

トランケイテッド・オーバーラップフェルミオン の極限評価

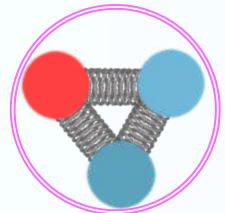
若山 将征
(千葉工業大学 教育センター)

参考論文: Y. Murakami, M. Sekiguchi, H. Wada and MW,
“Properties of the five dimensions for the truncated overlap fermions,”
J. Phys. Commun. 5 (2021) 085009.

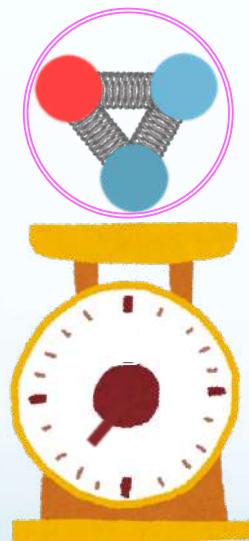
第52回 核物理 × 物性セミナー @ 千葉工業大学 (2021.10.23)

核子の質量の起源

核子(陽子、中性子)は基本的には3つのクオークからなる:



核子の質量
= 約939MeV($\sim 10^{-27}$ kg)



3つのクオークの質量
= 約10MeV



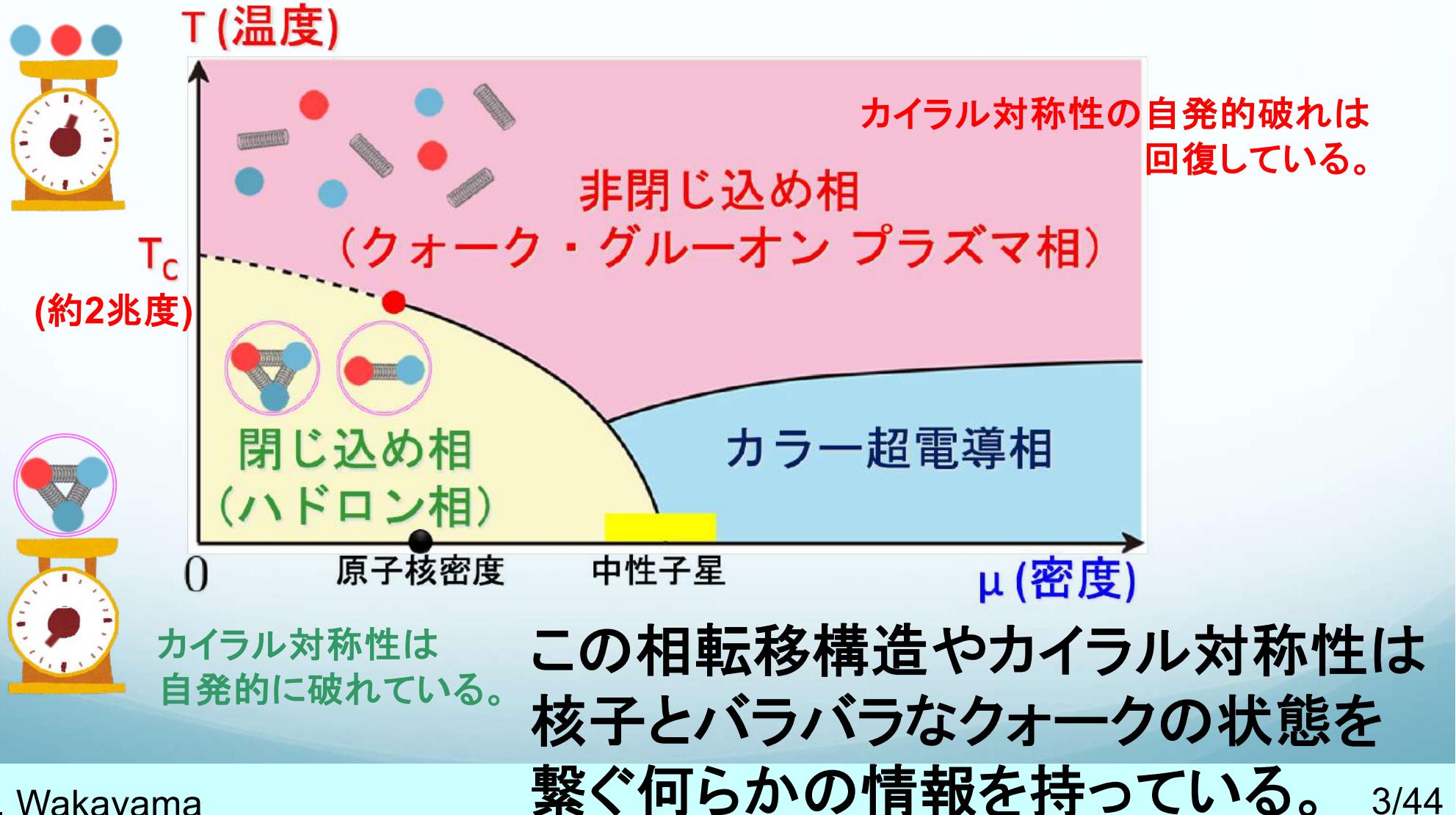
残り99%は
どこから来るのか？



クオークの相互作用を記述する量子色力学(QCD)
による理解が必要。

QCD相図の予想図

QCDの重要な性質: クオークの閉じ込め、カイラル対称性

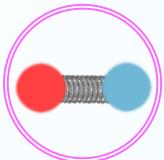


カイラル対称性の自発的破れ



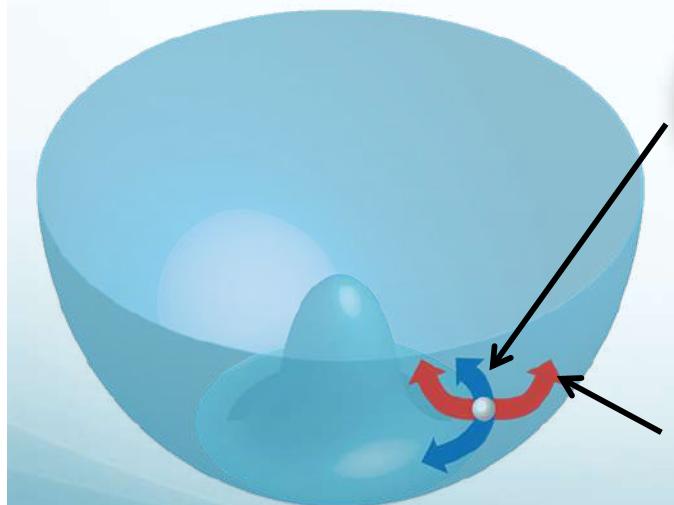
カイラル対称性が自発的に破れることで、
核子などの粒子が大きな質量を得ることを提唱。

南部陽一郎(2008年ノーベル賞受賞)



中間子: 基本的にはクオークと
反クオークからなる粒子

カイラル対称性の自発的破れの概念図



π 中間子: 最も軽い中間子

湯川秀樹(1949年ノーベル賞受賞)



スカラーラー粒子:
 π 中間子と対を成して現れ、**QCDヒッグス粒子**
とも呼ばれる。実験で見つかっているどの粒子
に対応するのかまだわかっていない！

格子QCDによる大規模数値計算

格子QCD: QCDに基づく第一原理計算

大きな目標

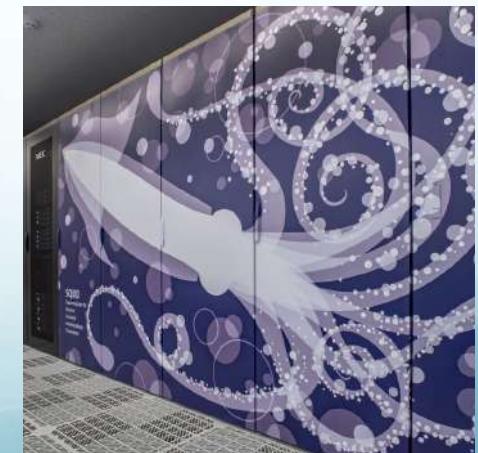
格子QCDを用いて、物質の質量生成機構と深い関わりがある**QCDヒッグス粒子**の探索を行う。

今日の目標

探索に必要な道具(トランケイテッド・オーバーラップ
フェルミオン作用)の極限での振る舞いを
理解する。

大阪大学サイバーメディアセンター

- ・ SX-ACE (2021年2月末まで)
- ・ SQUID (SX-Aurora TSUBASA: ベクトル型計算機)



Contents

1. Introduction: 質量の起源
2. 格子QCDにおけるフェルミオン作用
 - 単純なフェルミオン作用
 - Wilsonフェルミオン作用
 - トランケイテッド・オーバーラップフェルミオン(TOF)作用
3. TOF作用の極限評価
4. まとめと将来の展望

格子QCD

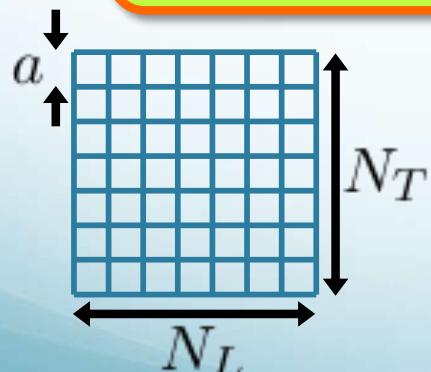
QCD: 低エネルギー領域(ハドロン相)において、強結合の理論



摂動計算ができない

有効模型: QCDの性質を上手く取り出した解析
QCDを直接、解いてはいない

格子QCD: 第一原理から直接、数値的に非摂動計算できる
(ほぼ)唯一の方法



QCDを格子間隔 a の離散時空点上で定義
 \Rightarrow カットオフに対応($-\pi/a < p_\mu < \pi/a$)

格子サイズ: $N_L^3 \times N_T$
 $N_L^3 \times N_T \rightarrow \infty, a \rightarrow 0$ で、連続理論のQCDと一致

フェルミオン作用の格子化

連續理論でのフェルミオン作用

$$S_F = \int_{-\infty}^{\infty} d^4x \bar{\psi}(x)(\gamma_\mu D_\mu + m)\psi(x)$$



格子化

フェルミオン場: $\psi(x)$

クオークの質量: m

共変微分: $D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu$

格子上での単純なフェルミオン作用

$$S_F^0 = a^4 \sum_x \bar{\psi}(x) \left[\sum_\mu \frac{1}{2} \gamma_\mu (\nabla_\mu + \nabla_\mu^*) + m \right] \psi(x)$$

$$\text{前方共変差分: } \nabla_\mu \psi(x) = \frac{U_\mu(x)\psi(x+a\hat{\mu}) - \psi(x)}{a}$$

$$\text{後方共変差分: } \nabla_\mu^* \psi(x) = \frac{\psi(x) - U_\mu^{-1}(x-a\hat{\mu})\psi(x-a\hat{\mu})}{a}$$

$U_\mu(x)$: リンク変数(ゲージ場)

ダブリング問題

格子上での単純なフェルミオン作用

$$S_F^0 = a^4 \sum_x \bar{\psi}(x) \left[\sum_{\mu} \frac{1}{2} \gamma_{\mu} (\nabla_{\mu} + \nabla_{\mu}^*) + m \right] \psi(x)$$

Nielsen-二宮の定理

Nielsen & Ninomiya,
Nucl. Phys. B 185, 20 (1981).

格子フェルミオン作用に以下の5つの仮定を課すと、
非物理的な余計なフェルミオン粒子(ダブラー)が現れてしまう。
(ダブルング問題)

- 1. 平行移動不变性
- 2. カイラル対称性
- 3. フェルミオン場の双一次形式
- 4. エルミート性
- 5. 局所性

}

$$S = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \bar{\psi}(-p) \gamma_{\mu} F_{\mu}(p) \tilde{\psi}(p)$$



$F_{\mu}(p)$: 実関数

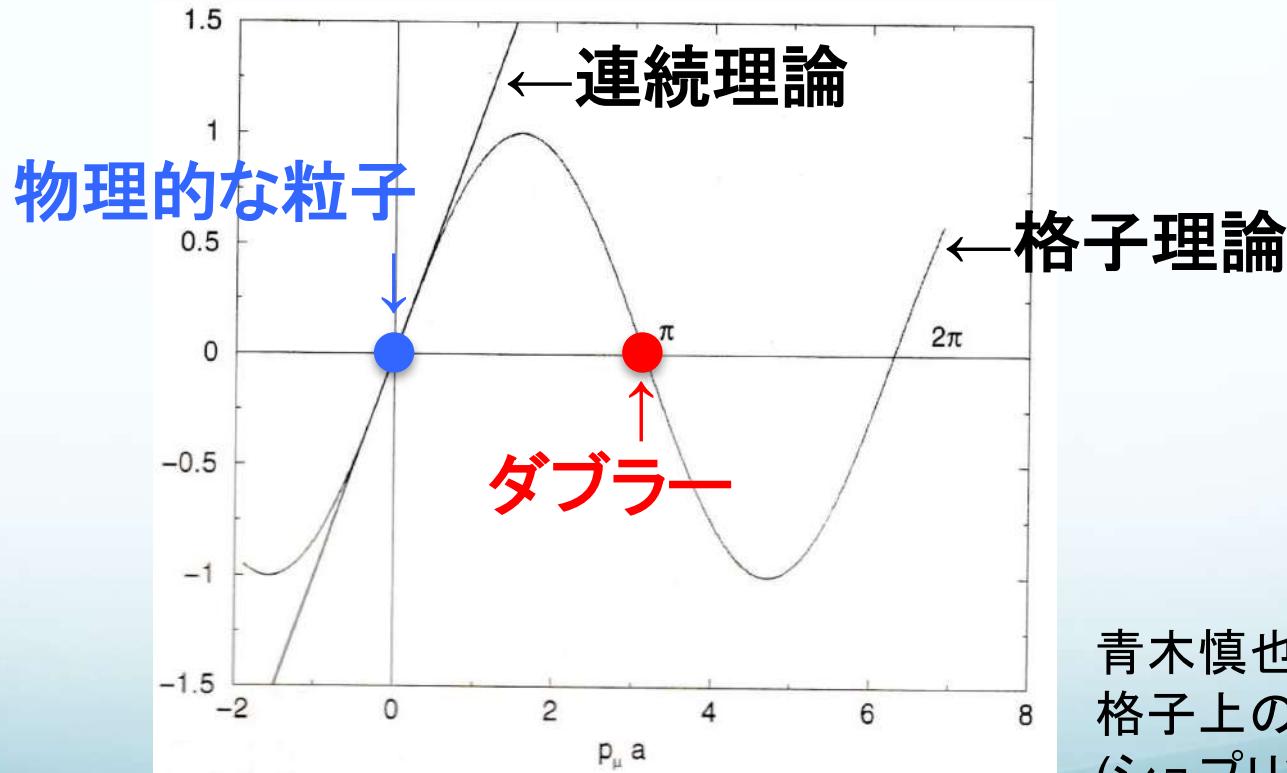
$F_{\mu}(p)$: 連続関数

ダブリング問題の直感的な理解

$F_\mu(p)$ のゼロ点が粒子の極に対応

連続理論: $F_\mu(p) = p_\mu a$

格子理論: $F_\mu(p) = \sin(p_\mu a)$ (格子の周期性と連続性より)



青木慎也,
格子上の場の理論
(シュプリンガー)

ダブリング問題の回避方法

格子上での単純なフェルミオン作用

$$S_F^0 = a^4 \sum_x \bar{\psi}(x) \left[\sum_{\mu} \frac{1}{2} \gamma_{\mu} (\nabla_{\mu} + \nabla_{\mu}^*) + m \right] \psi(x)$$

Nielsen-二宮の定理

Nielsen & Ninomiya,
Nucl. Phys. B 185, 20 (1981).

格子フェルミオン作用に以下の5つの仮定を課すと、
非物理的な余計なフェルミオン粒子(ダブラー)が現れてしまう。
(ダブリング問題)

1. 平行移動不变性
2. カイラル対称性 ←これを格子フェルミオン作用を作る条件
から外す
3. フェルミオン場の双一次形式
4. エルミート性
5. 局所性

※ Nielsen-二宮の定理は
ダブラーが現れるための
必要条件

Wilsonフェルミオン作用

Wilsonフェルミオン作用

K. G. Wilson, MIT Press, Cambridge (1975).

$$S_F = \int_{-\infty}^{\infty} d^4x \bar{\psi}(x)(\gamma_\mu D_\mu + m)\psi(x) - \frac{ar}{2} \int d^4x \bar{\psi}(x)D^2\psi(x)$$

Wilson項を追加

$$D^2 = \sum_{\mu=1}^4 D_\mu D_\mu$$

Wilson項は連続極限
 $a \rightarrow 0$ で消える。

カイラル変換

$$\begin{cases} \psi(x) & \rightarrow e^{i\theta\gamma_5} \psi(x) \\ \bar{\psi}(x) & \rightarrow \bar{\psi}(x) e^{i\theta\gamma_5} \end{cases}$$

の下で、Wilson項は可変：

$$\begin{aligned} \bar{\psi}(x)D^2\psi(x) &\rightarrow \bar{\psi}(x) e^{i\theta\gamma_5} D^2 e^{i\theta\gamma_5} \psi(x) \\ &= \bar{\psi}(x) e^{2i\theta\gamma_5} D^2 \psi(x). \end{aligned}$$

※ Nielsen-二宮の定理は
ダブラーが現れるための
必要条件

Wilson項はカイラル対称性を陽に破る！

WF作用による探索の問題点

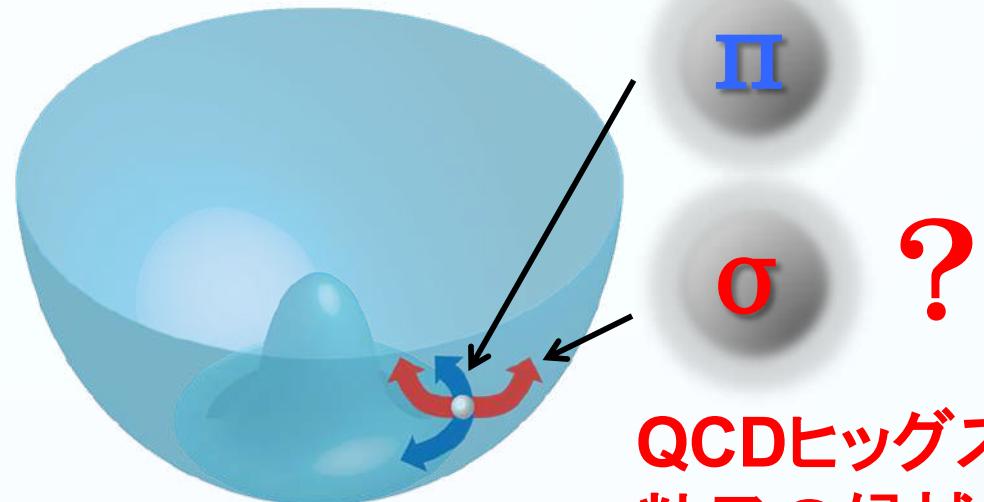
WF: Wilson Fermion

カイラル対称性の自発的破れの概念図

σ 中間子はカイラル対称性
と深い関わりがある粒子



これまでの σ 中間子に関する研究は
カイラル対称性を陽に破った格子作用(ウィルソン・フェルミオン作用)
を用いた格子QCD計算



TOF作用

- カイラル対称性を尊重した格子作用
- ✗ 計算量がWF作用の数百倍！

TOF:

Truncated Overlap Fermion

カイラル対称性

カイラル対称性: カイラル変換の下で、作用 $S_F = \bar{\psi} D\psi$ が不变

$$\begin{cases} \psi(x) & \rightarrow e^{i\theta\gamma_5} \psi(x) \\ \bar{\psi}(x) & \rightarrow \bar{\psi}(x) e^{i\theta\gamma_5} \end{cases}$$

カイラル対称性を持つ作用のフェルミオン行列 D の関係式:

$$\gamma_5 D + D\gamma_5 = 0$$

格子QCDでは、ダブリング問題を避けるために、
カイラル対称性を陽に破ったWF作用が多く使われている。

Ginsparg & Wilson (1982)

カイラル対称性を格子上に拡張した**格子カイラル対称性**を
作用が持っていても、ダブリング問題には抵触しないのでは？？

格子カイラル対称性

格子カイラル対称性: 格子カイラル変換の下で、作用 $S_F = \bar{\psi} D\psi$

$$\begin{cases} \psi(x) & \rightarrow e^{i\theta\gamma_5(1-\frac{Ra}{2}D)} \psi(x) \\ \bar{\psi}(x) & \rightarrow \bar{\psi}(x) e^{i\theta(1-\frac{Ra}{2}D)\gamma_5} \end{cases} \quad \text{が不变}$$

連續極限でカイラル対称性になる。

$$\begin{aligned} \delta S &= \bar{\psi} \left(1 - \frac{Ra}{2} D \right) \gamma_5 D \psi + \bar{\psi} D \gamma_5 \left(1 - \frac{Ra}{2} D \right) \psi \\ &= \bar{\psi} [\gamma_5 D + D \gamma_5 - Ra D \gamma_5 D] \psi \end{aligned}$$

格子カイラル対称性を持つ作用のフェルミオン行列 D の関係式:

$$\gamma_5 D + D \gamma_5 = Ra D \gamma_5 D \quad \text{Ginsparg-Wilson(GW)関係式}$$

P.H. Ginsparg & K.G. Wilson,
Phys. Rev. D25 (1982)

TOF作用はGW関係式を(ある条件下で)満たす!

TOF作用

$$D_{TOF} = \epsilon_s P_{st} (D_{PV}^{-1})_{tu} (D_{DWF})_{uv} P_{vw} \epsilon_w$$

A. Boriçi, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 83, 771 (2000).

※ 添字は空間の5次元方向の格子点を表す

$$D_{DWF} = \begin{pmatrix} D_{WF} + 1 & -P_L & 0 & \cdots & 0 & m_f P_R \\ -P_R & D_{WF} + 1 & -P_L & \ddots & \vdots & 0 \\ 0 & -P_R & D_{WF} + 1 & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & -P_L & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & -P_R & D_{WF} + 1 & -P_L \\ m_f P_L & 0 & \cdots & 0 & -P_R & D_{WF} + 1 \end{pmatrix}$$

↑
5次元方向

Wilsonフェルミオン:

$$D_{WF}(x, y) = (4 - M_5) \delta_{x,y} - \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^4 \left[(1 - \gamma_\mu) U_\mu(x) \delta_{y,x+\hat{\mu}} + (1 + \gamma_\mu) U_\mu^\dagger(y) \delta_{y,x-\hat{\mu}} \right]$$

4次元時空間
への射影

$$\left[\begin{array}{l} D_{PV}(x, y) = D_{DWF}(m_f = 1)(x, y) , \\ P_{st} = P_L \delta_{s,t} + P_R \delta_{s+1,t} + P_R \delta_{s,N_5} \delta_{t,1} , \quad \epsilon_s = \delta_{1,s} \end{array} \right]$$

TOF作用とGW関係式

$$D_{TOF} = \epsilon_s P_{st} (D_{PV}^{-1})_{tu} (D_{DWF})_{uv} P_{vw} \epsilon_w$$

A. Boriçi, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 83, 771 (2000).

$$D_{TOF} = \frac{1 + m_f a}{2} + \frac{1 - m_f a}{2} \gamma_5 \frac{(1 + H_w)^{N_5} - (1 - H_w)^{N_5}}{(1 + H_w)^{N_5} + (1 - H_w)^{N_5}}$$

$$V = \gamma_5 \operatorname{sgn}(H_w)$$

5次元方向の格子サイズ : $N_5 \rightarrow$ 無限大
クオーク質量 : $m_f \rightarrow 0$

$$D_{TOF} = \frac{1}{Ra} [1 + V] , \quad \gamma_5 V \gamma_5 = V^\dagger , \quad VV^\dagger = 1$$

TOF作用は**GW関係式**を、上記の極限で満たす！

$$\gamma_5 D + D \gamma_5 = Ra D \gamma_5 D$$

TOF作用での計算時間

$$D_{DWF} = \begin{pmatrix} D_{WF} + 1 & -P_L & 0 & \cdots & 0 & m_f P_R \\ -P_R & D_{WF} + 1 & -P_L & \ddots & \vdots & 0 \\ 0 & -P_R & D_{WF} + 1 & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & -P_L & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & -P_R & D_{WF} + 1 & -P_L \\ m_f P_L & 0 & \cdots & 0 & -P_R & D_{WF} + 1 \end{pmatrix}$$

↑
5次元方向
格子サイズ
 N_5
↓

COST (TOF作用) ~ COST (WF作用) × Order(N_5^2) !

TOF作用はチューニングとの戦い

- ・大阪大学サイバーメディアセンターとNECの人たちとも協力
2017年度:55時間 → 46時間 (1.2倍に高速化)(SX-ACE)
2020年度:46時間 → 40時間 (1.1倍に高速化)(SX-ACE)
2021年度:SX-ACE → SX-Aurora (3.2倍に高速化、今後、
6倍程度まで高速化を目指す)

Contents

1. Introduction: 質量の起源
2. 格子QCDにおけるフェルミオン作用
 - 単純なフェルミオン作用
 - Wilsonフェルミオン作用
 - トランケイテッド・オーバーラップフェルミオン(TOF)作用
3. TOF作用の極限評価
4. まとめと将来の展望

TOF作用の極限評価

数値計算では、格子サイズなどのパラメータは全て有限値。

TOF作用では、以下の順に極限を取る必要がある。

1. 5次元方向の格子サイズ : $N_5 \rightarrow$ 無限大
2. 4次元時空の格子サイズ : $N_X, N_Y, N_Z, N_T \rightarrow$ 無限大
3. クオーク質量 : $m_f \rightarrow 0$ (カイラル極限)
4. 格子間隔 : $a \rightarrow 0$

極限への振る舞いはほとんどの場合、非自明。

例外：カイラル極限でのパイ中間子の質量

$$\text{Gell-Mann-Oaks-Renner関係式: } m_\pi^2 = Cm_f + \mathcal{O}(m_f^2)$$

TOF作用の極限評価

数値計算では、格子サイズなどのパラメータは全て有限値。

TOF作用では、以下の順に極限を取る必要がある。

1. 5次元方向の格子サイズ : $N_5 \rightarrow \text{無限大}$
2. 4次元時空の格子サイズ : $N_X, N_Y, N_Z, N_T \rightarrow \text{無限大}$
3. クオーク質量 : $m_f \rightarrow 0$ (カイラル極限)
4. 格子間隔 : $a \rightarrow 0$

極限への振る舞いはほとんどの場合、非自明。

例外：カイラル極限でのパイ中間子の質量

$$\text{Gell-Mann-Oaks-Renner関係式} : m_\pi^2 = Cm_f + \mathcal{O}(m_f^2)$$

今日の目標

TOF作用の極限での振る舞いを理解する。

Simulation Setup

ゲージ配位

2フレーバー格子QCD(クエンチ近似)

- ❖ プラケットゲージ作用

- 4次元時空の格子サイズ : $N_X * N_Y * N_Z * N_T = 8 * 8 * 8 * 24$
- $\beta = 5.7$

クオーク相関関数

- ❖ トランケイテッド・オーバーラップフェルミオン作用

- ドメインウォールの高さ : $M_5 = 1.65$

$N_5 \setminus m_f a$	0.04	0.06	0.08
3	200 conf.	200 conf.	800 conf.
8	4000 conf.	4000 conf.	4000 conf.
16	4000 conf.	1500 conf.	1500 conf.
24	80 conf.	80 conf.	80 conf.
32	7860 conf.	3000 conf.	3000 conf.
48	----	3120 conf.	3120 conf.

格子QCDにおける中間子の相関関数

中間子演算子

$$M_\Gamma(t, \mathbf{x}) = \sum_a \bar{\psi}^a(t, \mathbf{x}) \Gamma \psi^a(t, \mathbf{x})$$

中間子相関関数

$$\begin{aligned} G(t) &= \left\langle \sum_{\mathbf{x}} M(t, \mathbf{x}) M^\dagger(0, \mathbf{0}) \right\rangle \\ &= \frac{1}{Z} \sum_{\mathbf{x} a, b} \int \mathcal{D}U \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi \bar{\psi}^a(t, \mathbf{x}) \Gamma \psi^a(t, \mathbf{x}) \left(\bar{\psi}^b(0, \mathbf{0}) \Gamma \bar{\psi}^b(0, \mathbf{0}) \right)^\dagger e^{-S_G(U) - S_F(\bar{\psi}, \psi, U)} \end{aligned}$$

Matthews-Salamの公式

$$\int \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi \bar{\psi}_i \psi_j \bar{\psi}_k \psi_l e^{-\bar{\psi} D \psi} = \det D \left\{ (D^{-1})_{ji} (D^{-1})_{lk} - (D^{-1})_{jk} (D^{-1})_{li} \right\}$$

格子QCDにおける中間子の相関関数

中間子演算子

$$M_\Gamma(t, \mathbf{x}) = \sum_a \bar{\psi}^a(t, \mathbf{x}) \Gamma \psi^a(t, \mathbf{x})$$

中間子相関関数

$$\begin{aligned} G(t) &= \left\langle \sum_{\mathbf{x}} M(t, \mathbf{x}) M^\dagger(0, \mathbf{0}) \right\rangle \\ &= \frac{1}{Z} \sum_{\mathbf{x} a, b} \int \mathcal{D}U \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi \bar{\psi}^a(t, \mathbf{x}) \Gamma \psi^a(t, \mathbf{x}) \left(\bar{\psi}^b(0, \mathbf{0}) \Gamma \bar{\psi}^b(0, \mathbf{0}) \right)^\dagger e^{-S_G(U) - S_F(\bar{\psi}, \psi, U)} \\ &= \frac{1}{Z} \sum_{\mathbf{x}} \int \mathcal{D}U \det D e^{-S_G(U)} \\ &\quad \left\{ \text{Tr}_{\text{sc}} \left[\Gamma D_{t, \mathbf{x}; t, \mathbf{x}}^{-1} \right] \text{Tr}_{\text{sc}} \left[\gamma_4 \Gamma^\dagger \gamma_4 D_{0, \mathbf{0}; 0, \mathbf{0}}^{-1} \right] - \text{Tr}_{\text{sc}} \left[\Gamma D_{t, \mathbf{x}; 0, \mathbf{0}}^{-1} \gamma_4 \Gamma^\dagger \gamma_4 D_{0, \mathbf{0}; t, \mathbf{x}}^{-1} \right] \right\} \end{aligned}$$

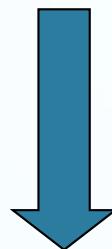
カーラーとスピノールに対するトレース

モンテ・カルロ法をすることで、
格子QCDから中間子の相関関数が得られる。

格子QCDにおける中間子の質量

中間子相関関数

$$G(t) = \left\langle \sum_{\mathbf{x}} M(t, \mathbf{x}) M^\dagger(0, \mathbf{0}) \right\rangle$$



完全系を挿入する

$$1 = |0\rangle \langle 0| + \sum_k \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} |E_k(\mathbf{p})\rangle \langle E_k(\mathbf{p})| \frac{1}{2E_k(\mathbf{p})} + \dots$$

$$G(t) = \sum_k \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_k(\mathbf{p})} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} e^{-E_k(\mathbf{p})t} |\langle 0 | M(0, \mathbf{0}) | E_k(\mathbf{p}) \rangle|^2 + \dots$$

☆ 時刻tが大きいところでは励起状態は先に抑制されて、基底状態のみが残る。

$$G(t) \underset{t \rightarrow \infty}{\rightarrow} Z_0 \exp(-m_0 t) + Z_1 \exp(-m_1 t) + \dots \quad (m_0 < m_1)$$

基底状態の中間子の質量

格子QCDにおける中間子の有効質量

周期的境界条件を考慮した中間子の相関関数

$$G(t) \underset{t \rightarrow \infty}{\rightarrow} Z_0 \cosh \left(m_0 \left(t - \frac{T}{2} \right) \right) + Z_1 \cosh \left(m_1 \left(t - \frac{T}{2} \right) \right) + \dots$$

格子QCDで計算

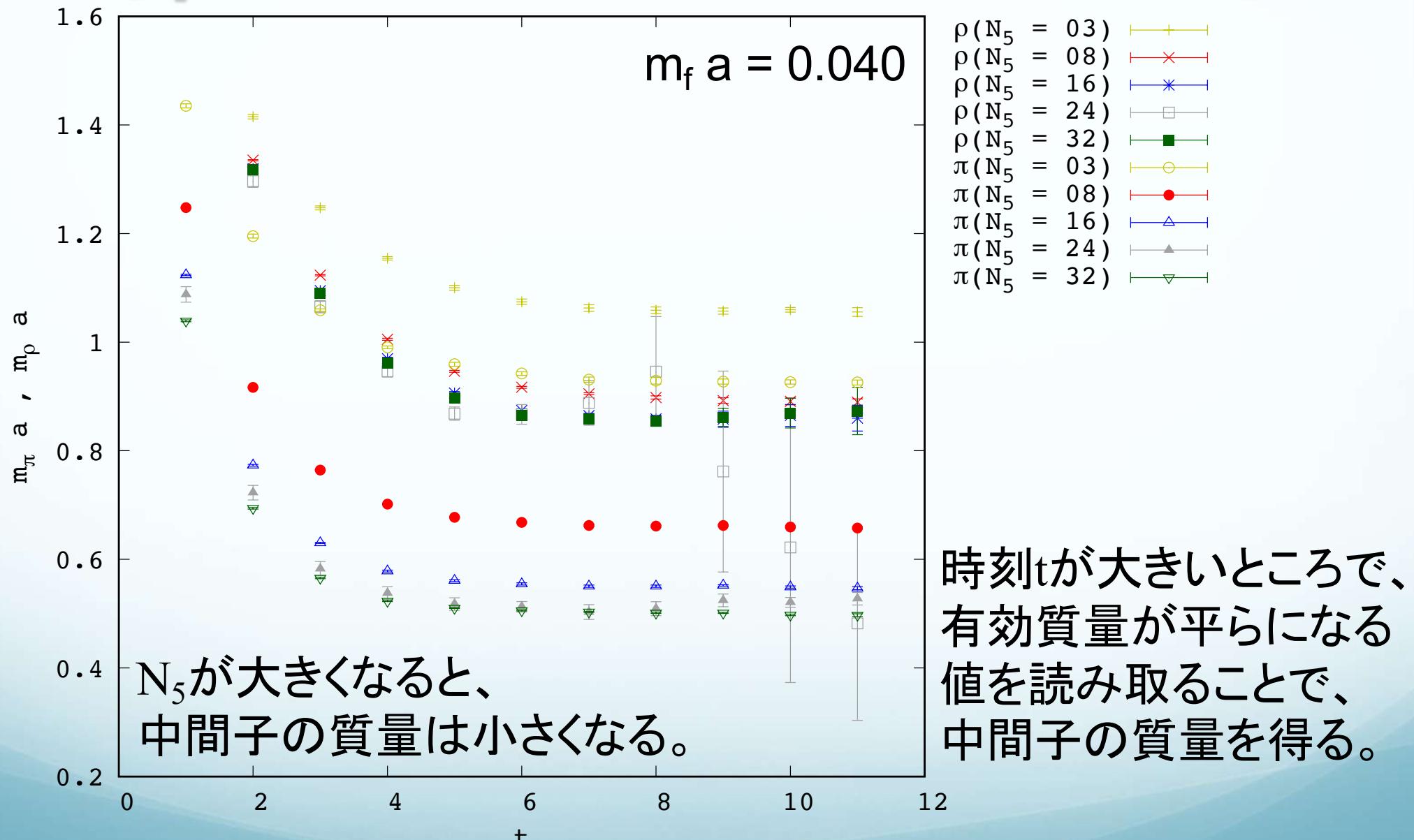
T : 時間方向の格子サイズ

$$\boxed{\frac{G(t)}{G(t+1)}} = \frac{e^{-m_{eff}(t)a t} + e^{-m_{eff}(t)a(T-t)}}{e^{-m_{eff}(t)a(t+1)} + e^{-m_{eff}(t)a(T-(t+1))}}$$

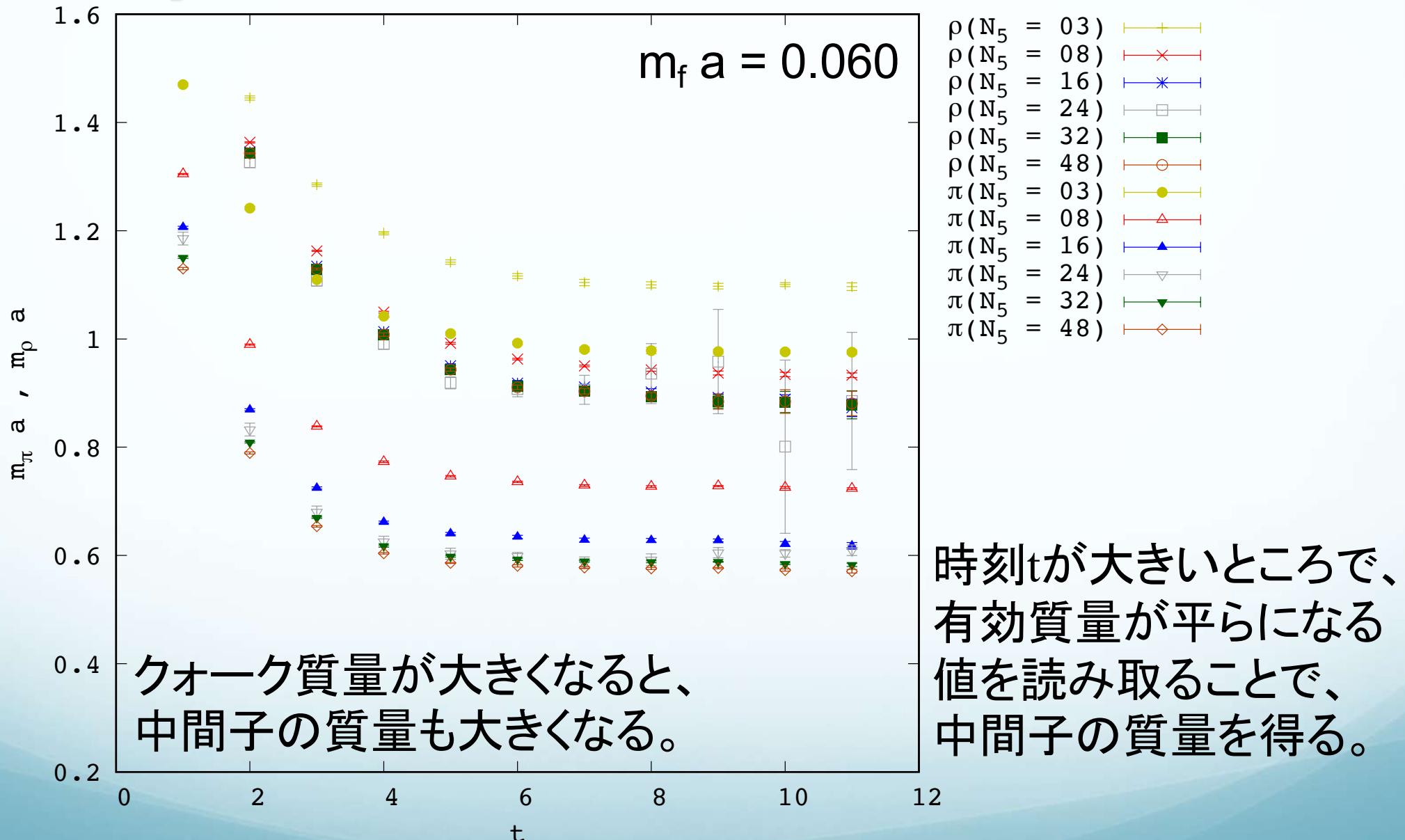
$m_{eff}(t)$: 基底状態の中間子の有効質量

- ☆ 時刻tが大きいところで、有効質量が平らになる値を読み取ることで、中間子の質量を得る。

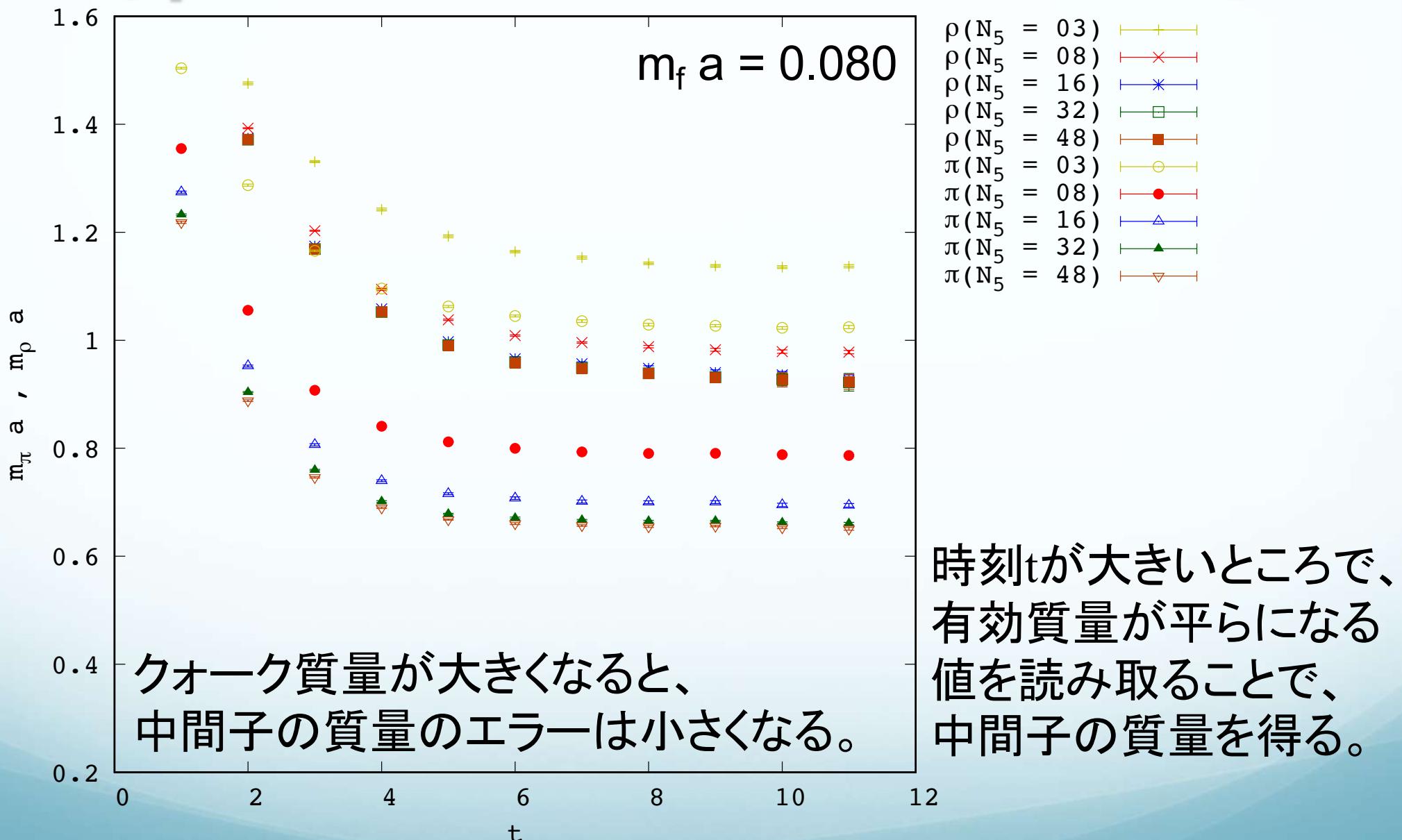
π, ρ 中間子の有効質量の時間依存性



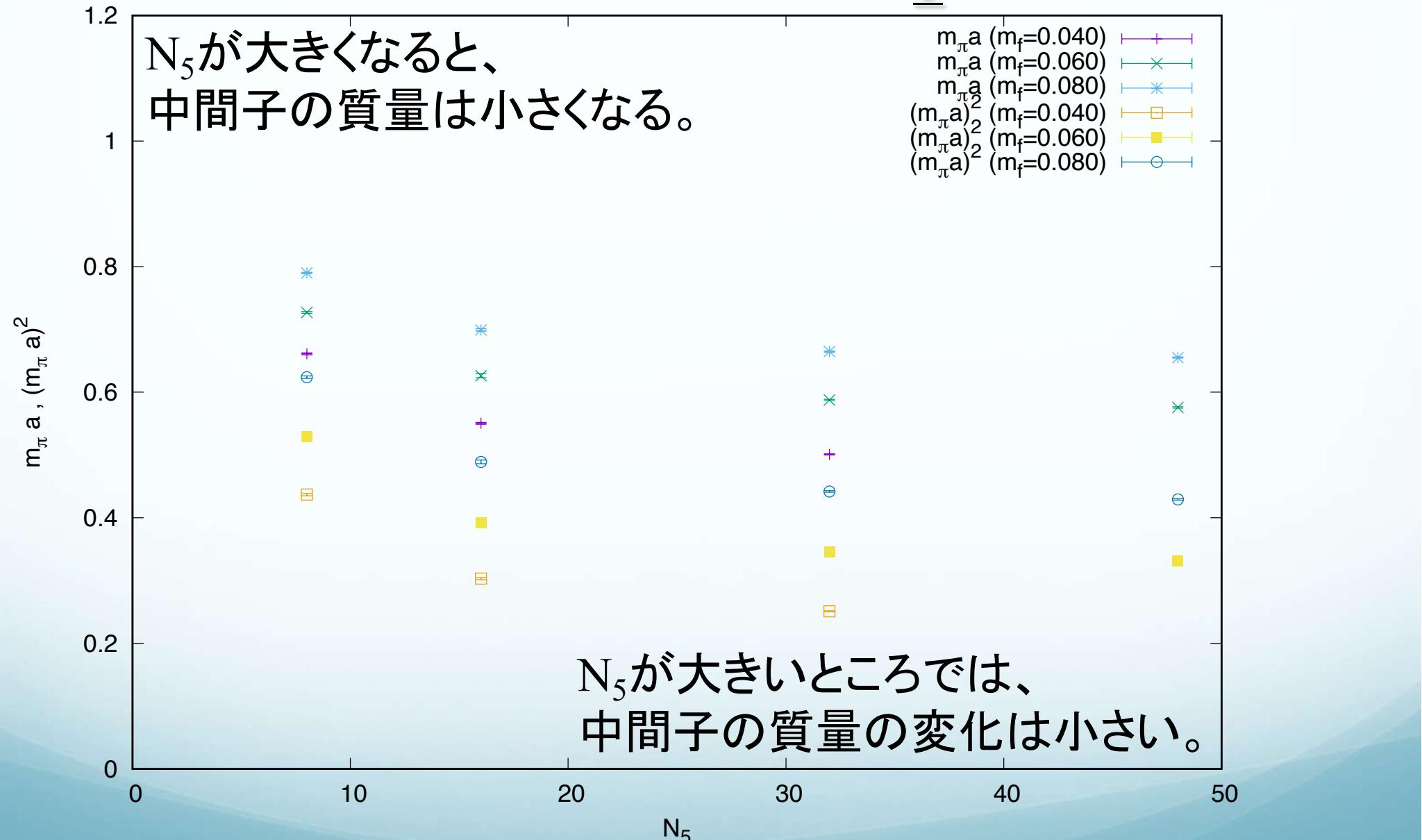
π, ρ 中間子の有効質量の時間依存性



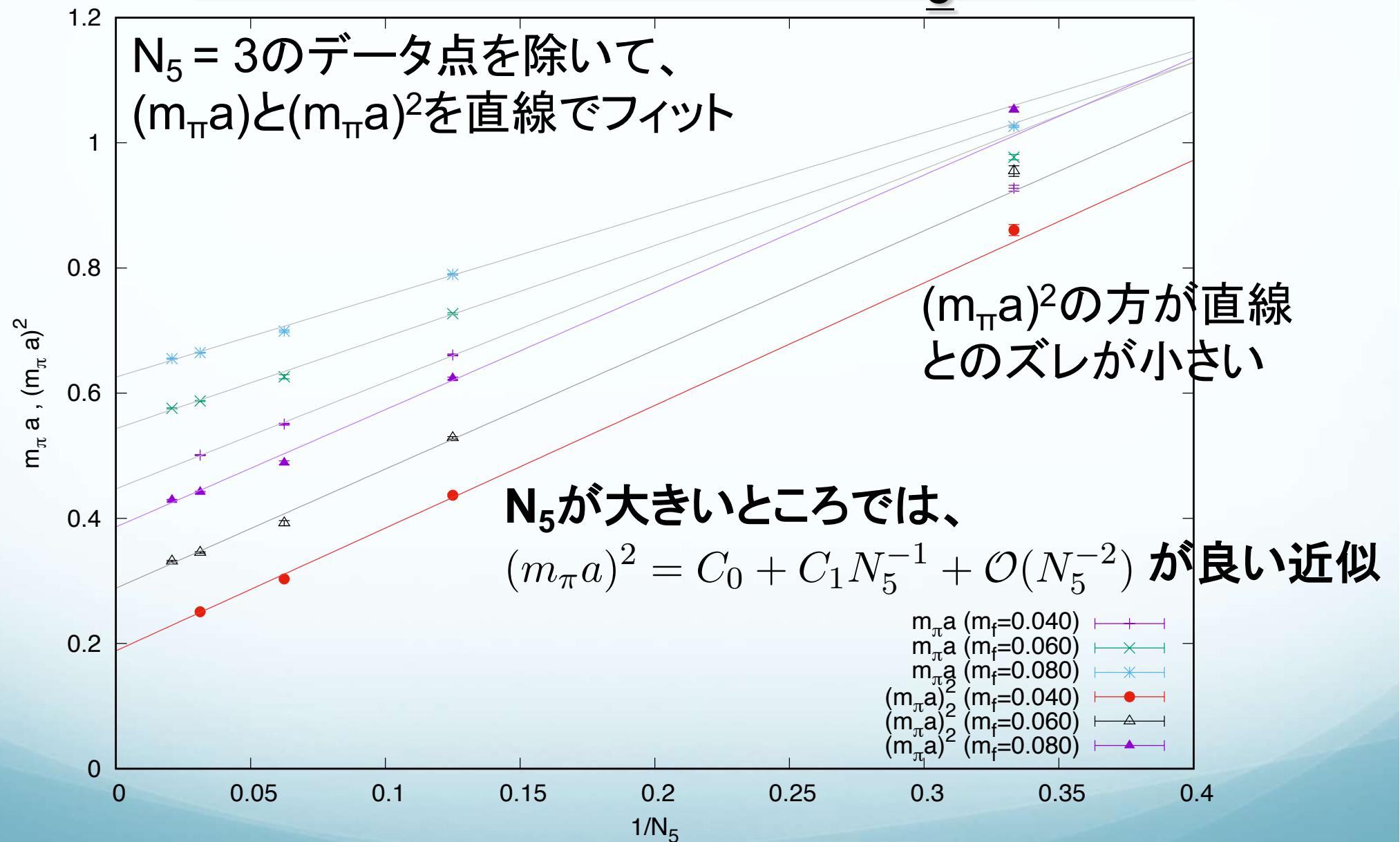
π, ρ 中間子の有効質量の時間依存性



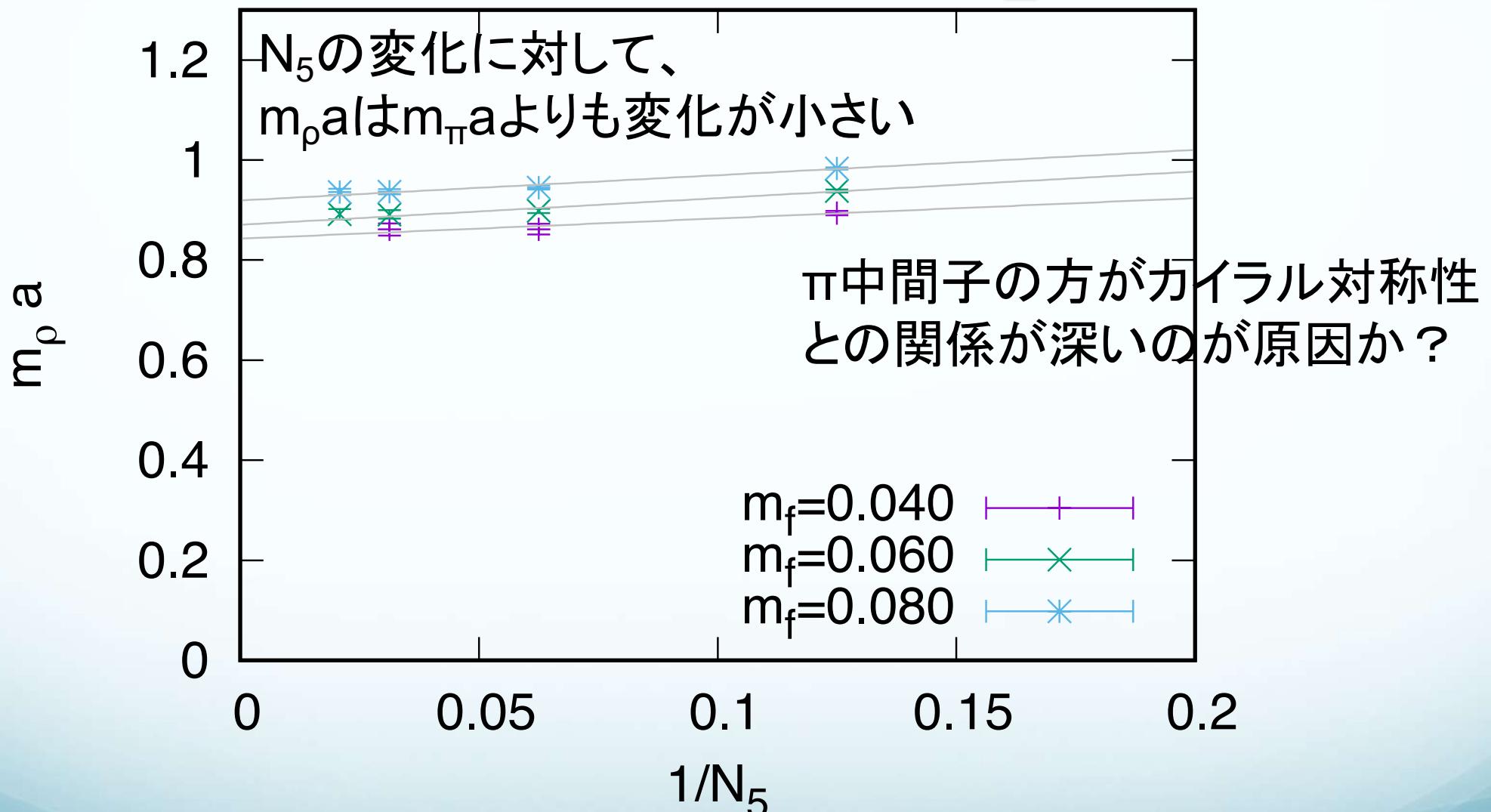
π中間子の質量のN₅依存性



π中間子の質量の $1/N_5$ 依存性



ρ 中間子の質量の $1/N_5$ 依存性



N_5 が大きいところでは、 $m_\rho a = C_0 + C_1 N_5^{-1} + \mathcal{O}(N_5^{-2})$ が良い近似

$N_5 \rightarrow \infty$ での中間子の質量

$m_f a$	0.040	0.060	0.080
$(m_\pi a)^2$	0.1884(67)	0.2884(44)	0.3862(55)
$m_\rho a$	0.8427(103)	0.8706(74)	0.9192(56)

TOF作用では、以下の順に極限を取る必要がある。

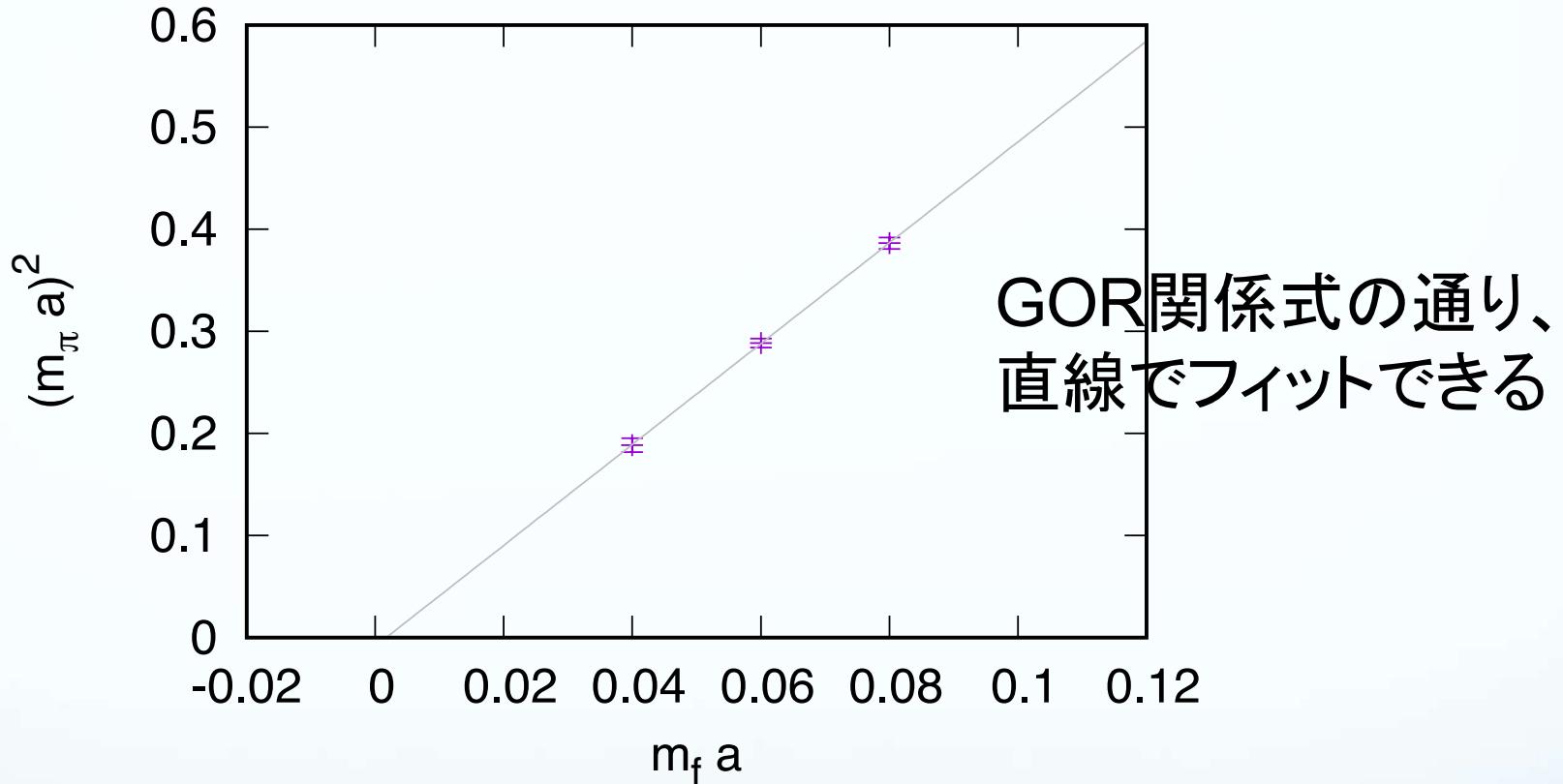
1. 5次元方向の格子サイズ : $N_5 \rightarrow \text{無限大}$
2. 4次元時空の格子サイズ : $N_X, N_Y, N_Z, N_T \rightarrow \text{無限大}$
3. クオーク質量 : $m_f \rightarrow 0$ (カイラル極限)
4. 格子間隔 : $a \rightarrow 0$

極限への振る舞いはほとんどの場合、非自明。

例外: カイラル極限でのパイ中間子の質量

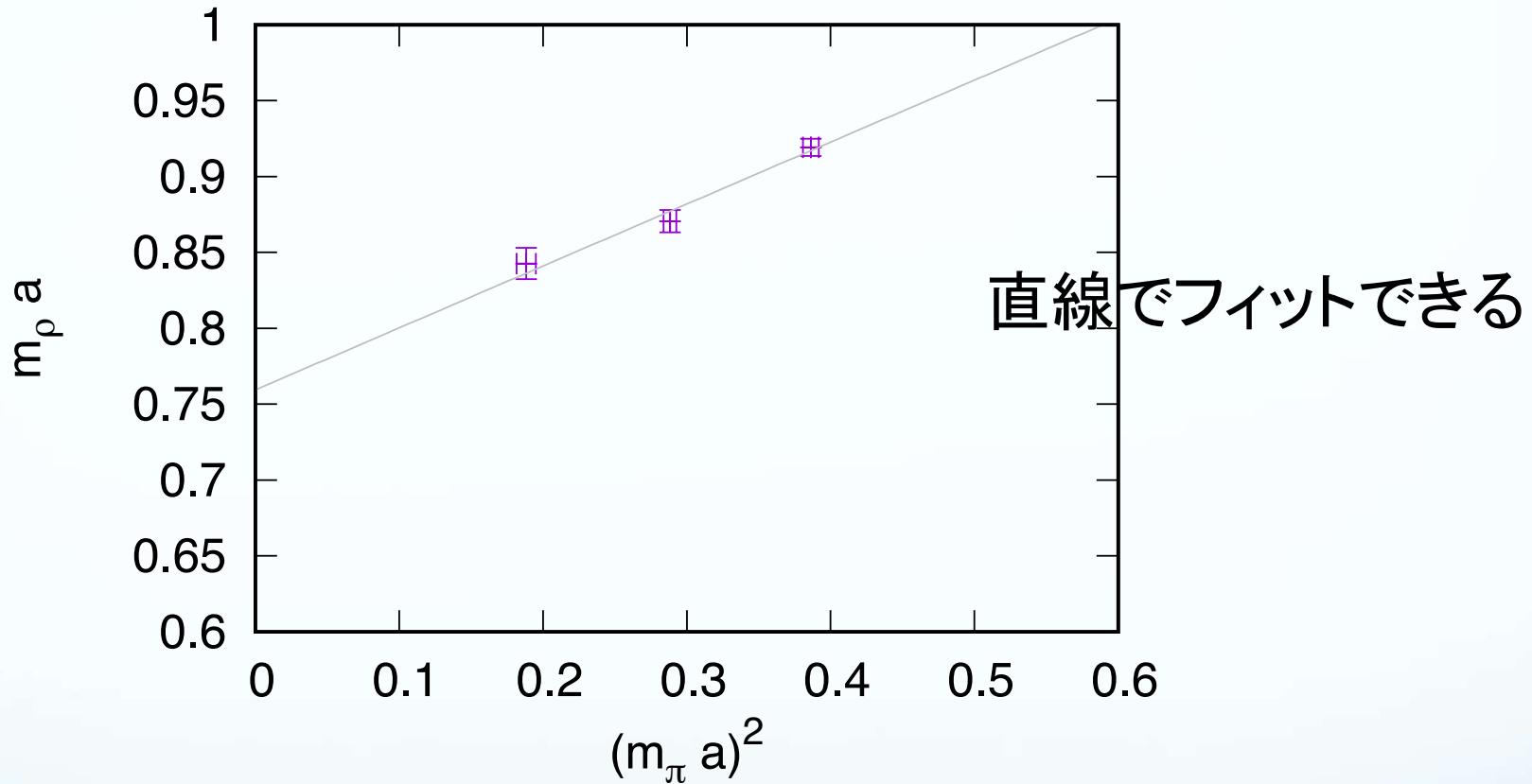
Gell-Mann-Oaks-Renner関係式 : $m_\pi^2 = C m_f + \mathcal{O}(m_f^2)$

π 中間子の質量のカイラル極限



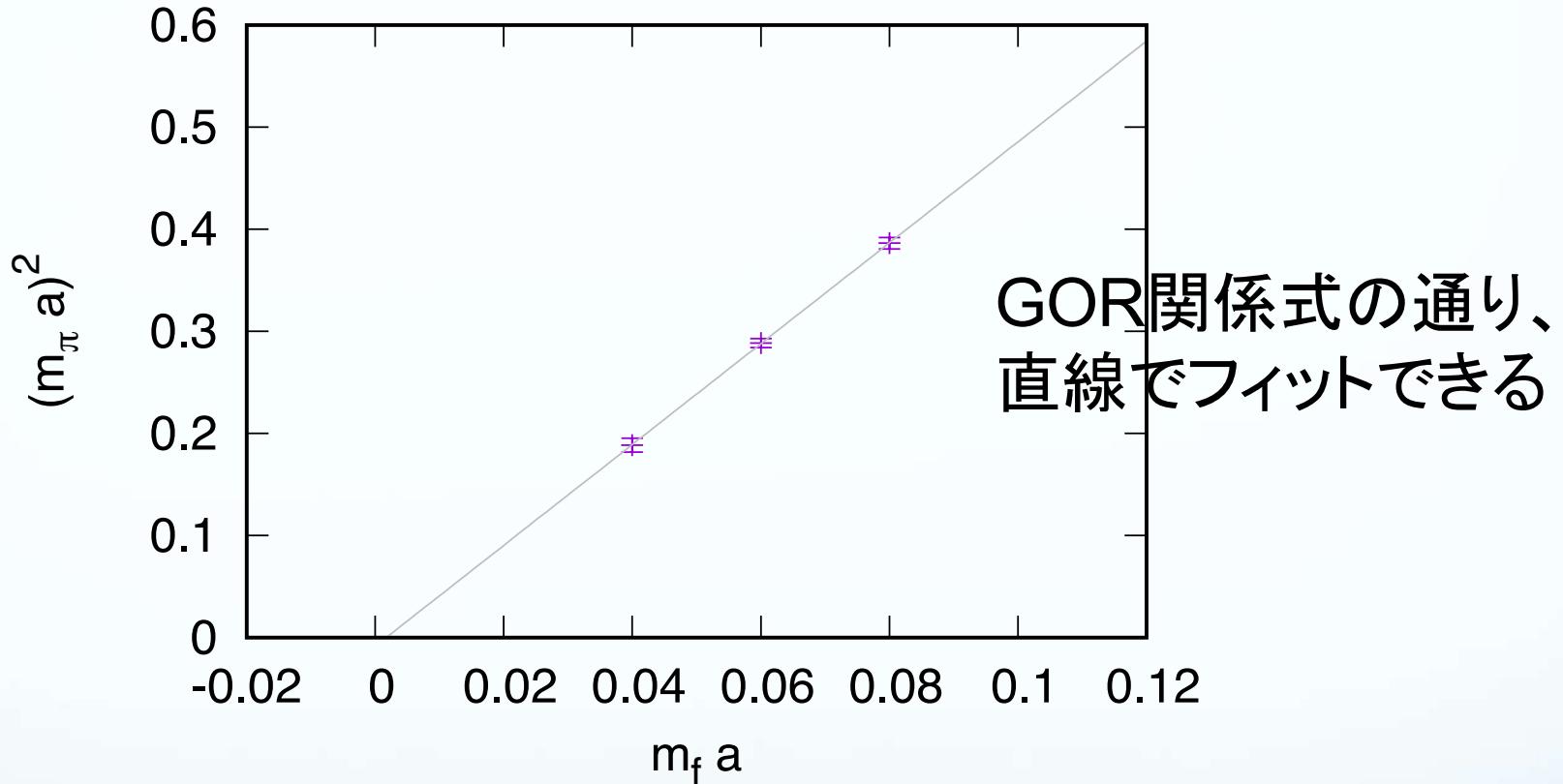
$m_f a = 0$ のとき、 $m_\pi a = 0$ とはならない！（有限体積効果etc.）
 $m_\pi a = 0$ となる点をカイラル極限と定義し、
そのときの $-m_f a$ を残留クオーク質量 $m_{\text{res}} a$ とする。

ρ 中間子の質量のカイラル極限



カイラル極限での $m_\rho a = 0.7595(215)$ を
 ρ 中間子の質量の実験値 $m_\rho = 775.26 \text{ MeV}$ に合わせることで、
 $a = 0.1930(55) \text{ fm}$ を得る。

π中間子の質量のカイラル極限



このとき、 $m_{\text{res}} a = -1.77(47) \text{ MeV}$ となり、ゼロからのズレは小さいことがわかる。

TOF作用の極限評価

数値計算では、格子サイズなどのパラメータは全て有限値。

Method1:

1. 5次元方向の格子サイズ : $N_5 \rightarrow$ 無限大 今回、中間子の質量の
2. クオーク質量 : $m_f \rightarrow 0$ (カイラル極限) 極限における近似式
がわかった。

これまでの研究:

1. 5次元方向の格子サイズ : $N_5 =$ 大きい値 e.g. $N_5 = 48$
2. クオーク質量 : $m_f \rightarrow 0$ (カイラル極限) Blum et al, Phys. Rev. D69, 074502 (2004).

TOF作用の極限評価と計算時間

1ゲージ配位あたりの中間子の相関関数の計算時間

$N_5 \setminus m_f a$	0.04	0.06	0.08
8	0.57 hours	?	?
16	2.6 hours	?	?
32	11.5 hours	?	?
48	30 hours	20.8 hours	15.8 hours

SX-ACE@大阪大学

COST (TOF作用) ~ COST (WF作用) × Order(N_5^2) !

とても大きい N_5 で1点だけ計算するよりも、
ある程度大きい N_5 で複数点計算し、
近似式から N_5 が無限大の極限を取った方が
計算時間がお得になる場合がある。

TOF作用の極限評価

数値計算では、格子サイズなどのパラメータは全て有限値。

Method1:

1. 5次元方向の格子サイズ : $N_5 \rightarrow$ 無限大
2. クオーク質量 : $m_f \rightarrow 0$ (カイラル極限)

これまでの研究:

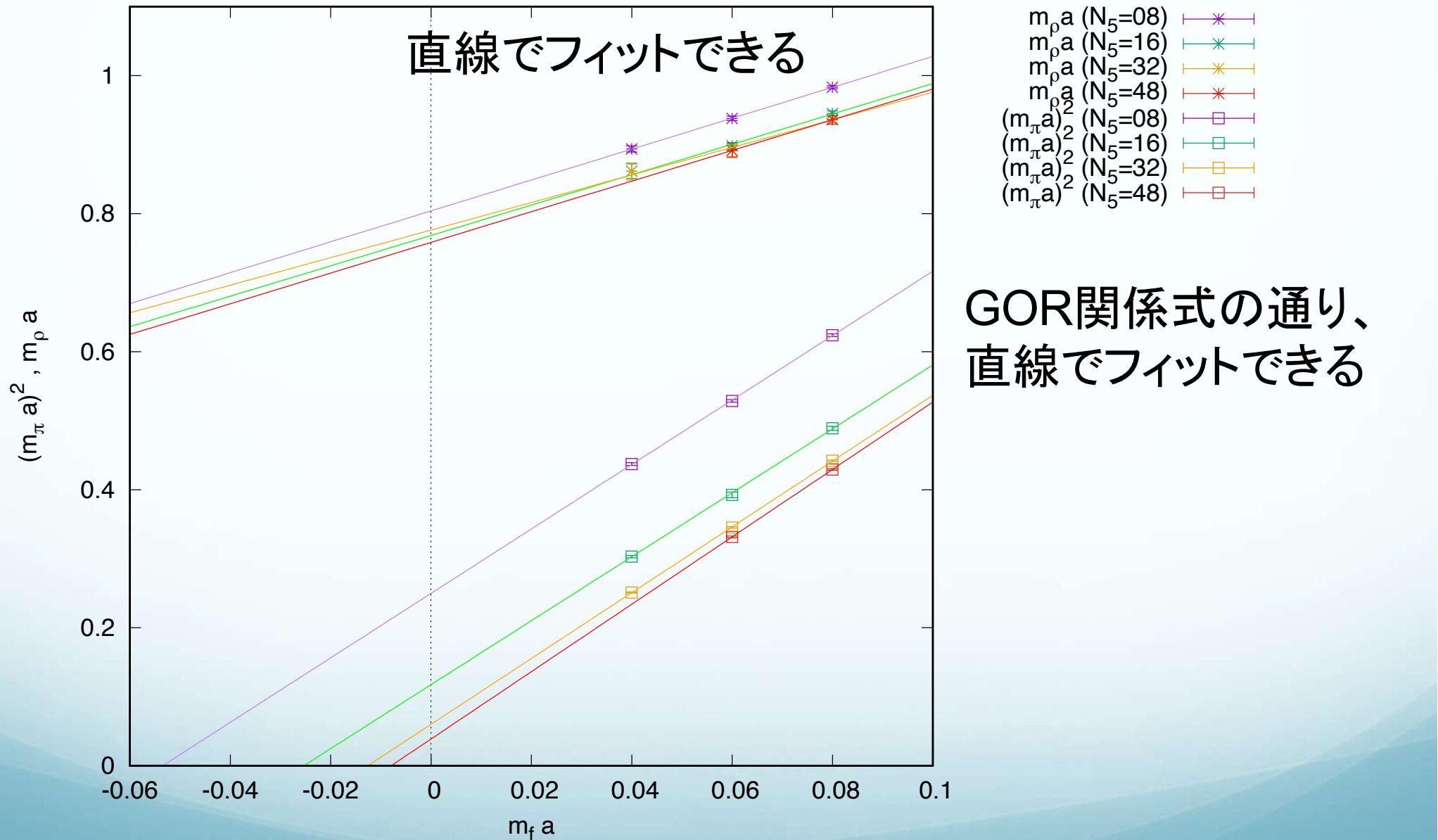
1. 5次元方向の格子サイズ : $N_5 =$ 大きい値 e.g. $N_5 = 48$
2. クオーク質量 : $m_f \rightarrow 0$ (カイラル極限) Blum et al, Phys. Rev. D69, 074502 (2004).

Method2:

1. クオーク質量 : $m_f \rightarrow 0$ (カイラル極限)
2. 5次元方向の格子サイズ : $N_5 \rightarrow$ 無限大

Method1とMethod2で m_{res} がどう変化するのかを比較しておく。

π, ρ 中間子の質量のカイラル極限



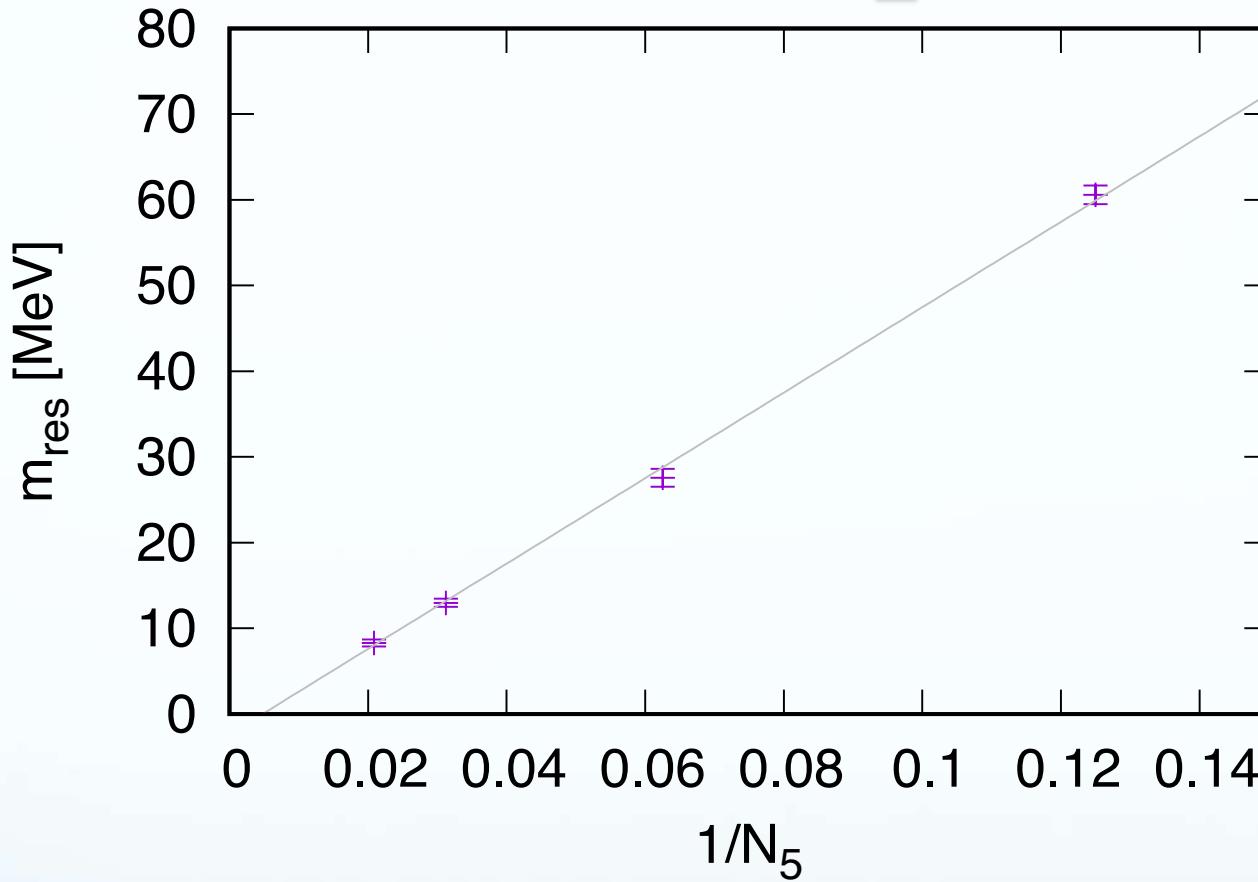
カイラル極限での残留質量

N_5	$m_{res}a$	$m_\rho a$	$1/a$ [GeV]	m_{res} [MeV]
8	0.05347(95)	0.6843(24)	1.1329(39)	60.6 ± 1.1
16	0.02535(87)	0.713(12)	1.088(18)	27.6 ± 1.0
32	0.01258(37)	0.751(16)	1.032(22)	12.98 ± 0.47
48	0.00792(32)	0.741(22)	1.047(32)	8.29 ± 0.42

先行研究と無矛盾

Blum et al, Phys. Rev.
D69, 074502 (2004).
 $N_5 = 48 \Rightarrow m_{res} \sim 8$ MeV

残留質量の N_5 依存性



$N_5 \rightarrow \infty$ で、 $m_{\text{res}} = -2.37(51)$ MeVとなり、
Method1の $m_{\text{res}} = -1.77(47)$ MeVと同程度、
もしくは若干ゼロから大きくずれることがわかる。

まとめと将来の展望

- 大きな目標: 格子QCDを用いて、物質の質量生成機構と深い関わりがある**QCDヒッグス粒子**の探索を行う。
- 今日の目標: **格子カイラル対称性**を持った**TOF(Truncate Overlap Fermion)**作用の極限での振る舞いを理解する。

Method1:

1. 5次元方向の格子サイズ : $N_5 \rightarrow$ 無限大
2. クオーク質量 : $m_f \rightarrow 0$ (カイラル極限)

Method2:

1. クオーク質量 : $m_f \rightarrow 0$ (カイラル極限)
2. 5次元方向の格子サイズ : $N_5 \rightarrow$ 無限大

まとめと将来の展望

Method1

- N_5 が大きいところでは、

$$(m_\pi a)^2 = C_0 + C_1 N_5^{-1} + \mathcal{O}(N_5^{-2})$$

$$m_\rho a = C_0 + C_1 N_5^{-1} + \mathcal{O}(N_5^{-2})$$

が良い近似であることがわかった。

- 計算時間を抑えつつ、 N_5 が無限大の極限を取ることができる。

Method2

- Method2の残留質量は $m_{\text{res}} = -2.37(51) \text{ MeV}$ であり、
Method1の残留質量の $m_{\text{res}} = -1.77(47) \text{ MeV}$ と同程度、
もしくは若干ゼロから大きくずれることがわかった。

- TOF作用を用いて、 σ 中間子の質量の計算を行う。