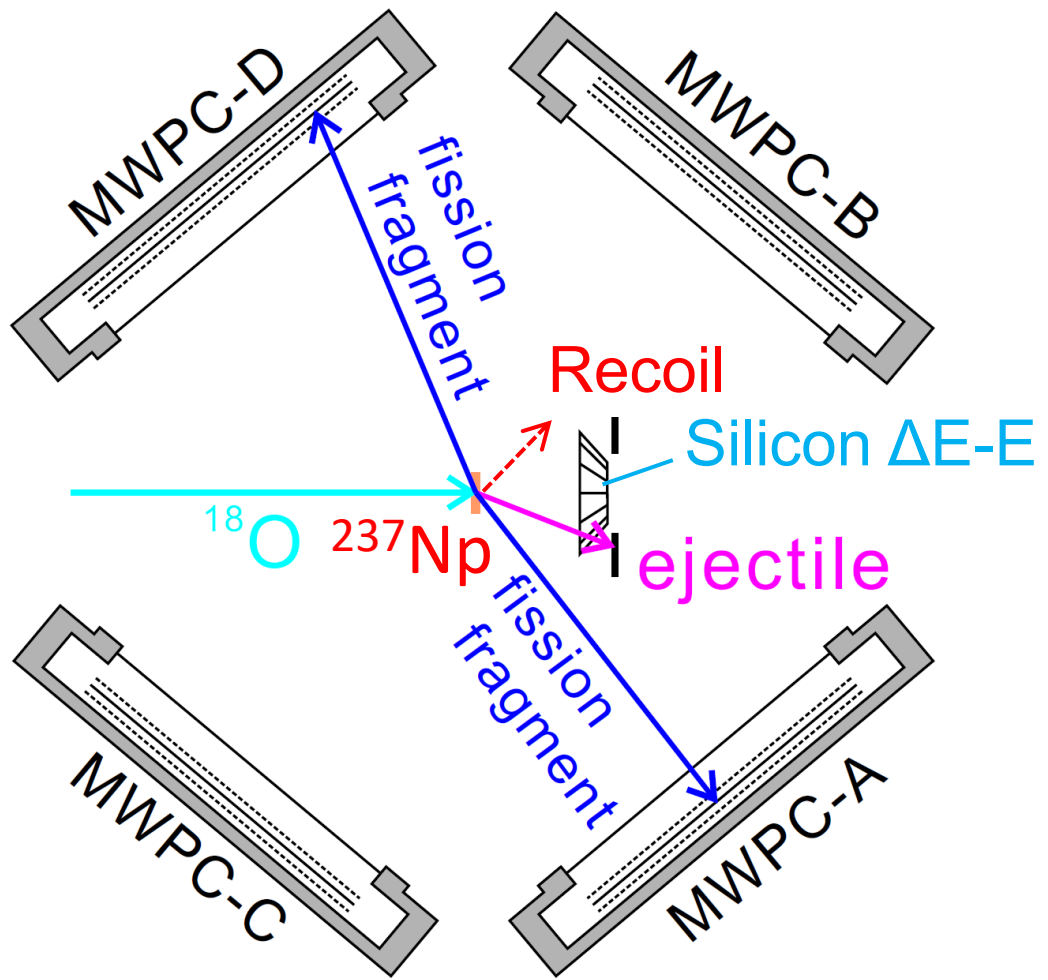
移行チャンネルごとに詳細に調べられた前例はない。

# Experiment Setup

Target :  $^{237}\text{Np}$ , Projectile :  $^{18}\text{O}$ , Incident Energy : 162 MeV.

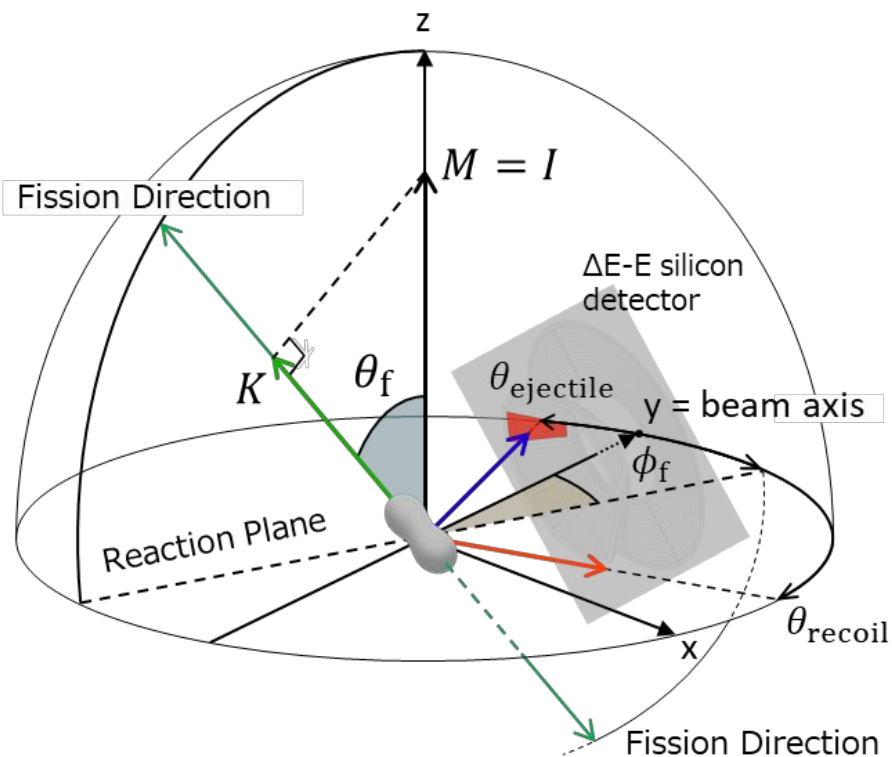
多芯線比例計数管  
(MWPC : multi wire proportional chamber)

シリコン  $\Delta E$ -E検出器  
(Silicon telescope and particle identified)

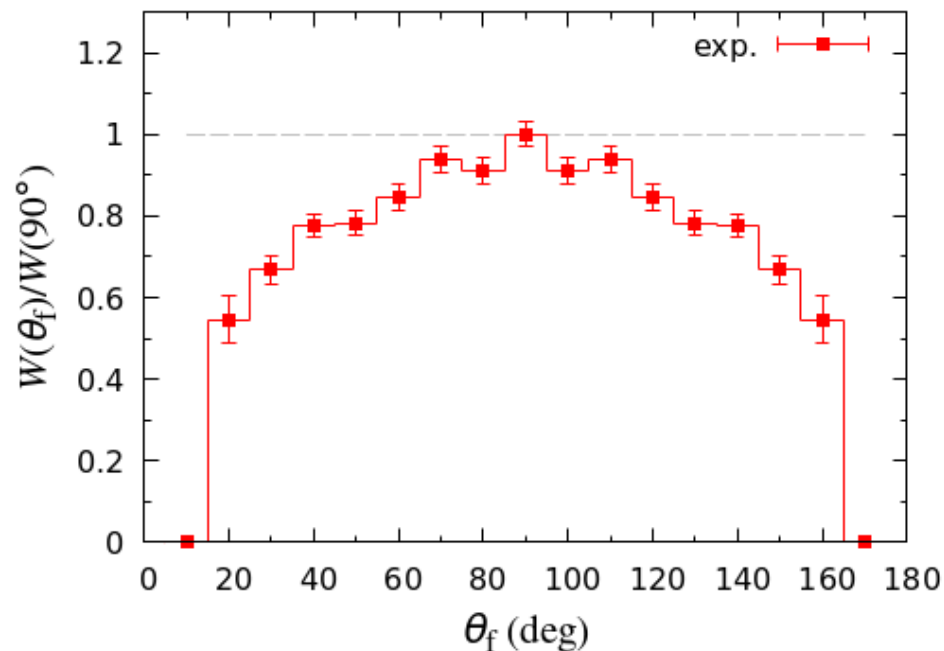




# Analysis result of a fission fragment angular distribution



$^{237}\text{Np} (^{18}\text{O}, ^{17}\text{N}) ^{238}\text{Pu}^* (E^*=15 \text{ MeV})$



原子核が回転していない場合、核分裂片は等方的に飛んでいくため核分裂片角度分布は異方性のない  $W(\theta_f) \approx 1$  となる。

しかし、この結果は  $\theta_f = 90^\circ$  にピークが存在する分布を示している。

⇒ 複合核が強く回転している。

# Transition State Method Calculation

## Fission-fragment angular distribution for a transition state

$$W(\theta) \propto \sum_{I=0}^{\infty} F(I) \sum_{K=-I}^{+I} \left\{ \frac{(2I+1) |d_{-I,K}^I(\theta)|^2 e^{-\frac{K^2}{2K_0^2}}}{\sum_{K=-I}^{+I} e^{-\frac{K^2}{2K_0^2}}} \right\}$$

$$|d_{-I,K}^I(\theta)|^2 = \frac{(2I)!}{(I+K)!(I-K)!} \frac{(\sin\theta)^{2I}}{2^{2I}} \left( \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} \right)^{2K}$$

J.R.Huizenga *et al.*, Phys. Rev. **177** (1969).

$F(I)$  : Gaussian-like shape with the average value  $I_0$  and the standard deviation  $\sigma = \sqrt{I_0}$ .

The variance of  $K$  distribution,

$$K_0^2 = I_{\text{eff}} T / \hbar^2$$

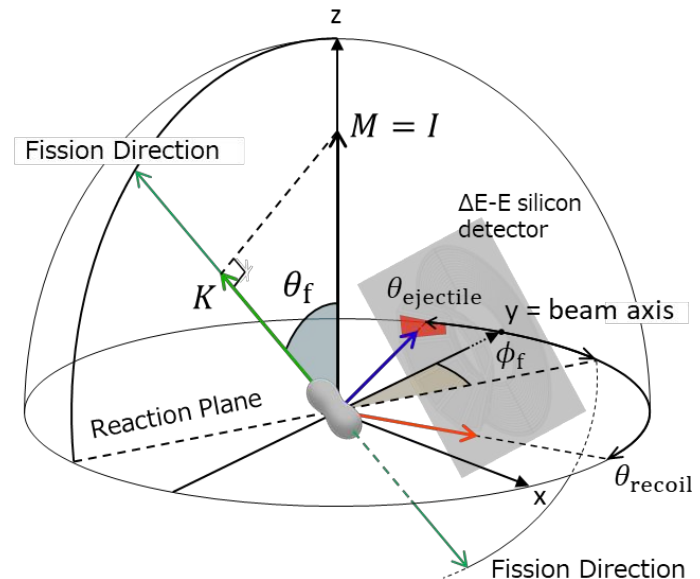
$$E^* = E_{\text{c.m.}} + Q - B_f - E_{\text{rot}} - E_n$$

$$T = \sqrt{E^*/a}, \quad a = A_{\text{cn}}/10$$

$I_{\text{eff}}$ : effective momentum of inertia

$B_f$ : the spin dependent fission barrier

$E_{\text{rot}}$ : ground-state rotational energy

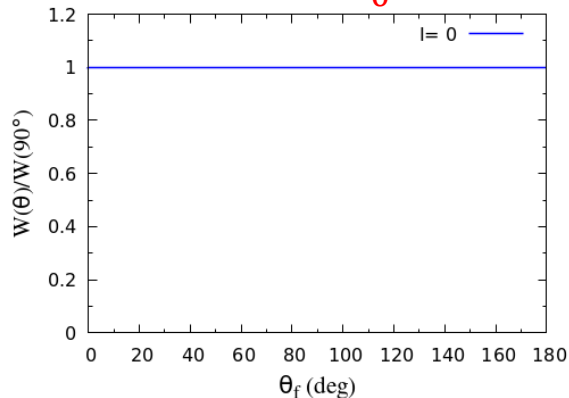


$I_{\text{eff}}$  and  $B_f$  are evaluated using the model [A. J. Sierk, Phys. Rev. C **33**, 2039 (1986)].

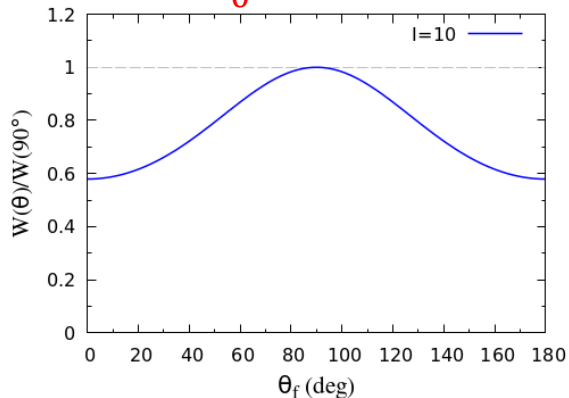
# Evaluation of transferred angular momentum

## ■ 角度分布の理論計算結果

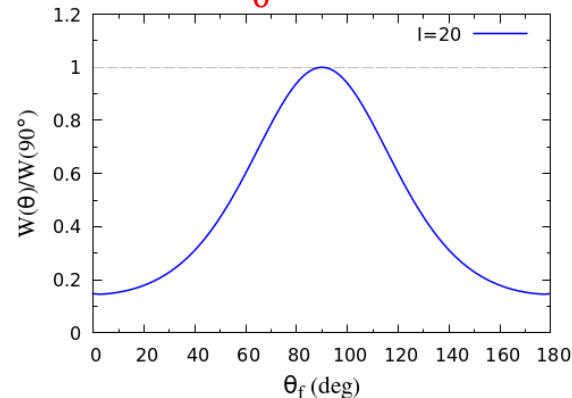
角運動量  $I_0 = 0$



$I_0 = 10$



$I_0 = 20$

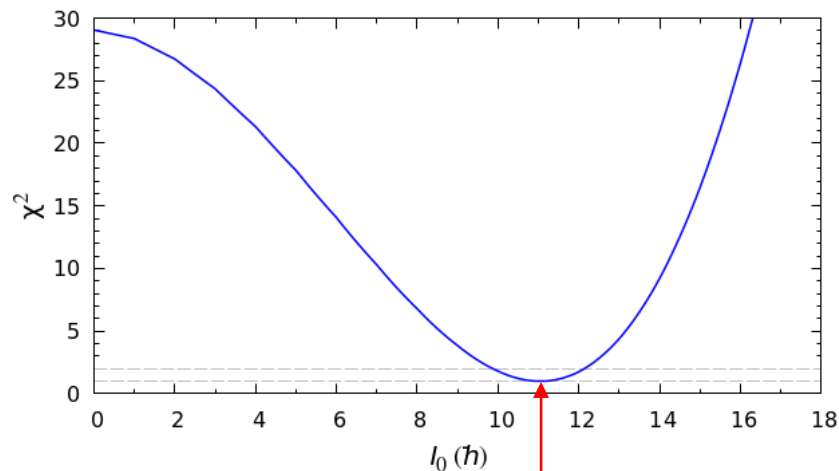


$^{237}\text{Np} (^{18}\text{O}, ^{17}\text{O}) ^{238}\text{Np}^* (E^*=15 \text{ MeV})$

角運動量  $I_0$  を変化させた理論値ごとに  
カイ二乗検定を行い、最適値を求めた。

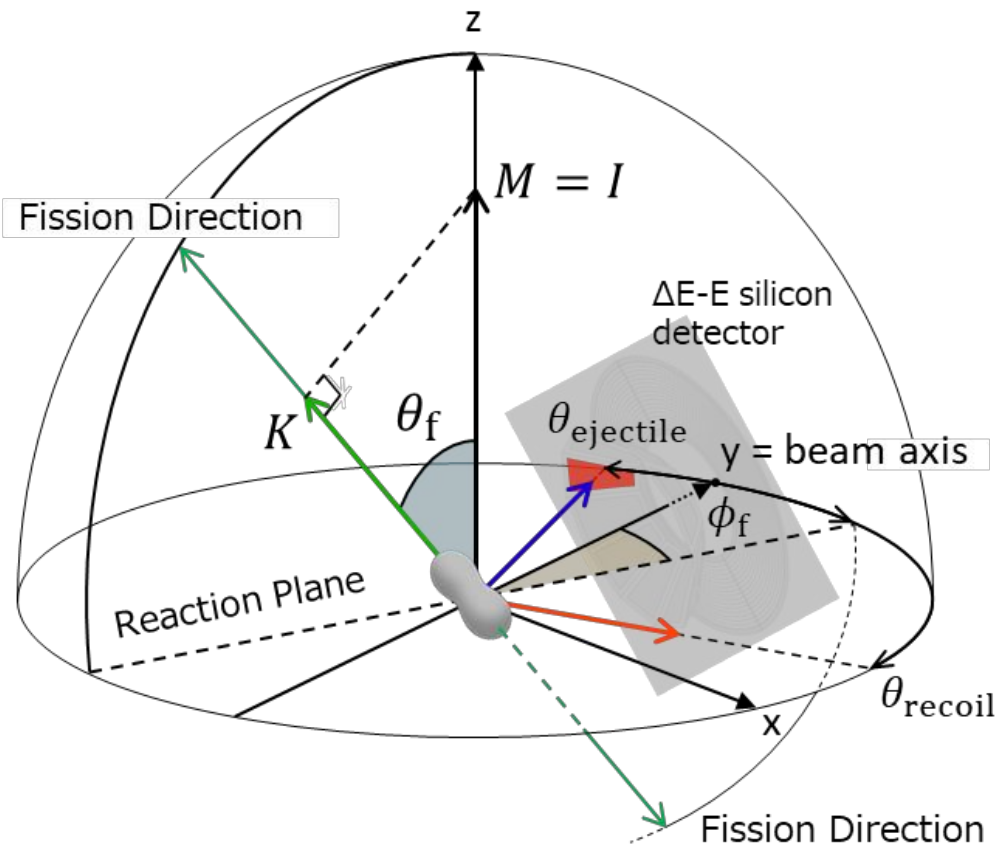
$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \left( \frac{Y_{ex}(i) - Y_{cal}(i)}{\sigma_{ex}(i)} \right)^2$$

$Y_{ex}$  : 実験値、 $\sigma_{ex}$  : 実験誤差  
 $Y_{cal}$  : 理論値

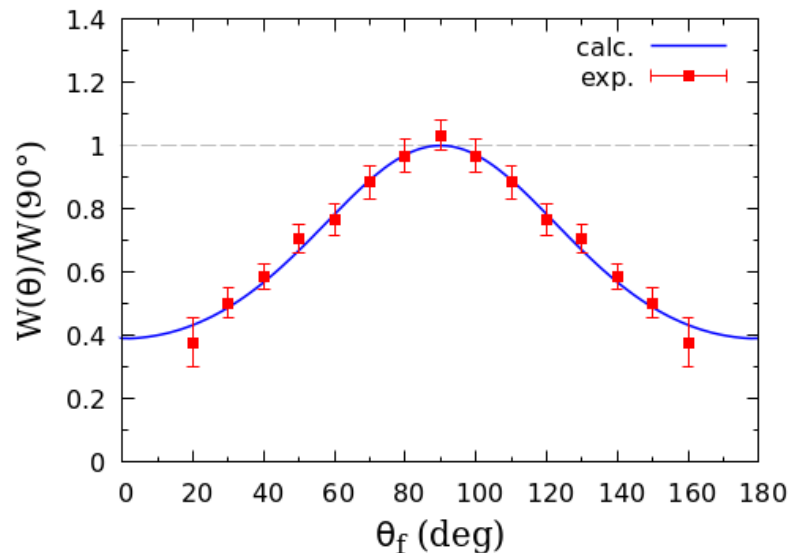


11.0  $\hbar$

# Transferred Angular Momentum



$^{237}\text{Np}$  ( $^{18}\text{O}$ ,  $^{16}\text{O}$ )  $^{239}\text{Np}^*$  ( $E^*=15$  MeV)



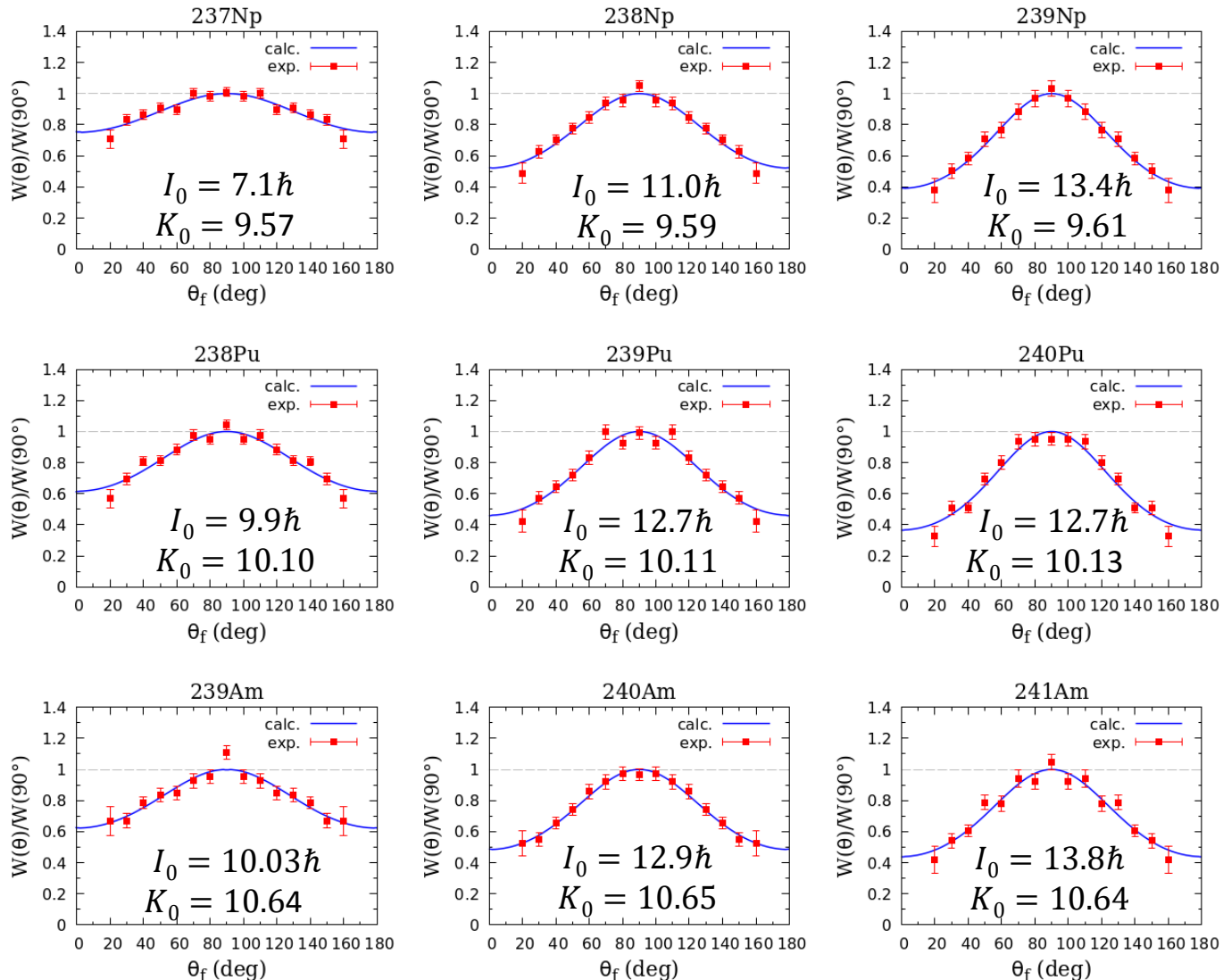
$$I_0 = 13.4\hbar$$

$$W(\theta) \propto \sum_{I=0}^{\infty} F(I) \sum_{K=-I}^{+I} \left\{ \frac{(2I+1) |d_{-I,K}^I(\theta)|^2 e^{-\frac{K^2}{2K_0^2}}}{\sum_{K=-I}^{+I} e^{-\frac{K^2}{2K_0^2}}} \right\}, F(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi I_0}} \exp\left(-\frac{(x - I_0)^2}{2I_0}\right)$$

The results of the fit with this equation by changing the angular momentum distribution are shown by blue solid curve. The results represent the data reasonably well.

# Summary of analysis results

$^{18}\text{O}+^{237}\text{Np}$  ( $E_{\text{beam}}=162\text{ MeV}$ ) /  $E^*=10\text{-}20\text{ MeV}$

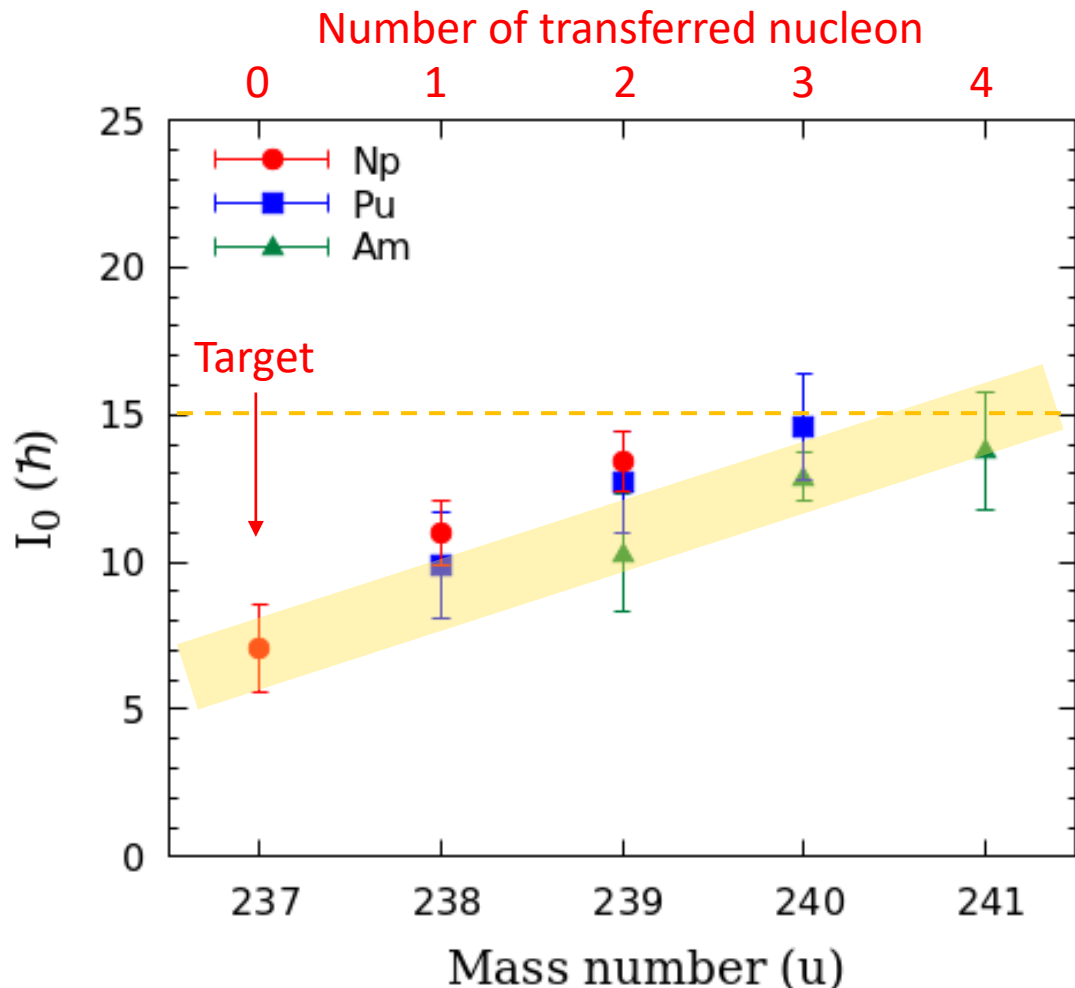


It is implied that angular momentum of the compound nucleus increases linearly with the number of transferred nucleons from the projectile to the target nucleus.

# Summary of analysis results

Average angular momenta obtained from the fission-fragment angular distribution are shown.

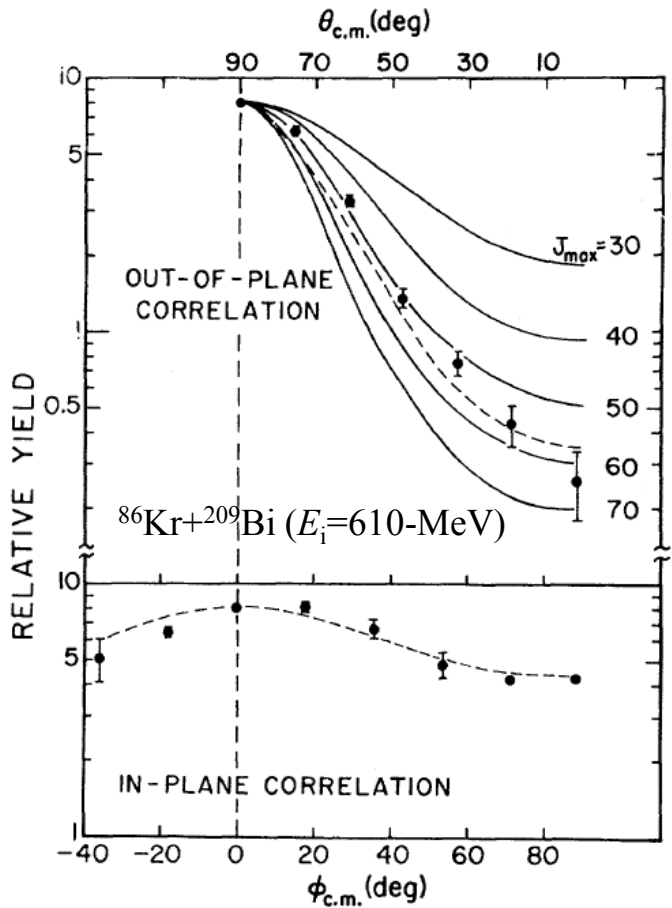
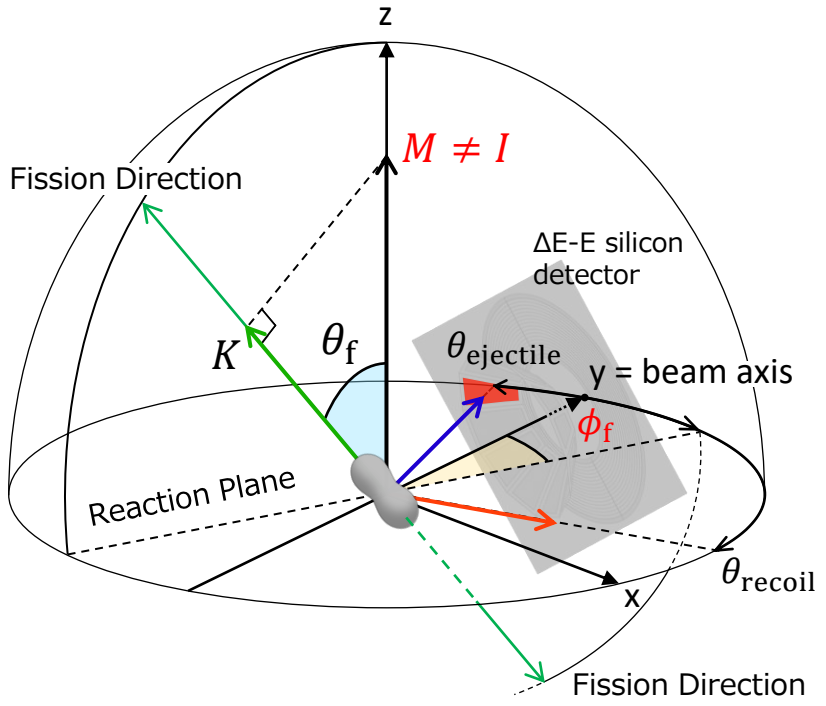
$^{18}\text{O}+^{237}\text{Np}$  ( $E_{\text{beam}}=162$  MeV) /  $E^*=10-20$  MeV



The average angular momentum increases with the number of transferred nucleons, but it tends to saturate at  $15\hbar$ .

# In-plane Fragment Angular Distribution : $W(\phi_f)$

In general, anisotropy also occurs on in-plane.



P. Dyer et al., Phys. Rev. Lett. **39**, 392 (1977).

This indicates that rotational axis is not fully polarized to the z-axis.  
 In this case, the angular momentum can have a larger value than this work.

# 他の研究に関する紹介

## ■ マルチチャンス核分裂

Role of Multichance Fission in the Description of Fission-Fragment Mass Distributions at High Energies

K. Hirose, K. Nishio, S. Tanaka et al., Phys. Rev. Lett. **119**, 222501 (2017).

Effects of multichance fission on isotope dependence of fission fragment mass distributions at high energies

S. Tanaka, Y. Aritomo, Y. Miyamoto et al., Phys. Rev. C **100**, 064605 (2019).

## ■ 核分裂片の異方性

Angular momentum transfer in multinucleon transfer channels of  $^{18}\text{O}+^{237}\text{Np}$

S. Tanaka, K. Hirose, K. Nishio et al., Phys. Rev. C **105**, L021602 (2022).

## ■ 中性子過剰核の核分裂

Origin of the dramatic change of fission mode in fermium isotopes investigated using Langevin equations

Y. Miyamoto, Y. Aritomo, S. Tanaka, K. Hirose, and K. Nishio, Phys. Rev. C **99**, 051601(R) (2019).

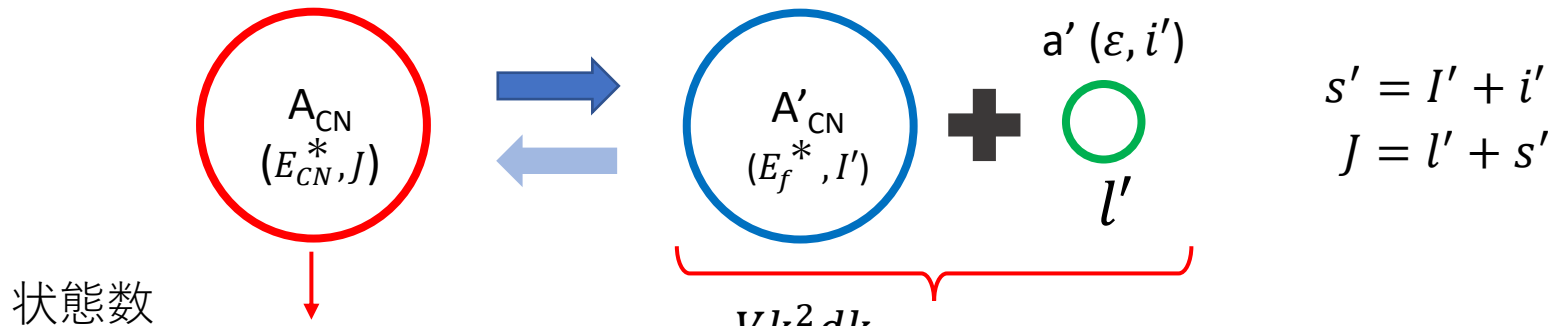


# 統計模型コードの概要

統計模型コードを開発

Kindai Univ. Statistical model code: **KiSTAT**

詳細平衡理論(reciprocity theorem)に基づく分裂幅  $\Gamma$



状態数

$$g_{CN} \equiv (2J + 1)\rho(E_{CN}^*, J)$$

$$g_f = \frac{V k^2 dk}{2\pi^2} (2i' + 1)(2I' + 1)\rho_{A'}(E_f^*, I')$$

$$g_{CN} \cdot W_{a'}(E_{CN}^*, J \rightarrow E_f^*, I', i') dE_{f'} = g_f \cdot \sigma_{inv}^J(I', s') \frac{\hbar k}{\mu V}$$

$$\frac{\Gamma_{a'}}{\hbar} = \int W_{a'}(E_{CN}^*, J \rightarrow E_f^*, I', i') dE_{f'}$$

$$\Gamma_n^J = \frac{1}{2\pi\rho(E_{CN}^*, J)} \int_0^{E_f} \sum_{l'} \sum_{s'} T_l(\varepsilon) \rho(E_f - \varepsilon, I') d\varepsilon \quad E_f = E_{CN}^* - B_n$$

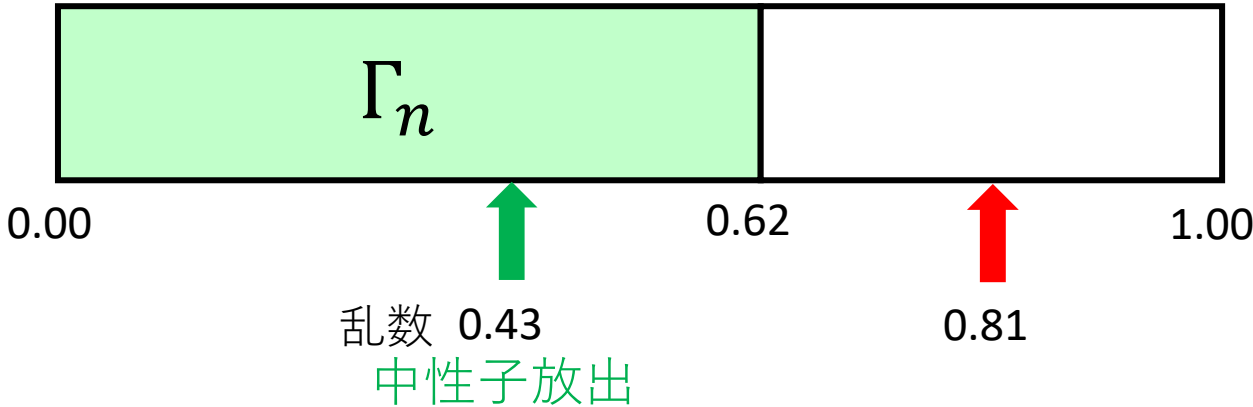
Level density parameter:  $a = a_0 \left\{ 1 + \frac{E_{shell}}{E^*} (1 - e^{-rE^*}) \right\}, r = r_0 A^{-1/3}$

$$\Gamma_f^J = \exp \left[ \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\sqrt{(U^* - B_f)/a}} \left( \frac{1}{I^{sph}} - \frac{1}{I^{sad}} \right) \right] \frac{1}{2\pi\rho(E_{CN}^*, J)} \int_0^{E_f} \rho(E_f - K, I') dK$$

References: M. LEFORT : Heavy-Ion Compound-Nucleus Reactions.

K-H. Schmidt and W. Morawek Rep. Prog. Phys. 54 (1991) 949-1003 etc.

# 中性子放出効果を導入したランジュバン計算

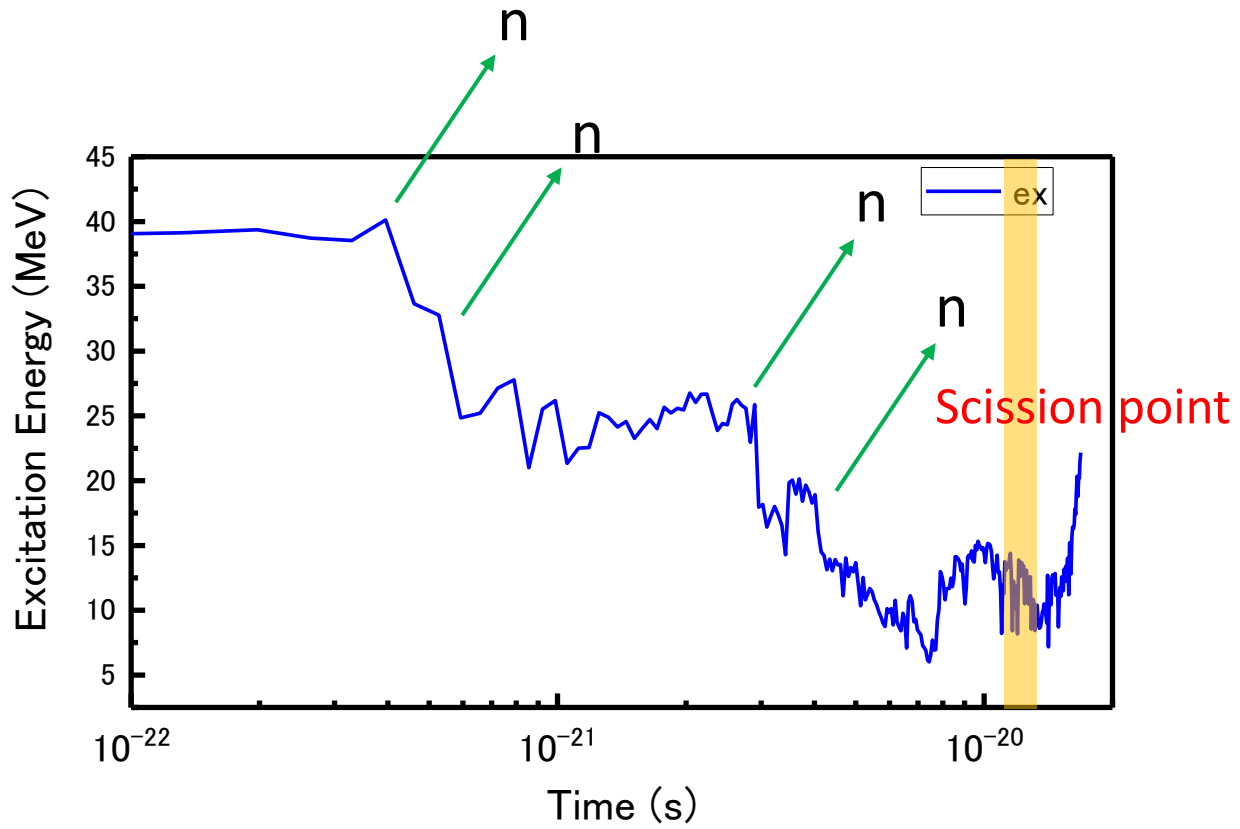


$$\frac{\Gamma_n}{\hbar} \times \text{Time step} [\hbar]$$

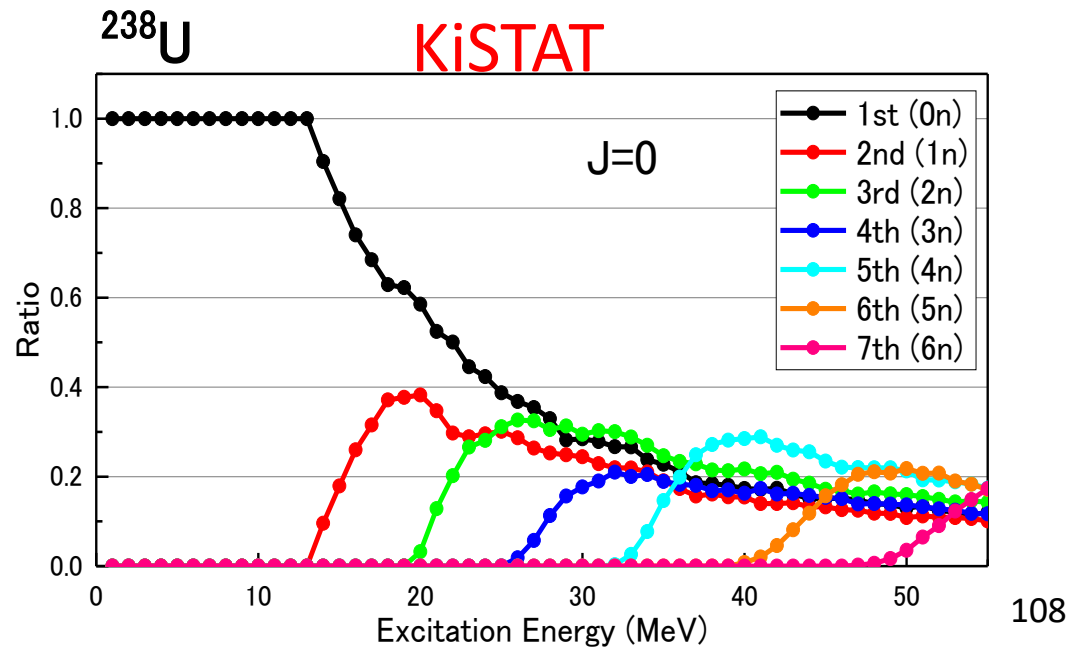
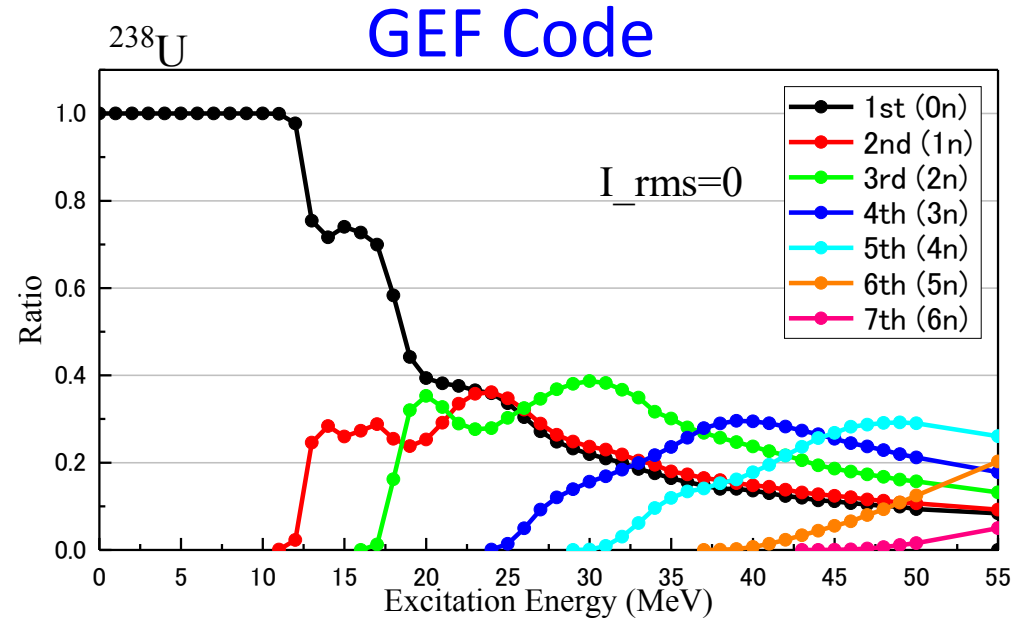
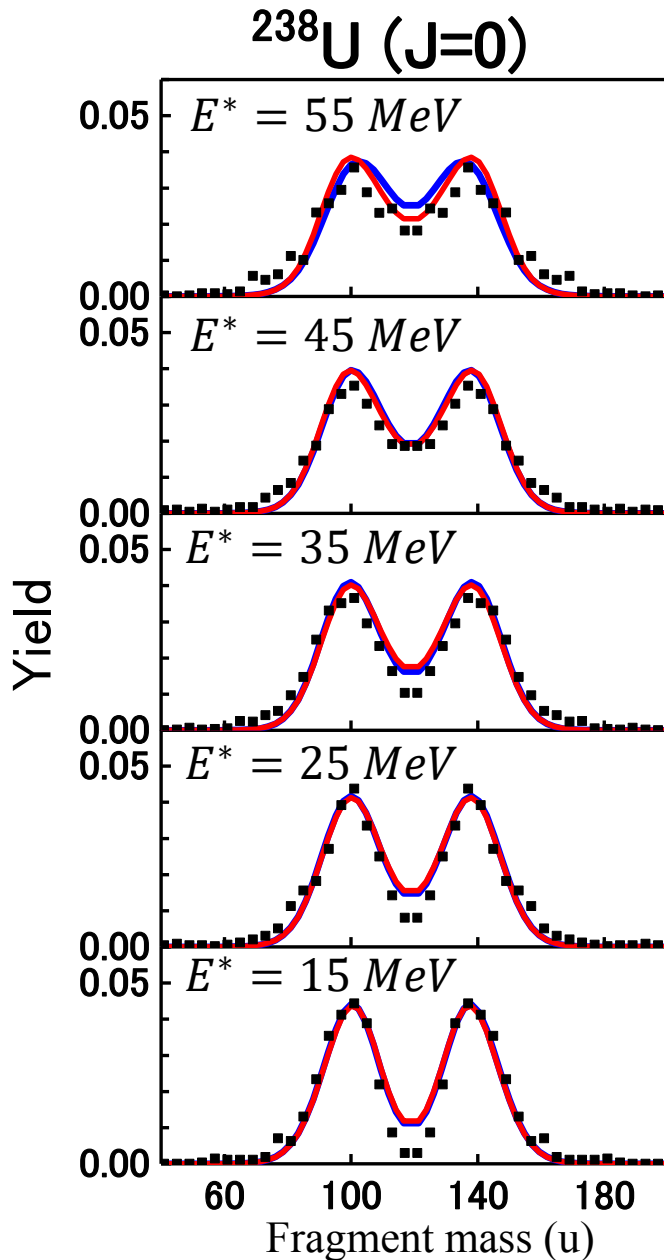
$\Gamma_n$  [MeV]: 崩壊幅  
 $\hbar$  [MeV · s]

軌道計算の一例

$^{238}\text{U}$   
 $E^* = 45 \text{ MeV}$

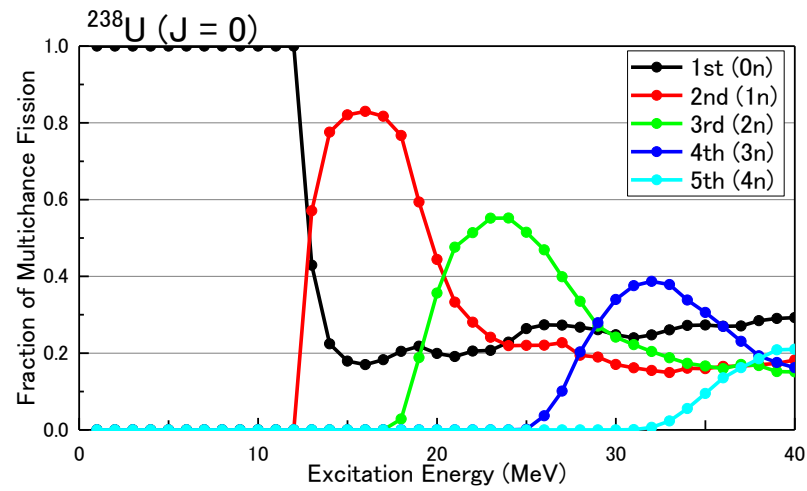


# 計算結果の比較

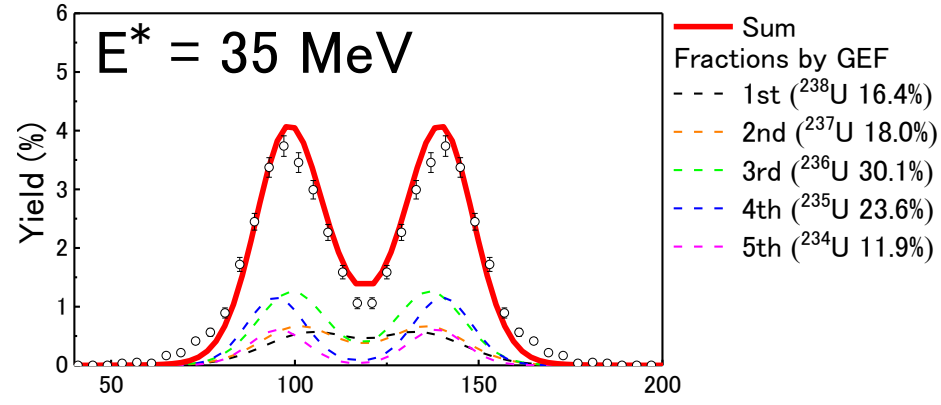
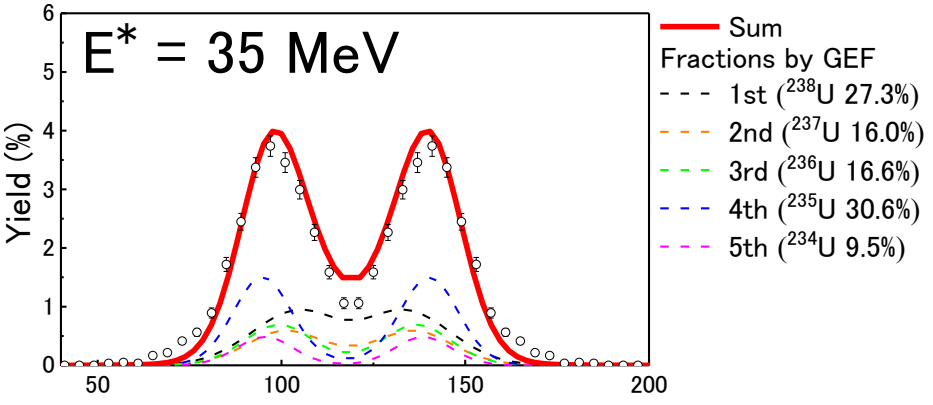
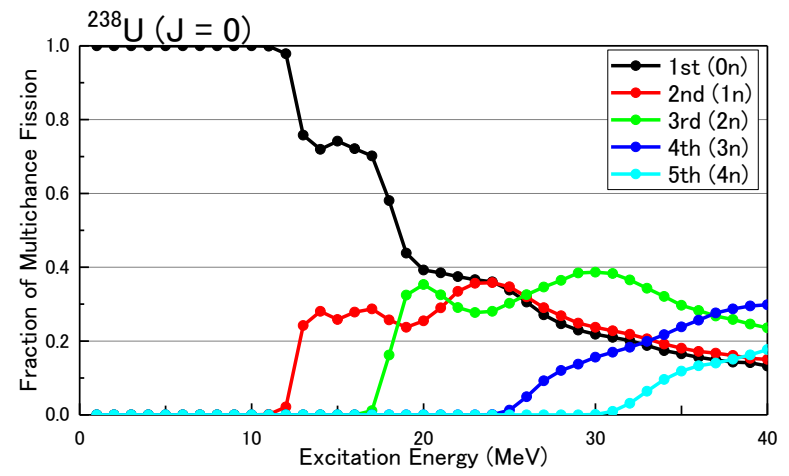


# GEFコードとの比較

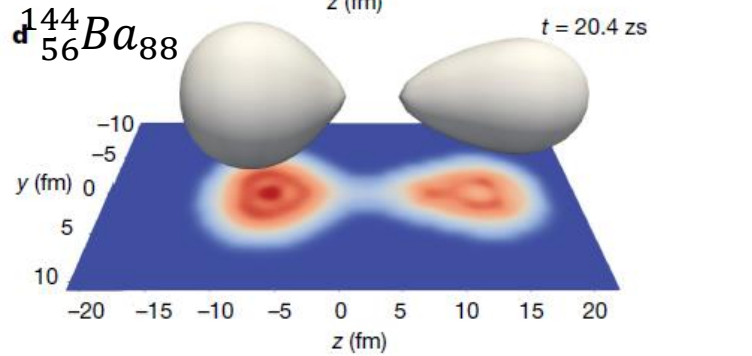
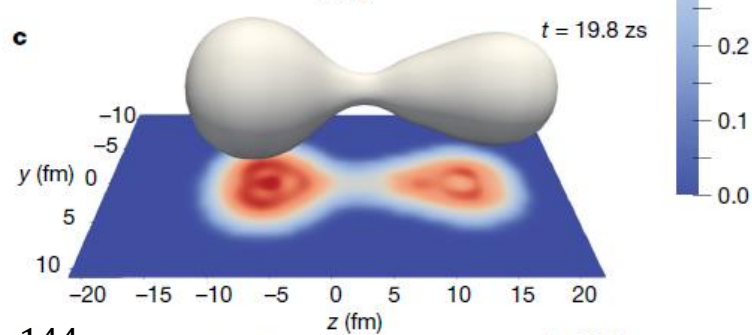
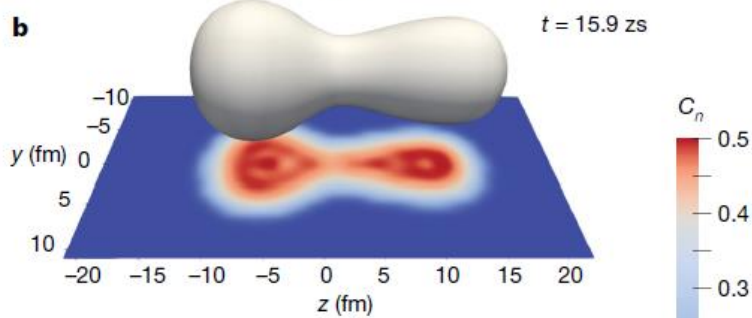
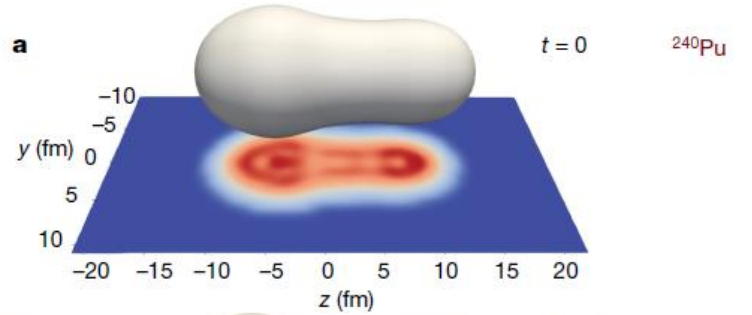
## KiSTAT



## GEF Model Code



# 殻構造の影響 → 質量非対称分裂



## LETTER

<https://doi.org/10.1038/s41586-018-0780-0>

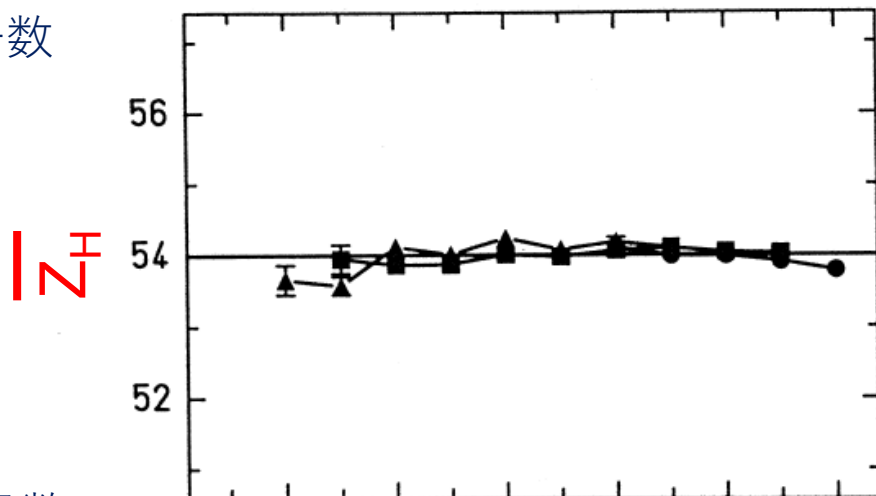
### Impact of pear-shaped fission fragments on mass-asymmetric fission in actinides

Guillaume Scamps<sup>1\*</sup> & Cédric Simenel<sup>2,3</sup>

CHF+BCS and TDBCS

Guillaume Scamps, Cedric Simenel,  
Nature 564, 382 (2018).

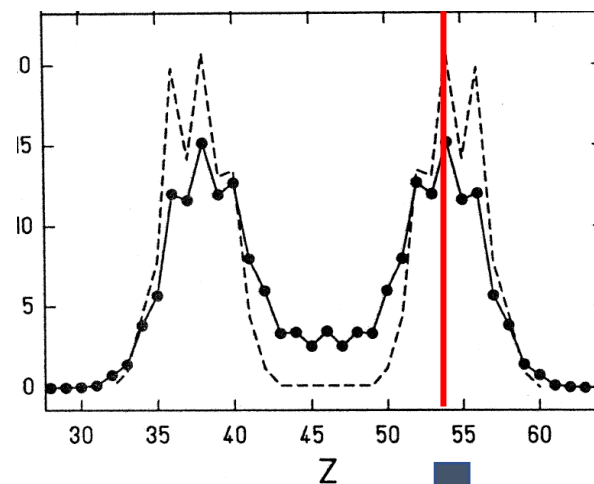
陽子数



GSIのデータ。Th, Pa, U,  
の非対称核分裂成分は、  
常に 平均値  $\bar{Z}_H = 54$  を持つ。

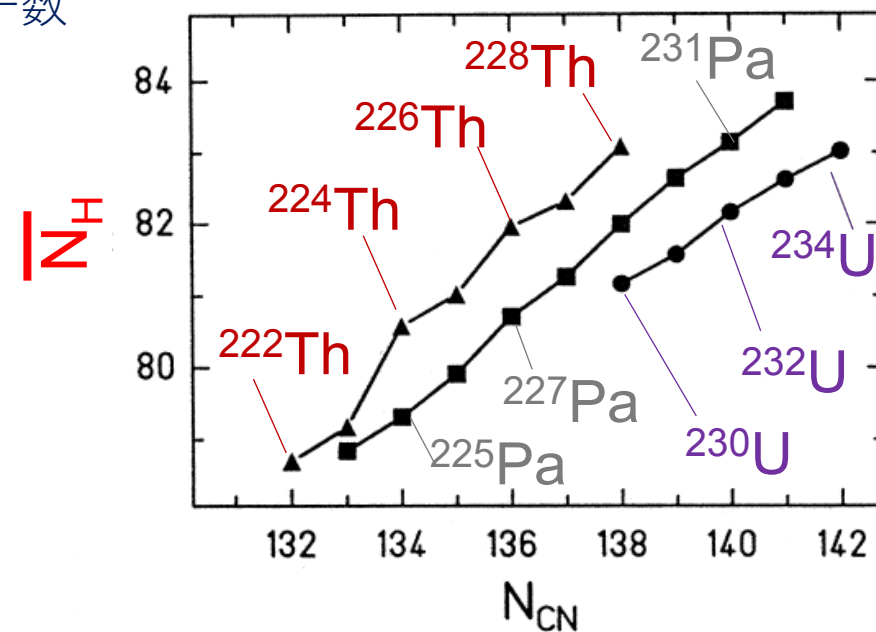
▲ Th  
■ Pa  
● U

$\bar{Z}_H$



$\bar{N}_H$

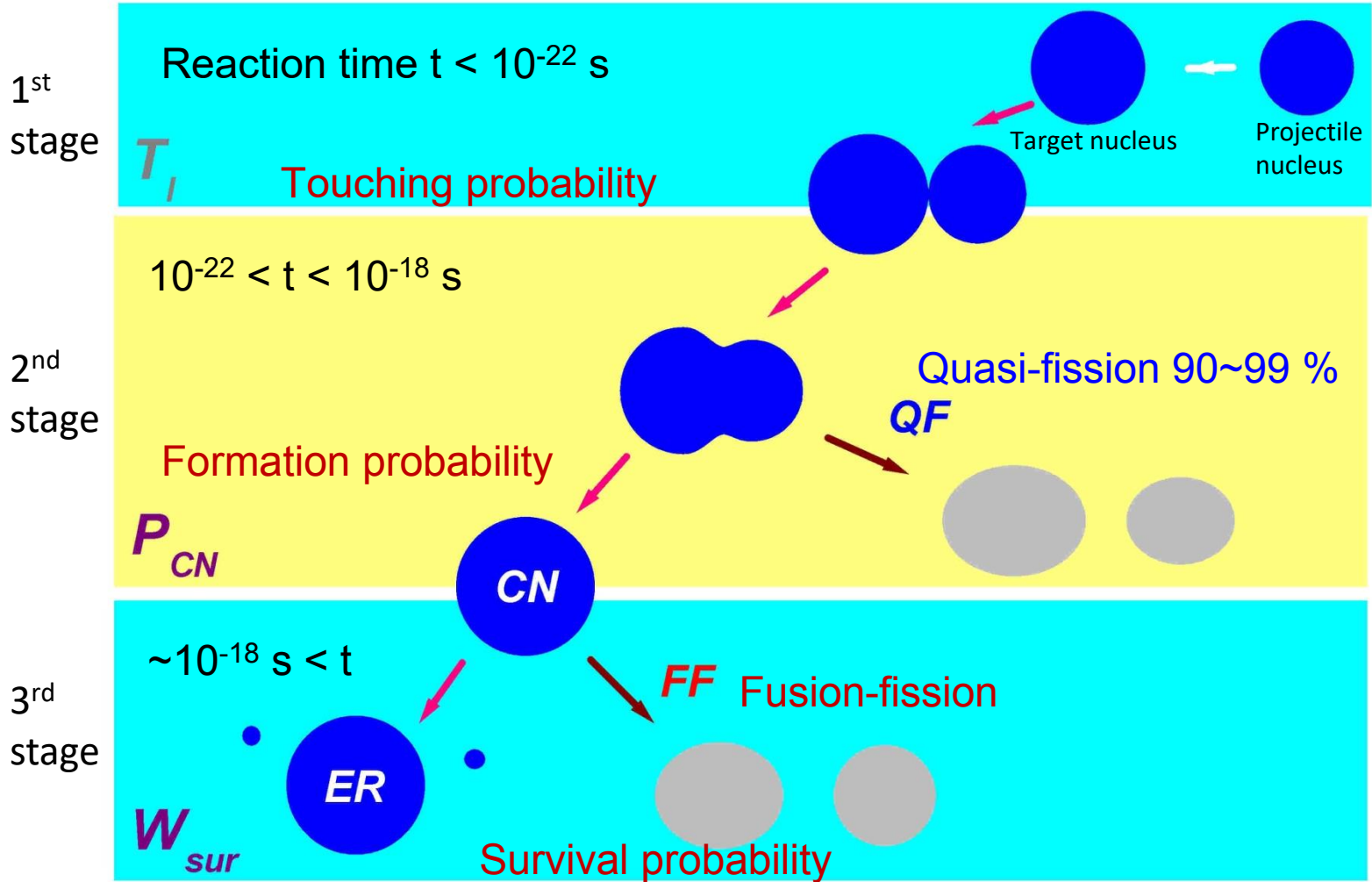
中性子数

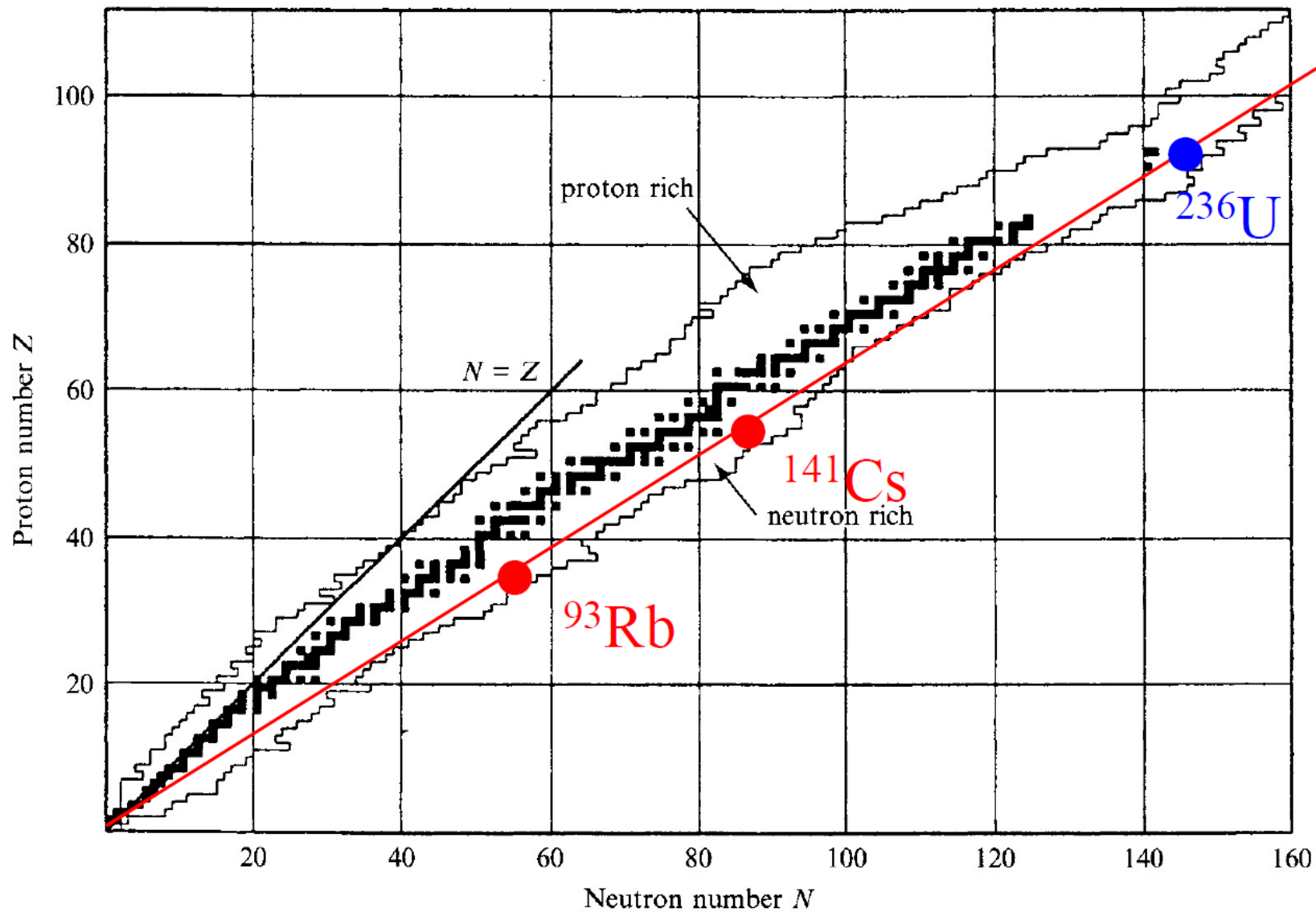


▲ Th  
■ Pa  
● U

$N_{CN}$

# 超重元素合成







# 核分裂により発生するエネルギー

分裂片の運動エネルギー	$165 \pm 5 \text{MeV}$
即発中性子の運動エネルギー (2-3 本)	$5 \pm 0.5 \text{MeV}$
即発 $\gamma$ 線エネルギー (約 5 本)	$6 \pm 0.5 \text{MeV}$
分裂片からの $\beta$ 線エネルギー (約 7 本)	$8 \pm 1.5 \text{MeV}$
分裂片からの $\gamma$ 線エネルギー (約 7 本)	$6 \pm 1 \text{MeV}$
分裂片からのニュートリーノのエネルギー (約 7 本)	$12 \pm 2.5 \text{MeV}$
核分裂の全エネルギー	$202 \pm 6 \text{MeV}$